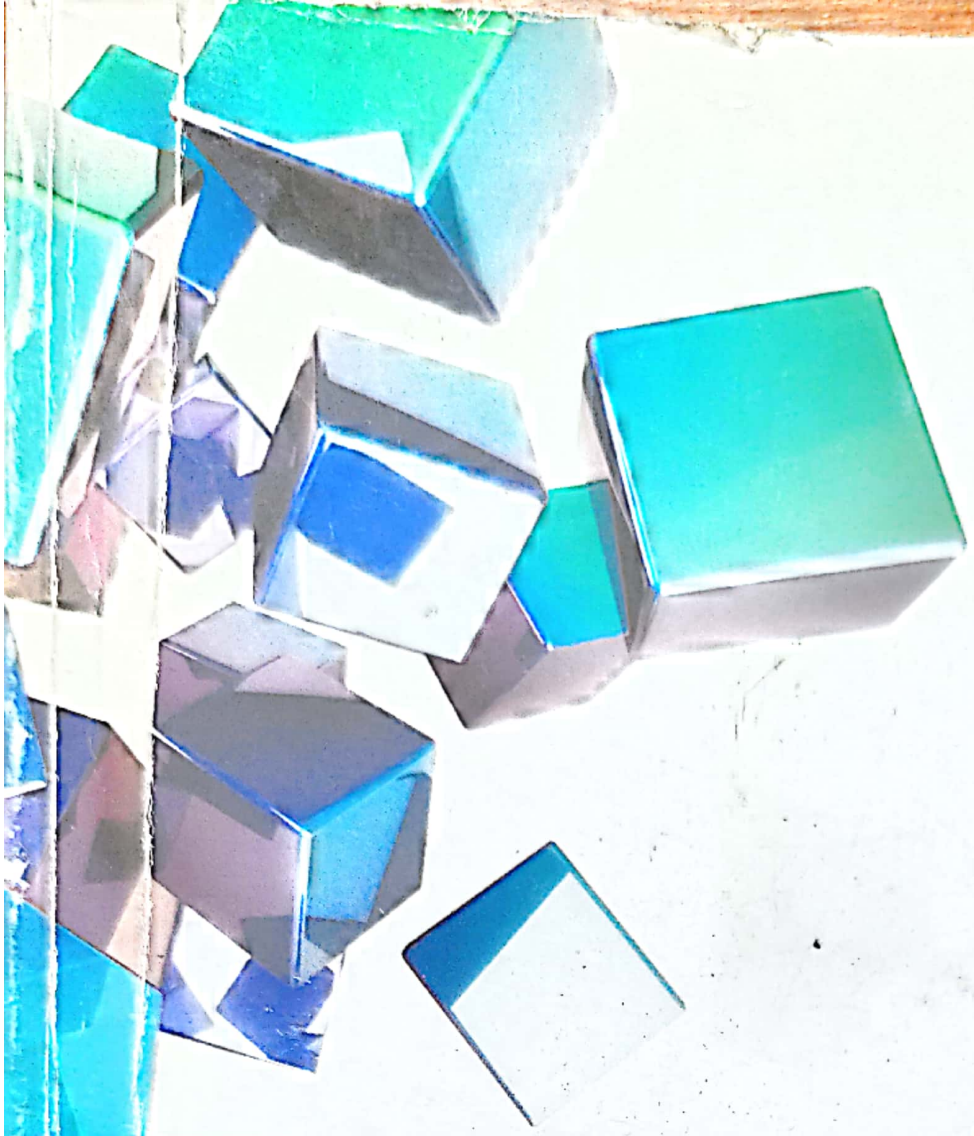


Cristina Anton
Gabriela Săndulescu
Bogdan Cristescu
Ana Apetrii
Bronia Panainte

culegere de exerciţii şi probleme pentru clasele V-VI

SĂ ÎNVĂŢĂM MATEMATICA
prin Concursul Naţional EUCLID

- probleme pentru lucru la clasă şi rezolvările lor
- probleme de evaluare tip Concurs Naţional Euclid şi rezolvările lor
- teste finale de tip Olimpiadă Naţională

DPH
DIDACTICA PUBLISHING HOUSE

Scanned with OKEN Scanner

Să învățăm matematica prin CONCURSUL NAȚIONAL EUCLID

Culegere de exerciții și probleme pentru clasele V-VI

Editura Didactica Publishing House
2011

Scanned with OKEN Scanner

Tehnoredactare computerizata: Nicoleta Tudor • 0745188032
Redactor: Gina Palade
Corectura:Mihaela Păunică
Coperta: Cristina Dumitrescu

Copyright © Didactica Publishing House, 2011

Pentru comenzi și informații: Telefon/Fax: +40-21-410.88.10; +40-21-410.88.14

Scanned with OKEN Scanner

PREFAȚA

Seria de culegeri apărute sub titlul „Să învățăm matematică prin Concursul Național Euclid" se adresează tuturor copiilor din ciclul primar și gimnazial (clasele II-IV, V-VI și VII-VIII).

Am dorit ca prin aceste lucrări să obișnuim elevii cu toate tipurile de probleme, ceea ce încercăm, de altfel, și prin subiectele pe care le propunem în cadrul concursului. De aceea fiecare culegere conține atât exerciții cu răspuns scurt, itemi care se rezolvă prin alegerea răspunsului corect din cele date, cât și probleme cu soluție completă.

Partea de început a fiecărei culegeri se dorește a fi un suport pentru lucrul la clasă și pregătirea subiectelor I și II din cadrul concursului, astfel încât fiecare candidat să își asigure un punctaj de 80 p. Partea de teste pentru pregătirea competițiilor poate constitui un model pentru verificarea cunoștințelor prin teste de tip „Euclid". Exercițiile propuse au și răspunsuri, cele cu grad sporit de dificultate având rezolvări complete și detaliate, din care se pot învăța tehnici de raționament și redactare.

Dorința colectivului de autori este ca aceste culegeri să folosească atât copiilor cu orice nivel de pregătire, cât și profesorilor, prin exerciții pe care le pot folosi în cadrul orelor de curs.

De asemenea, invităm copiii să viziteze pagina de internet **www.concurs-euclid.ro**, *sperând să vă înscrieți la concurs și să observați un progres în evoluția voastră.*

Folosind culegerile veți observa că abordați cu mai mare ușurință primele două subiecte din concurs și că învățați tehnici interesante de rezolvare a itemilor cu grad sporit de dificultate de la ultimele subiecte. În acest fel, vă veți dori să participați la fiecare etapă a **Concursului Național Euclid**, *pentru a vă măsura progresele și cunoștințele, prin intermediul unor subiecte inedite și echilibrate, alcătuite după modelul cu care deja sunteți familiarizați.*

Colectivul de autori

Scanned with OKEN Scanner

CLASA A V-A

Scanned with OKEN Scanner

Exerciții și probleme pentru lucrul la clasă

ALGEBRĂ

I. Numere naturale

1. Scriere, citire, ordonare

1) Scrieți cu cifre numărul două mii doisprezece.

2) Indicați cifra unităților din numărul 107.

3) Scrieți un număr de trei cifre, cu suma cifrelor număr par.

4) Scrieți toate numerele de două cifre în care doi apare ca cifră a unităților.

5) În câte numere de trei cifre apare 2 ca cifră a unităților? (Vă puteți folosi de rezultatul de la exercițiul anterior).

6) Scrieți două numere de trei cifre, care au proprietatea că sunt egale cu răsturnatele lor și care au aceeași sumă a cifrelor. (Prin răsturnatul numărului $\overline{abc}$ se înțelege $\overline{cba}$)

7) Găsiți cel mai mare număr de trei cifre, format din cifre pare consecutive.

8) Scrieți cinci numere diferite cu proprietatea că fiecare are suma cifrelor 15.

9) De câte ori apare cifra 5 în scrierea numerelor de la 1 la 100?

10) Folosind cifrele 2; 0; 7 și 4, fără a le repeta, scrieți toate numerele de patru cifre care se pot forma.

11) Câte numere de trei cifre sunt egale cu răsturnatele lor?

12) Scrieți cel mai mare număr de trei cifre care se poate obține ștergând două cifre din numărul 59 704.

13) Găsiți regula de formare și completați cu încă trei termeni șirul 1; 3; 6; 10; 15...

14) Câte numere care conțin cifra 3 sunt mai mari ca 81 și mai mici ca 140?

15) Scrieți suma tuturor numerelor de trei cifre care se pot forma cu cifrele 7; 1 și 4.

16) Ordonați crescător numerele de trei cifre care se pot forma cu cifrele 1; 2 și 3, fără a folosi o cifră de mai multe ori într-un număr.

Scanned with OKEN Scanner

17) Câte numere de două cifre au cifrele egale?

18) Câte numere sunt în înşiruirea 3; 13; 23; 33;...;93?

19) Câte numere sunt în înşiruirea 1; 4; 7; 10;...;37?

20) Câte numere cu cifre diferite putem scrie utilizând numai cifrele 2; 3 şi 7?

21) Câte numere cu cifre diferite putem scrie utilizând numai cifrele 0; 2 şi 3?

22) Câte numere de două cifre nenule sunt mai mari decât răsturnatele lor?

23) Scrieţi cinci numere, ordonate crescător, astfel încât diferenţa dintre două numere alăturate să fie mereu aceeaşi (se scade numărul din stânga din numărul din dreapta).

24) Scrieţi cel mai mare număr de patru cifre care are suma cifrelor 20.

2. Adunarea şi scăderea numerelor naturale

1) Scrieţi două numere care au suma 7.

2) Scrieţi numărul 7 ca sumă de numere diferite, în toate felurile posibile (făcând abstracţie de ordinea numerelor în sumă).

3) Calculaţi suma primelor cinci numere naturale nenule.

4) În câte feluri putem scrie numărul 100 ca sumă de două numere naturale?

5) Calculaţi suma 1 + 2 +...+ 99 + 100.

6) Calculaţi 1 + 11 + 111 +...+ 11111111.

7) Care este ultima cifră a sumei 5 + 55 +...+ 55555555?

8) Calculaţi suma dintre cel mai mic număr natural de două cifre şi cel mai mare număr natural de trei cifre distincte.

9) Calculaţi suma primelor 10 numere naturale pare.

10) Determinaţi toate numerele naturale care sunt egale cu răsturnatele lor şi au suma cifrelor 12.

11) Care este diferenţa dintre suma cifrelor unui număr şi suma cifrelor răsturnatului său?

12) Câte numere de trei cifre au suma cifrelor 7?

13) 6 numere naturale nenule au suma cifrelor 21. Aflaţi numerele.

Scanned with OKEN Scanner

14) Calculați $11 + 22 + \ldots + 99$.

15) Care este diferența dintre suma primelor 10 numere naturale pare și suma primelor 10 numere naturale impare?

16) Care este paritatea sumei a două numere pare?

17) Care este paritatea sumei a doua numere impare?

18) Care este paritatea sumei dintre un număr par și un număr impar?

19) Calculați:

a) $21 + 19 + 16 + 24$

b) $1007 + 993 + 997 + 1003$

c) $15 + 25 + 35 + 45 + 55$

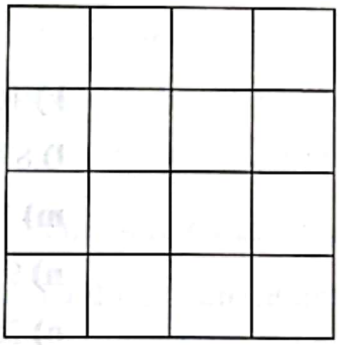
d) $29 + 101 + 30$

20) Dați exemplu de cinci numere naturale care să aibă suma 17.

21) Câte perechi de numere naturale (x,y) au proprietatea că $x + y = 20$?

22) Suma a două numere naturale consecutive este 15. Aflați numerele.

23) Completați pătratul de mai jos cu numerele 1; 2; 3 și 4 astfel încât suma numerelor scrise pe fiecare linie și suma numerelor scrise pe fiecare coloană să fie aceeași.



24) Calculați:

a) $101 + 102 + 103 + 104$

b) $210 + 315 + 290 + 385$

c) $10000 + 1000 + 100 + 10 + 1$

d) $520 + 311 + 480 + 689$

e) $222 + 444 + 666 + 888$

f) $111 + 333 + 555 + 777 + 999$

25) Scrieți diferența dintre cel mai mic număr par de trei cifre și cel mai mare număr impar de două cifre.

26) Calculați: $2 - 1 + 3 - 2 + 4 - 3 + 5 - 4 + 6 - 5$.

Scanned with OKEN Scanner

27) Calculaţi, grupând convenabil $1 + 2 + 3 + 4 + 5 - 2 - 3 - 4 - 5$.

28) Scrieţi două numere naturale care să aibă diferenţa 2011.

29) Scrieţi diferenţa dintre un număr şi predecesorul său.

30) Care este diferenţa dintre două numere pare consecutive? (se scade numărul mai mic din numărul mai mare).

31) Care este diferenţa dintre două numere impare consecutive? (se scade numărul mai mic din numărul mai mare).

32) Scrieţi cinci scăderi care să aibă acelaşi rezultat.

33) Dacă dintr-un număr scădem 15, obţinem 17. Care a fost numărul iniţial?

34) Dacă la un număr adunăm 20, obţinem 35. Care a fost numărul iniţial?

35) Efectuaţi următoarele calcule:

a) $400 - 200 - 75 - 100$
b) $400 - (200 - 75) - 100$
c) $9 - 3 - 4 - 2$
d) $(9 - 3) - (4 - 2)$
e) $9 - 5 - (4 - 2)$
f) $211 - 100 - 90 - 10 - 2$
g) $211 - (100 - 90 - 10) - 2$
h) $211 - (100 - 90) - 10 - 2$
i) $211 - (100 - 90) - (10 - 2)$
j) $211 - 100 - 90 - (10 - 2)$
k) $211 - 100 - (90 - 10) - 2$
l) $211 - 100 - (90 - 10 - 2)$

36) Calculaţi:

a) $325 + (425 + 188)$
b) $428 + (356 + 158)$
c) $(4528 + 1058) + 1895$
d) $13084 + 705398$
e) $1037 - 326$
f) $99075 - 987$
g) $4000 - 3079$
h) $113665 - 39887$
i) $8 - 2 - 3$
j) $76 - 12 - 42$
k) $10 - 6 - 2$
l) $896 - 423 - 321$
m) $1000 - 236 - 145$
n) $991 - 223 - 412$
o) $28 + 397$
p) $946 + 1878$
r) $383 + 566 - 665 - 284$
s) $(804506 - 30378) + 10589$
t) $600 + 80 + 2$
u) $1 + 2 + 34 + 56 + 7$

37) Un elev cumpără o carte care costă 15 lei. Ce rest primeşte dacă dă la casă o bancnotă de 50 lei?

38) În trei luni, Ioana economiseşte suma de 275 lei. Câţi lei a economisit în a treia lună, dacă în prima lună a economisit 100 de lei, iar în a doua lună cu 15 lei mai puţin decât în prima?

39) Un caiet costă 2 lei, un manual costă cu 12 lei mai mult decât caietul, iar o

Scanned with OKEN Scanner

culegere costă cât manualul. De câți lei are nevoie un copil pentru a-și putea cumpăra un caiet, un manual și o culegere, fără a-i mai rămâne rest?

40) Matei deschide un dicționar și constată că suma numerelor celor două pagini la care s-a deschis este 425. Care sunt numerele scrise pe cele două pagini?

3. Înmulțirea și împărțirea numerelor naturale

1) Calculați:

a) $21 \cdot 5$
b) $22 \cdot 7$
c) $17 \cdot 2$
d) $20 \cdot 5$
e) $0 \cdot 2011$
f) $1 \cdot 61$
g) $63 \cdot 19$
h) $14 \cdot 25$
i) $17 \cdot 9$

2) Calculați:

a) $3 + 21 \cdot 0 + 3 \cdot 100 + 4 \cdot 1000$
b) $5 \cdot 10000 + 3 \cdot 1000 + 4 \cdot 100 + 7$
c) $20 \cdot 17 + 14 \cdot 15 + 26 \cdot 3$
d) $25 \cdot 4 + 20 \cdot 5 + 100 \cdot 1 + 10 \cdot 10$

3) Aflați ultima cifră a produsului $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$.

4) Aflați ultima cifră a produsului $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 2011$.

5) Scrieți toate perechile de două numere naturale care au produsul 20.

6) Care este paritatea produsului a două numere impare?

7) Dați exemplu de trei numere naturale care au produsul 15.

8) Aflați două numere consecutive care au produsul 30.

9) Găsiți două numere naturale care înmulțite să dea 7 și adunate să dea 8.

10) Găsiți două numere naturale care înmulțite să dea 12 și adunate să dea 7.

11) Calculați dublul numărului 23.

12) Calculați triplul numărului 16.

13) Știind că dublul unui număr este 82, să se afle numărul.

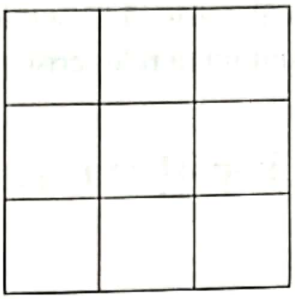
14) Calculați 1!; 2!; 3! și 4! , știind că $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$.

15) Dați exemplu de un număr de patru cifre care să aibă produsul cifrelor 0.

16) Dați exemplu de un număr de trei cifre care să aibă produsul cifrelor 20.

Scanned with OKEN Scanner

17) Completaţi pătratul de mai jos cu numere naturale astfel încât produsul numerelor de pe fiecare linie şi de pe fiecare coloană să fie 24.



18) Calculaţi:

a) 34 : 2
b) 34 : 17
c) 289: 17
d) 225 : 15
e) 441 : 3
f) 441 : 21
g) 361 : 19
h) 1000 : 8
i) 1000 :25
j) 144 : 12

19) Scrieţi câtul şi restul fiecărei împărţiri:

a) 275 : 3
b) 119 : 12
c) 47 : 9
d) 429 : 17
e) 1008 : 25
f) 2190 : 72
g) 625 : 10
h) 4012 : 31
i) 5172 : 16
j) 1025 :4

20) Care sunt resturile posibile pe care le putem obţine împărţind un număr natural la 9?

21) Scrieţi toate numerele naturale care împărţite la 5 dau câtul egal cu restul.

22) Scrieţi cel mai mare număr de trei cifre care se împarte exact la 29.

23) Aflaţi numerele care împărţite la un număr de două cifre dau restul 97 şi câtul 2.

24) Aflaţi restul împărţirii numărului $1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 7 \cdot 8$ la 14.

25) Aflaţi restul împărţirii numărului $1 \cdot 2 \cdot \ldots 7 \cdot 8 + 20$ la 14.

26) Aflaţi două numere care adunate să dea 42, iar cel mare împărţit la cel mai mic să dea câtul 3 şi restul 2.

27) Aflaţi un număr care împărţit la 2; 3 şi 4 dă de fiecare dată restul 1.

28) Aflaţi cel mai mic număr care împărţit la 2; 3 şi 4 dă de fiecare dată restul 1.

29) Aflaţi un număr care împărţit la 3 dă restul 2, împărţit la 4 dă restul 3 şi împărţit la 5 dă restul 4.

Scanned with OKEN Scanner

30) Scrieți jumătatea numărului 2008.

31) Scrieți sfertul numărului 2008.

32) Aflați toate numerele naturale care împărțite la 5 dau câtul 10.

33) Aflați suma numerelor naturale care împărțite la 10 dau câtul 4.

34) Calculați:

a) 12 : 6 : 2
b) 30 : 10 : 1
c) 100 : 20 : 5
d) 88 : 4 : 2

35) Calculați:

a) 236 : 2
b) 230 : 5
c) 975 : 3
d) 375 : 5
e) 836 : 2
f) 10912 : 32
g) 12975 : 15
h) 7524 : 22
i) 9940 : 28
j) 245000 : 8
k) 89700 : 25
l) 34300 : 25
m) 97680 : 5
n) 36000 : 125
o) 344000 : 125
p) 1608 : 12
r) 3105 : 9
s) 14824 : 34
t) 36110 : 46
u) 3784 : 946
v) 34800 : 100

36) Calculați:

a) 3475 + 278 : 2 + 113
b) 10 0003 – 4 300 : 10 : 5
c) 836 2 + 318 : 3 – 123 : 3
d) 276 + 7385 · 2 · 7
e) 100464 : (101 – 32) + 627900 : 8050
f) (3044 + 2056) : 17 + 3075 : 15 – 6992 : 38 : 23
g) (1800 – 1250) : 10 + 220 : 11(1200 : 40 – 600 : 15 + 25)
h) (14 + 102)11
i) 66 : 11 + 40 : 5
j) (80 – 64) : 2 + 24 + 125

Scanned with OKEN Scanner

4. Ridicarea la putere a numerelor naturale

1) Calculaţi:

a) 1^{2011}

b) 2^3

c) 3^2

d) 4^3

e) 5^2

f) 6^3

g) 10^5

h) 2^6

i) 3^4

j) 5^3

2) Care dintre următoarele numere este o putere a lui 2?

25; 16; 48; 100; 64; 1024

3) Care dintre următoarele numere este o putere a lui 3?

16; 24; 27; 18; 29

4) Scrieţi următoarele numere ca puteri cu baza 2: 16; 64; 4^3, 8^2; 16^5.

5) Scrieţi următoarele numere ca puteri cu baza 10: 100; 1; 1000^3; 1000000

6) Ordonaţi crescător numerele: 2^0; 16; 3; 2^2; 25; 2^5

7) Ordonaţi descrescător numerele: 3^0; 81; 324; 19; 3^3

8) Scrieţi primele 10 puteri ale lui 2 (începând cu 2^1)

9) Scrieţi primele 6 puteri ale lui 3 (începând cu 3^1)

10) Scrieţi primele 6 puteri ale lui 5 (începând cu 5^1)

11) Calculaţi: $1+2+2^2+2^3+2^4+2^5+2^6$

12) Arătaţi că: $1+2+2^2+...+2^9<2^{10}$.

13) Calculaţi exprimând rezultatul sub formă de putere::

a) $2^3\cdot 2^5\cdot 2^7$

b) $4^2\cdot 4^8\cdot 4^{10}$

c) $5^{10}:5^5:5^3$

d) $5^2\cdot 5^4\cdot 5^7:5^1$

e) $\left(2^{10}\right)^2:2^{20}\cdot 2^7:2^6$

f) $\left(2^7\right)^{11}:\left(2^{11}\right)^7$

g) $3^0\cdot 3^1\cdot 3^2\cdot ...\cdot 3^{10}$

h) $\left(4^3\cdot 4^5\cdot 4^7\right):\left(4^9\cdot 4^5\right)$

i) $\left(2^7:2^5\right):\left(2^9:2^7\right)$

j) $\left(3^{10}\right)^2:\left(3^6\right)^3\cdot 3^5$

Scanned with OKEN Scanner

14) Calculați:

a) $\left(2^3 \cdot 2^5 \cdot 2^7\right) : 2^{10} + 1$

b) $2 + 2^2 : 2 + 3^3 : 3$

c) $\left(5 + 2^4 : 2^2 + 3^2 \cdot 3^4\right) : \left(\left(3^2\right)^3 + 10 : 2 + 4\right)$

d) $\left(2^0 + 2^1 + \ldots + 2^{2011}\right)^0 \cdot 2^{3^{2^0}}$

e) $\left(2^0 + 2^1 + \ldots + 2^{2011}\right)^0 \cdot 2^{3^{2^0}}$

f) $\left(1 + 4^4 : 2^6 + 9^3 : 27^2\right) : \left(5^{2010} : 25^{1005} + 3\right)$

g) $5^7 \cdot 2^3 \cdot 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 2$

h) $2^2 \cdot 3^2 \cdot 3^5 \cdot 2^4 \cdot 3^7$

i) $2^3 \cdot 34 - 2^3 \cdot 33$

j) $200 - 2^4 \cdot 5 + 3^{40} : 3^{38}$

15) Calculați:

a) $2 + 2^3$

b) $10 - 2^3$

c) $10 + 2 \cdot 5 + 2^5$

d) $2^3 + 3^2$

e) $\left(2^3 \cdot 5^3\right)^3$

f) $1 + 2 \cdot 3^4$

g) $\left(2^3 \cdot 3^3\right) : 2^2$

h) $\left(3^2 \cdot 4^2\right) : 3$

i) $\left(2 \cdot 3^2\right)^2$

j) $\left(2 \cdot 5^2 \cdot 7\right)^2$

Scanned with OKEN Scanner

16) Calculați:

a) $\left\{\left[\left(2^{5^{1^0}}+9^{0^{5^2}}+7^{1^{3^5}}\right):5^{6^{0^3}}\right]:\left(2^{1999}:2^{1996}\right)\right\}^{2011}\ 1^{2^3}+2^{1^3}+3^{2^1}$

b) $5^{3^0}+0^{3^5}+4^{0^7}$

c) $1^0+2^5+0^7+1^{93}+21^0$

d) $10^{51}:\left(10^{38}:10^{20}\right)$

e) $108:\left(2\cdot3^2\right)+\left(3^2\cdot5\right)^2:225$

f) $3+3^2+3^3+3^4-120$

17) Comparați următoarele numere:

a) 1^{2010} și 1^{2011}

b) 0^{50} și 0^{100}

c) 2010^0 și 2011^0

d) 4^5 și 3^5

e) 201^{50} și 201^{30}

f) $\left(207^3\right)^0$ și 208^2

g) $\left(16^3\right)^9$ și $\left(16^9\right)^3$

h) 49^{222} și $\left(49^{111}\right)^2$

i) $37^{2^{3^0}}$ și $37^{\left(2^3\right)^0}$

j) $18^{2^{1^4}}$ și $18^{1^{2^4}}$

18) Comparați următoarele numere:

a) 4^{200} și 8^{100}

b) 25^{60} și 125^{20}

Scanned with OKEN Scanner

c) 128^4 și 64^9

d) 1000^{100} și 100^{1000}

e) 7^{120} și 49^{50}

f) 2^{333} și 3^{222}

g) 7^{51} și 15^{34}

h) 8^{26} și 3^{39}

i) 5^{34} și 9^{51}

j) 5^{202} și 3^{303}

19) Ordonați crescător următoarele numere:

$$3^{1^{0^2}};\ \left(3^1\right)^{0^2};\ \left(3^{1^0}\right)^2;\ 3^{\left(2^1\right)^2}$$

20) Ordonați crescător următoarele numere:

$4^2;\ 15;\ 5^{3^0};\ 2^3;\ 0^{2011};\ 1^{2010}$

21) Încadrați următoarele numere între două puteri consecutive ale lui 2.

(Exemplu: $2^2 < 5 < 2^3$)

a) 17 **b)** 29 **c)** 101 **d)** 513 **e)** 98 **f)** 625

22) Calculați respectând ordinea efectuării operațiilor:

a) $0^8 : 1^7 + 3^4 : 9^2 + 2^{17} : 8^4 + 9^{14} : 27^5 : 9^5 : 3^2$

b) $3^{40} : \left(3^3 \cdot 3^{34}\right) \cdot \left(3^2 + 3 \cdot 25\right) : 42$

c) $1 + 7^{49} : \left(7 \cdot 7^2 \cdot 7^{45}\right) - \left(7^2 + 7 \cdot 2\right) : 3^2$

d) $\left(3^0 \cdot 3^1 \cdot 3^{13} : 3^5 + 1\right) : \left[\left(3^2\right)^3 \cdot 27 + 3^0\right]$

e) $\left(3 \cdot 5^{12} + 2 \cdot 15^{12}\right) : 5^{11}$

Scanned with OKEN Scanner

f) $\left(2^0 \cdot 2^1 \cdot 2^2 - 2^3\right) \cdot 2^{1999}$

g) $\left(3^2\right)^5 : \left(3^2\right)^4 - 3^2$

h) $\left(5^{17} \cdot 5^{18} + 7^{23} : 7^{15}\right) : \left(7 \cdot 7^2 \cdot 7^5 + 5^{50} \cdot 5^{15}\right)$

i) $\left(1990 + 1990^2\right) : \left(1990^0 + 1990^1\right)$

j) $5^{1998} - 5^{1997} - 5^{1996} - 19 \cdot 25^{998}$

23) Calculaţi:

a) $\left(125 - 3 \cdot 3^2\right) : 7^2 + 2000^0$

b) $\left(27 - 3 \cdot 3^2\right) : 1999^{2000}$

c) $\left(2^3 + 2^3\right)^2 : \left(2^2 + 2^2\right) : 2 + 2^0 \cdot 0$

d) $\left(3^6\right)^4 : 3^3 \cdot \left(3^6 + 3^6 + 3^6\right) - 27^6 \cdot 3^{10}$

e) $\left(1^{3^{4^5}} + 11^{1^{2^4}}\right) : 2^{1^3}$

f) $\left(3^5 + 3^5 + 3^5\right)^5 : \left(3^4 + 3^4 + 3^4\right)^6$

g) $\left[3^{121} : \left(3^2\right)^{60} + \left(5^3\right)^2 : 5^2\right] : 2^2$

h) $2^{101} : \left[\left(5^{171} : 5^{170} - 3\right)^{98} + 2^{105} : \left(2^3 \cdot 2^4\right) + \left(2^{11}\right)^9\right]$

Scanned with OKEN Scanner

i) $\left(2^1-1^2\right)\left(3^2-2^3\right)\left(4^2-2^4\right)\left(2^5-5^2\right)\left(2^6-6^2\right)\left(2^7-7^2\right)\left(2^8-8^2\right)\left(2^9-9^2\right)$

j) $\left\{\left[\left(2^{5^{10}}+9^{0^{5^2}}+7^{1^{3^5}}\right):5^{6^{0^3}}\right]:\left(2^{1999}:2^{1996}\right)\right\}^{2011}$

24) Calculați folosind metoda factorului comun:

a) $102\cdot15+102\cdot16+102\cdot17-102\cdot47$

b) $205\cdot71+71\cdot115-71\cdot300-71\cdot20$

c) $425\cdot8+425\cdot2$

d) $4256\cdot9+4256$

e) $249+249\cdot9$

f) $8932\cdot7+8932\cdot2+8932$

g) $41\cdot12+12\cdot2-12+12\cdot3$

h) $28\cdot3-6+28\cdot9$

i) $12+6\cdot5+6\cdot7$

j) $9134\cdot1015-9134\cdot12-9134\cdot2-9134$

25) Calculați folosind metoda factorului comun:

a) $24+24\cdot4$

b) $20-10\cdot2+20\cdot5$

c) $4\cdot3+4\cdot2$

d) $5\cdot4+5\cdot3+10\cdot7+10\cdot5$

e) $36\cdot15-36\cdot9+36\cdot4$

f) $23\cdot5+13\cdot5+14\cdot5$

g) $43\cdot5+43$

h) $89\cdot7+89\cdot2+89$

i) $13\cdot101-13+13\cdot400$

j) $2543\cdot3143+3143\cdot348-2891\cdot3143$

Scanned with OKEN Scanner

26) Calculați respectând ordinea operațiilor:

a) $2+4\cdot(2+4\cdot 2)$

b) $2+4:(1+6:2)$

c) $10-2:(2-4:4)$

d) $20-6\cdot(4-4:4)$

e) $30-30:(4+13\cdot 2)$

f) $15-8:(2+3\cdot 2)$

g) $20+4:(3-6:3)$

h) $40-100:(1+3\cdot 33)$

i) $2^3\cdot 34-2^3\cdot 33$

j) $2^2\cdot 35+2^2\cdot 15$

k) $10^3\cdot 191-10^3\cdot 92+1000$

l) $13^2\cdot 253-169\cdot 252$

m) $11^2\cdot 392-11^2\cdot 390-121$

n) $\left[(120\cdot 625)\cdot(2^3\cdot 10)\right]:(2\cdot 5^2:25)$

o) $3^2+(4\cdot 6)^2+2^5\cdot 5^2-1$

p) $\left[1+2\cdot 2^{49}+2^{94}:2^{14}+(3^2)^{100}\right]:(1+2^{50}+2^{80}+3^{200})$

r) $1\cdot 2^3+1\cdot 2^2+1$

s) $9^2\cdot 419-81\cdot 418-81$

t) $(64\cdot 81\cdot 108):(8\cdot 27\cdot 36)$

u) $(4+2^{192}:2^{188}):5$

v) $\left[(5^3)^{12}:5^{2^5}-25\right]:5$

Scanned with OKEN Scanner

x) $\left(1+2+2\cdot 2+2\cdot 2^2\right):15$

z) $\left(1+3\cdot 3^2\cdot 3^4\right):\left(3^7+1\right)$

5. Ecuații și inecuații în mulțimea numerelor naturale. Probleme care se rezolvă cu ecuații

1) Este 1 soluție a ecuției $x+6=8$?

2) Alegeți dintre numerele 2; 3; 5 și 7 soluția ecuației $2x+1=11$.

3) Găsiți perechile de ecuații echivalente:

a) $x+7=9$ și $x-5=3$

b) $2x-1=7$ și $x+4=8$

c) $x+9=10$ și $x-11=7$

d) $3x+7=19$ și $3x+9=18$

e) $\left(x+9\right)\cdot 2=20$ și $3\left(x+1\right)=33$

f) $\left(x+1\right):2=20$ și $7:\left(x+1\right)=1$

4) Rezolvați următoarele ecuații:

a) $x+3x+5x=45$

b) $2x+7x-8x=85$

c) $x+2+x+3+x+4=63$

d) $2x+1+2x+3+2x+5=69$

e) $\left[2+\left(2+x\right)-2\right]:2=2$

f) $\left\{17+5\left[\left(2+x\right)-2\right]\right\}\cdot 2=34$

g) $7x+1-5x+2=3+x$

h) $x+25=14+2x$

i) $2x+13=10+5x$

j) $18x+36=49+5x$

5) Care dintre ecuațiile de mai jos au soluție în mulțimea numerelor naturale?

a) $2x+1=10$

b) $5x-7=3x-19$

Scanned with OKEN Scanner

c) $29 - x = 34$

d) $2 + 5 + x = x + 7$

e) $9 + 17 + x = x + 20$

f) $x + 20 = 15 - x$

g) $2x + 3 = 3x + 2$

h) $14 \cdot (15 - x) = 29$

i) $(7 - x) \cdot 41 = 164$

j) $x + 2x + 3x + 4x$

6) Rezolvați următoarele inecuații în mulțimea numerelor naturale:

a) $x + 7 < 9$

b) $3x + 1 \leq 10$

c) $x - 15 \leq 2$

d) $2 - x \leq 1$

e) $12 - 2x \leq 10$

f) $x + 2x + 5x \leq 24$

g) $14 + 2x - 5 + x \leq 18$

h) $18 + x - 8 \leq 17$

i) $x - 2 \leq 3 + x$

j) $7 + x \geq 9$

7) Care dintre inecuațiile de mai sus au un număr infinit de soluții, în mulțimea numerelor naturale?

8) Determinați soluțiile următoarelor ecuații și inecuații în, mulțimea numerelor naturale:

a) $17 - x = 28 - 2x$

b) $39 + x - 15 = 49$

c) $12 - x + 22 - 2x = 45 - 4x$

d) $(x + 1) + (x + 2) + (x + 3) = 2x + 12$

e) $x + 17 - 15 + x + 3 + x = 2x + 10$

f) $x + 17 \leq 25$

g) $x + 25 < 20 + 2x$

h) $3x + 1 < 2x + 4$

i) $x - 17 < 0$

j) $x + 21 < 25$

k) $5 + 3x \leq 2x + 9$

l) $7 - x \geq 5$

m) $(16 + x) \cdot 2 \leq 36$

n) $(29 - x) \cdot 3 \geq 30$

o) $x + 5 + 7 - 9 \leq 13$

9) Suma a două numere consecutive este 29. Să se afle numărul mai mic.

10) Jumătatea unui număr este cu 12 mai mică decât 25. Să se afle numărul.

11) Dacă la sfertul unui număr adunăm 10, obținem jumătatea lui. Să se afle numărul.

12) Diferența dintre două numere este 7. Să se afle cele două numere știind că suma lor este 19.

13) După ce a cheltuit jumătate din bani pe o carte, un copil își cumpără un suc de 2 lei și rămâne cu 3 lei. Să se afle câți bani a avut la început.

Scanned with OKEN Scanner

14) Scrieți numărul 87 ca sumă de numere naturale astfel încât unul să fie cu 3 mai mare decât celălalt.

15) Dacă înmulțim un număr cu 5 și adăugăm 24 la rezultat, obținem 144. Aflați numărul respectiv.

16) Un număr se înmulțește cu 8, iar din rezultat se scade 5. Aflați numărul știind că în final obținem 43.

17) Aflați două numere naturale, știind că diferența lor este 30, iar unul este de 7 ori mai mare ca celălalt.

18) Două numere au diferența 271. Aflați cele două numere, știind că împărțindu-le obținem câtul 7 și restul 13.

19) Diferența a două numere este 43. Dacă le împărțim obținem câtul 9 și restul 3. Aflați numerele.

20) Suma a două numere este 150, iar diferența lor este cât numărul cel mic. Aflați numerele.

6. Pătrate și cuburi perfecte

1) Scrieți care dintre numerele de mai jos sunt pătrate perfecte:

2^7; 8^3; 2011^{2010}; 49^5; 169; 64; 81; 0

2) Scrieți care dintre numerele de mai jos sunt cuburi perfecte:

3^9; 9^5; 2011^{2010}; 343^5; 1; 125; 64; 7^6

3) Dați exemplu de un număr natural care să fie și pătrat perfect, și cub perfect, și să fie mai mare ca 1.

4) Stabiliți dacă numerele următoare sunt pătrate perfecte:

a) $N_1 = 3^3 \cdot 2^7 \cdot 27^4 \cdot 2^9 \cdot 3$

b) $N_2 = 1^{2011} + 5^{2011} + 6^{2011} + 10^{2011}$

c) $N_3 = 2^n \cdot 3^{n+1} + 2^{n+1} \cdot 3^n$, $n \in \mathbb{N}$

d) $N_4 = 15x + 7$, $x \in \mathbb{N}$

Scanned with OKEN Scanner

5) Arătați că următoarele numere **nu** pot fi pătrate perfecte:

a) $N_1 = 10n+7,\ n \in \mathbb{N}$

b) $N_2 = 2011^{2011} + 2011^{2012} + 2011^{2013}$

c) $N_3 = n^2 + n,\ n \in \mathbb{N}^*$

d) $N_4 = 32^{2013}$

6) Dați exemplu de:

a) Două pătrate perfecte consecutive

b) Două cuburi perfecte consecutive

c) Un cub perfect încadrat între două pătrate perfecte consecutive

II. Mulțimi

1. Noțiuni introductive. Terminologie

1) Scrieți elementele următoarelor mulțimi:

a) $A = \{x \in \mathbb{N} / x \leq 4\}$

b) $B = \{x \in \mathbb{N} / 1 \leq 2^x \leq 35\}$

c) $C = \{x / x$ este literă a cuvântului elev$\}$.

d) $D = \{x / x$ este ultima cifră a unui pătrat perfect$\}$

e) $E = \{x / x$ este cifră pară$\}$

2) Pentru fiecare din mulțimile de la exercițiul 1, scrieți cardinalul. (prin cardinal înțelegem numărul de elemente al unei mulțimi)

3) Scrieți o submulțime cu două elemente a mulțimii A de la exercițiul 1.

4) Precizați dacă numărul 2 este element al mulțimii B de la exercițiul 1.

5) Aflați valoarea de adevăr a propoziției „$5 \in D$" .

6) Aflați valoarea de adevăr a propoziției „$1 \in E$" .

7) Găsiți un element care apare în fiecare din mulțimile A, B și D.

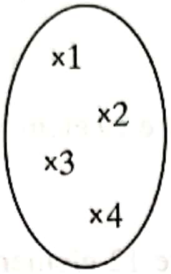
8) Găsiți un element care apare în mulțimea A și nu apare în mulțimea E.

Scanned with OKEN Scanner

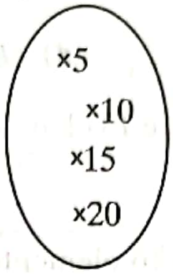
9) Scrieți toate submulțimile cu două elemente ale mulțimii E.

10) Reprezentați în alt mod următoarele mulțimi:

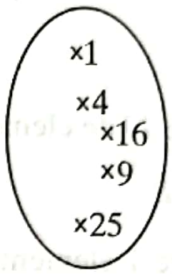
a) A



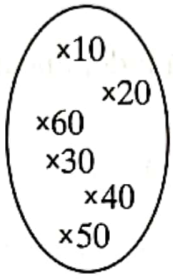
b) B



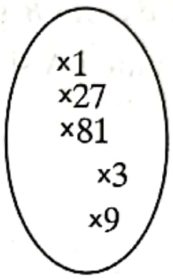
c) C



d) D



e) E



11) Reprezentați în alt mod mulțimile:

a) $A=\{0;1;2;3;4\}$

b) $B=\{1;3;5;7;9\}$

c) $C=\{1;4;16;64;256\}$

d) $D=\{10;20;30;40;50;60;70;80;90\}$

e) $E=\{11;22;33;44;55;66;77;88;99\}$

12) Scrieți o mulțime care să aibă exact 8 submulțimi.

13) Fie $A=\{2;3;4;5\}$ și $B=\{4;5;7;2;3;10\}$. Stabiliți dacă $A\subset B$ sau $B\subset A$.

2. Operații cu mulțimi

1) Fie $A=\{1;2;3;4;5\}$ și $B=\{3;4;5;6\}$. Calculați:

a) $A\cup B$

b) $A\cap B$

c) $A\setminus B$

d) $B\setminus A$

Scanned with OKEN Scanner

2) Fie $A=\{4;6;12;28\}$ și $B=\{4;6;12\}$. Calculați:

a) $A\cap B$

b) $A\cup B$

c) $A\setminus B$

d) $B\setminus A$

3) Dacă $A\cup B$ are 29 de elemente, A are 13 elemente și B are 19 elemente, aflați câte elemente are $A\cap B$.

4) Dacă $A\cap B$ are 7 elemente, A are 16 elemente și B are 12 elemente, aflați câte elemente au mulțimile $A\cup B$, $A\setminus B$ și $B\setminus A$.

5) Să se determine două mulțimi A și B care să îndeplinească simultan condițiile:

$A\cup B=\{1;2;3;4;5\}$

$A\cap B=\{1;2;3\}$

$A\setminus B=\{4\}$

6) Să se determine două mulțimi A și B care să îndeplinească simultan condițiile:

$A\cup B=\{1;2;3;4;5\}$

$A\cap B=\{3;4;5\}$

$A\setminus B=\varnothing$

7) Să se împartă mulțimea $\{1;2;3;4;5;6;7;8\}$ în două submulțimi disjuncte astfel încât suma elementelor din prima mulțime să fie egală cu suma elementelor din a doua mulțime.

8) Fie $A=\{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Să se scrie toate submulțimile cu trei elemente, care conțin numai elemente impare.

9) Fie: $A=\{x\,/\,x\in\mathbb{N},\ 3\le x\le 8\}$;

$B=\{a;3;5;7;b;8\}$;

$C=\{x\,/\,x\in\mathbb{N},\ 5\le x<8\}$;

a) Determinați numerele a și b astfel încât să avem $A=B$

b) Alegeți semnul potrivit astfel încât următoarele propoziții să fie adevărate;

Scanned with OKEN Scanner

$4 \square A$; $1 \square A$; $C \square A$; $5 \square C$

$b \square B$; $8 \square C$; $3 \square A \cap C$; $7 \square A \cap C$.

10) Se dau mulțimile: $A = \{1;3;x;5\}$;

$B = \{2;3\}$;

$C = \{7;5;1;2;3\}$.

a) Determinați numărul x astfel încât să avem $A \cup B = C$.

b) Determinați numărul x astfel încât $A \setminus B$ să conțină numai două elemente.

c) Aflați valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

$C \subset B$; $1 \in B$; $1 \subset C$; $1 \in C$.

11) Fie $A = \{2;4;8;9\}$; $B = \{1;5;8\}$; $C = \{1;3;5;7;9;8\}$; $D = \{0;4;8;10\}$.

Calculați $A \cap B$; $A \cap C$; $A \cap B \cap C$; $B \cap D$; $C \cap D$; $A \cup B \cup C \cup D$;

$(A \cup B) \cap (C \cup D)$.

III. Divizibilitatea

1. Noțiuni introductive

1) Dintre numerele alăturate, alegeți-le pe cele divizibile cu 7: 14; 0; 1; 91; 16; 26; 34.

2) Care dintre următoarele numere este divizibil cu 11?

14; 0; 1; 16; 22; 110; 88; 106; 154.

3) Scrieți trei divizori naturali ai lui 16.

4) Scrieți trei multipli naturali ai lui 5.

5) Scrieți toți divizorii naturali ai lui 8.

6) Calculați suma divizorilor naturali ai lui 19.

7) Câți multipli naturali de 7 sunt mai mici decât 41?

8) Scrieți un număr natural care să fie atât multiplu de 5, cât și de 7.

9) Scrieți un divizor comun diferit de 1 al numerelor 16; 24 și 36.

Scanned with OKEN Scanner

10) Calculați $D_6 \cap D_4$.

11) Calculați $M_7 \cap D_{14}$.

12) Scrieți trei numere care să aibă fiecare exact doi divizori naturali.

13) Dați exemplu de un număr natural care se divide cu 2 și cu 4, dar nu se divide cu 8.

14) Dați exemplu de un număr natural care se divide cu 4 și cu 6, dar nu se divide cu 24.

15) Găsiți doi multipli de 3 care au suma 15.

16) Scrieți cel mai mare multiplu al numărului 17, care este mai mic decât 50.

17) Scrieți un multiplu comun nenul al numerelor 6; 4 și 8.

18) Scrieți cel mai mic multiplu comun nenul al numerelor 6; 4 și 8.

19) Scrieți cel mai mare divizor comun al numerelor 6; 4 și 8.

20) Scrieți mulțimea divizorilor comuni ai numerelor 16 și 28.

21) Scrieți un număr care să aibă suma divizorilor naturali egală cu 6.

22) Scrieți cel mai mic număr natural care, să aibă exact trei divizori.

23) Scrieți cel mai mic număr natural, care să aibă exact patru divizori.

24) Scrieți cel mai mic număr natural de două cifre, care să aibă exact trei divizori.

25) Scrieți cel mai mic număr natural de trei cifre, care să aibă exact patru divizori.

26) Scrieți toți divizorii numărului 3^6.

27) Scrieti cel mai mare număr de două cifre, care să aibă exact doi divizori.

28) Scrieți cel mai mic număr de trei cifre, care să aibă exact doi divizori.

29) Scrieți numărul 175 ca suma dintre un număr impar și un număr care să aibă exact doi divizori.

30) Care este ultima cifră a sumei multiplilor de două cifre ai numărului 10?

31) Scrieți mulțimea divizorilor pari ai numărului 25.

32) Scrieți numărul 2011 ca suma dintre un multiplu de 10 și un număr care are exact doi divizori.

2. Criterii de divizibilitate

1) Aflați valoarea de adevăr a propozițiilor următoare:

a) 3⋮3

b) 1/3

g) $1 \in D_7$

h) $125 \in D_5$

Scanned with OKEN Scanner

c) $3/1$

d) $0/14$

e) $75 \vdots 0$

f) $13 / 13$

i) $210 \vdots 10$

j) $210 \in M_{10}$

k) *mulțimea M_7 este finită*

l) *mulțimea D_7 este finită*

2) Determinați, în fiecare caz, valoarea cifrei a pentru care sunt îndeplinite condițiile:

a) $\overline{25a} \vdots 5$

b) $\overline{25a} \vdots 10$

c) $\overline{1a7} \vdots 2$

d) $\overline{1a5} \vdots 5$

e) $\overline{a07} \vdots 3$

f) $\overline{4a0} \vdots 4$

3) Aflați valoarea cifrei x pentru care sunt îndeplinite condițiile:

a) $10 / \overline{xxx}$

b) $2 / \overline{xxx}$

c) $5 / \overline{xxx}$

d) $3 / \overline{xxx}$

e) $9 / \overline{xxx}$

f) $4 / \overline{xxx}$

4) Determinați cifra x pentru care numărul următor este divizibil cu 10:

a) $\overline{2x5} + \overline{25x}$

b) $\overline{35x} + \overline{47x}$

c) $\overline{7x2} + \overline{8x}$

d) $\overline{102x} + \overline{x2x}$

5) Determinați cifra x în fiecare din cazurile următoare:

a) $\overline{1x2} \vdots 3$

b) $\overline{x1x} \vdots 4$

c) $5 / \overline{2x30}$

d) $9 / \overline{4x27}$

e) $\overline{98x2} \vdots 2$

f) $\overline{x3} \not\vdots 3$

g) $4 / \overline{x4}$

h) $\overline{2x2} \vdots 3$

i) $\overline{4x2} \vdots 9$

j) $\overline{1x4} \vdots 4$

6) Scrieți două numere naturale care au ca divizor comun doar numărul 1.

7) Se dă numărul $\overline{34x}$. Găsiți valoarea cifrei x pentru fiecare caz în parte:

Scanned with OKEN Scanner

a) $\overline{34x} \vdots 2$

b) $\overline{34x} \vdots 3$

c) $\overline{34x} \vdots 4$

d) $\overline{34x} \vdots 5$

e) $\overline{34x} \vdots 9$

f) $\overline{34x} \vdots 10$

8) **a)** Determinați cel mai mic număr natural de două cifre divizibil cu 2 și 3.

b) Determinați cel mai mare număr natural de două cifre divizibil cu 2 și 3.

c) Determinați cel mai mic număr natural de trei cifre divizibil cu 3 și 5.

d) Determinați cel mai mare număr natural de trei cifre divizibil cu 3 și 5.

e) Determinați cel mai mic număr natural de trei cifre divizibil cu 4, 5 și 9.

9) Arătați că numărul $A=17+10^n$ este divizibil cu 9, $\forall n \in \mathbb{N}$.

10) Arătați că numărul $9^{12}-7^{12}$ este divizibil cu 10.

IV. Fracții

1. Fracții ordinare

1) Pentru fiecare din fracțiile următoare, scrieți care este numărătorul și care este numitorul: $\frac{7}{13}; \frac{8}{12}; \frac{15}{2}; \frac{9}{4}$.

2) Scrieți cinci fracții care au numitorul 7.

3) Scrieți cinci fracții care au numărătorul 2.

4) Scrieți trei fracții subunitare și trei fracții supraunitare.

5) Scrieți toate fracțiile supraunitare care au numărătorul 5.

6) Scrieți toate fracțiile subunitare care au numitorul 7.

7) Scrieți o fracție echiunitară care are suma dintre numitor și numărător 18.

8) Scrieți două fracții echivalente.

9) Scrieți toate fracțiile care au suma dintre numărător și numitor 6.

10) Scrieți o fracție al cărei numărător să fie cu 2 mai mic decât numitorul.

Scanned with OKEN Scanner

11) Scrieți cinci fracții subunitare, care să aibă numărătorul și numitorul numere consecutive.

12) Dați exemplu de cinci fracții echivalente.

13) Amplificați cu 10 următoarele fracții: $\frac{1}{2};\frac{3}{7};\frac{4}{9};\frac{15}{13};\frac{20}{7};\frac{101}{205};\frac{3}{3};\frac{1}{8};\frac{9}{3};\frac{5}{11}$.

14) Amplificați următoarele fracții astfel încât să aibă numitorul 12: $\frac{1}{3};\frac{7}{6};\frac{7}{2};\frac{5}{4}$

15) Simplificați cu 2 fiecare din următoarele fracții:

$$\frac{6}{4};\frac{10}{22};\frac{16}{80};\frac{4}{8};\frac{26}{48};\frac{36}{46};\frac{50}{60};\frac{100}{2};\frac{0}{10};\frac{22}{44}$$

16) Amplificați sau simplificați următoarele fracții, astfel încât după aceste operații fiecare să aibă numitorul 6: $\frac{1}{3};\frac{2}{6};\frac{14}{12};\frac{24}{48};\frac{7}{2}$.

17) Comparați următoarele perechi de fracții:

a) $\frac{1}{2}$ și $\frac{3}{2}$

b) $\frac{7}{9}$ și $\frac{7}{4}$

c) $\frac{3}{3}$ și $\frac{4}{4}$

d) $\frac{1}{2}$ și $\frac{1}{9}$

e) $\frac{10}{5}$ și $\frac{7}{5}$

f) $\frac{4}{9}$ și $\frac{9}{4}$

g) $\frac{8}{7}$ și $\frac{3}{3}$

h) $\frac{10}{11}$ și $\frac{4}{4}$

i) $\frac{0}{30}$ și $\frac{1}{5}$

j) $\frac{1}{2}$ și $\frac{5}{10}$

18) Amplificați următoarele fracții pentru a obține fracții cu numitorul 100 (procente):

a) $\frac{1}{2}$ **b)** $\frac{17}{50}$ **c)** $\frac{15}{20}$ **d)** $\frac{70}{10}$ **e)** $\frac{9}{25}$

19) Folosind numai numerele 0; 17; 20; 1 și 5, scrieți toate fracțiile care se pot forma.

20) Dintre fracțiile scrise la exercițiul 19), alegeți-le pe cele subunitare.

21) Câte fracții echiunitare ați scris la exercițiul 19)?

22) Există printre fracțiile scrise la exercițiul 19) unele echivalente? Care sunt?

Scanned with OKEN Scanner

2. Aflarea unei fracții dintr-un număr natural

1) Calculați cât reprezintă $\frac{1}{2}$ din 30.

2) Aflați cât reprezintă $\frac{1}{6}$ din 90.

3) Aflați un sfert din 20.

4) Calculați 2% din 700.

5) Calculați 20% din 700.

6) Calculați 20% din 70.

7) Comparați 20% din 50 cu 50% din 20.

8) Care este mai mare: 20% din 80 sau 40% din 80?

9) Aflați un număr, știind că jumătatea lui este 45.

10) Aflați un număr, știind că sfertul lui este 40.

11) Aflați un număr, știind că 10% din el este 20.

12) Aflați un număr, știind că 50% din el este 70.

13) După ce a parcurs trei sferturi din drum, un copil mai are de mers 2 km. Ce lungime are întregul drum?

14) După ce a rezolvat 80% din temă, un elev mai are 2 probleme. Câte probleme a avut întreaga temă?

15) După o reducere de 20%, salariul unui muncitor este de 800 de lei. Care era salariul inițial?

16) Ce procent din 150 reprezintă 15?

17) Ce procent din 200 reprezintă 400?

18) Ce raport din 90 reprezintă 9?

3. Introducerea și scăderea întregilor din fracții

1) Introduceți întregii în fracții:

a) $1\frac{3}{2}$ **h)** $14\frac{1}{10}$ **o)** $9\frac{1}{11}$

b) $10\frac{5}{4}$ **i)** $9\frac{1}{7}$ **p)** $20\frac{16}{15}$

Scanned with OKEN Scanner

c) $7\frac{1}{5}$ j) $16\frac{1}{8}$ r) $17\frac{8}{9}$

d) $8\frac{1}{4}$ k) $10\frac{1}{2}$ s) $4\frac{3}{7}$

e) $9\frac{1}{8}$ l) $4\frac{1}{9}$ t) $9\frac{7}{10}$

f) $11\frac{3}{5}$ m) $5\frac{1}{7}$ u) $11\frac{3}{20}$

g) $12\frac{1}{7}$ n) $6\frac{1}{3}$ v) $12\frac{4}{5}$

2) Scoateți întregii din următoarele fracții supraunitare:

$$\frac{29}{3};\frac{29}{5};\frac{11}{7};\frac{17}{5};\frac{90}{7};\frac{90}{5};\frac{90}{21};\frac{90}{89};\frac{101}{50};\frac{123}{12};\frac{49}{7};\frac{49}{21};\frac{75}{3};\frac{76}{11};\frac{1010}{200};\frac{2011}{7};\frac{41}{30};\frac{79}{2};\frac{25}{12};\frac{123}{40}$$

3) Stabiliți dacă următoarele perechi de fracții sunt echivalente:

a) $1\frac{2}{3}$ și $\frac{5}{3}$

b) $\frac{70}{21}$ și $3\frac{7}{21}$

c) $\frac{101}{10}$ și $10\frac{1}{10}$

d) $49\frac{2}{5}$ și $\frac{245}{5}$

e) $11\frac{1}{8}$ și $10\frac{9}{8}$

f) $\frac{41}{6}$ și $6\frac{5}{6}$

g) $20\frac{40}{15}$ și $22\frac{5}{15}$

h) $18\frac{1}{8}$ și $\frac{132}{8}$

i) $6\frac{1}{8}$ și $6\frac{1}{9}$

j) $\frac{59}{20}$ și $1\frac{19}{20}$

4. Adunarea și scăderea fracțiilor cu același numitor

1) Calculați:

a) $\frac{7}{12}+\frac{5}{12}+\frac{4}{12}+\frac{11}{12}$

b) $\frac{8}{5}+\frac{14}{5}+\frac{9}{5}+\frac{3}{5}$

c) $\frac{1}{2}+\frac{3}{2}+\frac{5}{2}+\frac{7}{2}$

d) $\frac{7}{9}+\frac{4}{9}-\frac{1}{9}+\frac{5}{9}$

e) $\frac{7}{8}-\frac{3}{8}+\frac{4}{8}-\frac{8}{8}$

f) $\frac{1}{2}+\frac{2}{2}+\frac{3}{2}+\frac{4}{2}+\frac{5}{2}$

2) **a)** Amplificați următoarele fracții pentru a obține numitorul 20:

$$\frac{1}{5};\ \frac{2}{10};\frac{7}{4};\frac{9}{2}$$

b) Adunați fracțiile de mai sus, după amplificare.

Scanned with OKEN Scanner

3) Calculați:

a) $\frac{4}{115}+\frac{3}{115}$ **b)** $\frac{2}{9}+\frac{5}{9}$

c) $\frac{3}{7}-\frac{2}{7}$ **d)** $\frac{2}{5}+\frac{3}{10}$

e) $\frac{2}{35}+\frac{9}{35}$ **f)** $\frac{7}{101}-\frac{5}{101}$

g) $\frac{22}{59}-\frac{12}{59}$ **h)** $\frac{101}{60}-\frac{12}{60}$

i) $\frac{4}{7}+\frac{1}{7}-\frac{2}{7}$ **j)** $\frac{7}{3}-\frac{5}{3}+\frac{8}{3}$

k) $1\frac{1}{5}+\frac{7}{5}-\frac{12}{5}$ **l)** $2\frac{1}{2}+3\frac{1}{2}+4\frac{1}{2}$

4) Calculați după aducerea la același numitor:

a) $\frac{3}{4}+\frac{5}{6}+\frac{7}{12}$ **b)** $\frac{2}{3}+\frac{3}{5}-\frac{4}{15}$

c) $\frac{9}{16}-\frac{5}{32}$ **d)** $5\frac{1}{6}+2\frac{2}{3}+4$

e) $\frac{5}{6}+2\frac{1}{3}+4\frac{1}{2}$ **f)** $5\frac{1}{6}+2\frac{2}{3}+4$

5) Calculați:

a) $\frac{1}{13}+\frac{2}{13}+\frac{3}{13}+\ldots+\frac{12}{13}$

b) $\frac{1}{n+1}+\frac{2}{n+1}+\frac{3}{n+1}+\ldots+\frac{n}{n+1}$

c) $\frac{10}{61}+\frac{20}{61}+\frac{30}{61}+\ldots+\frac{600}{61}$

6) Calculați:

a) $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}$ **b)** $\frac{3}{71}+\frac{2}{71}$ **c)** $\frac{2}{5}+\frac{7}{5}$

d) $\frac{1}{24}+\frac{3}{24}$ **e)** $\frac{1}{33}+\frac{31}{33}$ **f)** $\frac{2}{3}+\frac{1}{3}$

g) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$ **h)** $\frac{1}{4}+\frac{1}{2}$ **i)** $\frac{1}{6}+\frac{1}{3}$

Scanned with OKEN Scanner

j) $\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$ k) $\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$ l) $\frac{1}{8}+\frac{1}{2}$

m) $\frac{2}{5}+\frac{1}{10}$ n) $\frac{3}{4}+\frac{5}{12}$ o) $\frac{1}{2}+\frac{7}{12}$

p) $\frac{1}{12}+\frac{7}{3}$ r) $\frac{1}{12}+\frac{5}{6}$ s) $\frac{1}{12}+\frac{7}{3}$

t) $\frac{7}{15}+\frac{1}{3}$ u) $\frac{8}{15}+\frac{3}{5}$

7) Calculați:

a) $\left(\frac{2}{17}+\frac{3}{17}\right)+\frac{4}{17}$ b) $\left(\frac{4}{123}+\frac{17}{123}\right)+\frac{23}{123}$

c) $\frac{4}{123}+\left(\frac{17}{123}+\frac{23}{123}\right)$ d) $\frac{2}{17}+\left(\frac{3}{17}+\frac{4}{17}\right)$

e) $\left(\frac{3}{19}+\frac{4}{19}\right)+\frac{5}{19}$ f) $\frac{3}{19}+\left(\frac{4}{19}+\frac{5}{19}\right)$

g) $\left(\frac{1}{15}+\frac{2}{15}\right)+\left(\frac{4}{15}+\frac{7}{15}\right)$ h) $\frac{1}{15}+\left(\frac{2}{15}+\frac{4}{15}\right)+\frac{7}{15}$

i) $\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{6}\right)+\frac{1}{6}$ j) $\frac{2}{6}+\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{2}\right)$

8) Calculați:

a) $\frac{2}{17}+\frac{29}{17}+\frac{8}{17}$ b) $\frac{19}{23}+\frac{42}{23}+\frac{81}{23}+\frac{58}{23}$

c) $\frac{1}{101}+\frac{2}{101}+\frac{3}{101}+\ldots+\frac{9}{101}$ d) $\frac{91}{271}+\frac{92}{271}+\frac{9}{271}+\frac{8}{271}$

e) $\frac{1}{14}+\frac{5}{14}+\frac{9}{14}+\frac{5}{14}$ f) $\frac{1}{5}+\frac{3}{10}+\frac{1}{5}$

g) $\frac{3}{7}+\frac{1}{14}+\frac{2}{7}$ h) $\frac{3}{13}+\frac{1}{26}+\frac{3}{13}+\frac{7}{26}$

i) $\frac{7}{11}+\frac{3}{22}+\frac{2}{11}+\frac{1}{22}+\frac{1}{11}$ j) $\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{4}{3}+\frac{5}{6}+\frac{1}{12}$

k) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{3}{2}+\frac{5}{4}+\frac{1}{8}$

Scanned with OKEN Scanner

9) Calculați:

a) $2+\frac{1}{3}$

b) $3+\frac{1}{2}$

c) $\frac{1}{4}+5$

d) $5+\frac{2}{7}$

e) $16+\frac{2}{5}$

f) $2+\frac{1}{3}+5+\frac{1}{3}$

g) $31+\frac{1}{7}$

h) $7+\frac{3}{7}+2+\frac{1}{2}+5+\frac{3}{14}$

i) $8+\frac{2}{9}+3+12+\frac{13}{18}$

j) $23+\frac{1}{3}$

10) Calculați:

a) $2\frac{1}{13}+3\frac{7}{13}$

b) $3\frac{2}{5}+5\frac{1}{5}$

c) $12\frac{1}{7}+2\frac{3}{7}$

d) $3\frac{4}{9}+5\frac{1}{9}$

e) $3\frac{2}{11}+5\frac{3}{11}$

f) $11\frac{1}{6}+2\frac{5}{6}$

g) $5\frac{1}{8}+2\frac{3}{8}+\frac{5}{8}$

h) $3\frac{1}{2}+25\frac{1}{4}$

i) $5\frac{2}{5}+3\frac{1}{10}+\frac{1}{2}$

j) $\frac{2}{5}+7\frac{13}{15}+8\frac{1}{30}$

11) Calculați:

a) $\frac{12}{13}-\frac{3}{13}$

b) $\frac{25}{7}-\frac{15}{7}$

c) $\frac{27}{119}-\frac{25}{119}$

d) $\frac{25}{114}-\frac{15}{114}$

e) $\frac{7}{9}-\frac{2}{9}$

f) $\frac{17}{43}-\frac{10}{43}$

g) $\frac{17}{20}-\frac{3}{20}$

h) $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}$

Scanned with OKEN Scanner

i) $\frac{1}{20}-\frac{1}{40}$

j) $\frac{3}{14}-\frac{1}{28}$

k) $\frac{1}{6}-\frac{1}{8}$

l) $\frac{12}{17}-\frac{3}{34}$

m) $\frac{5}{28}-\frac{1}{64}$

n) $\frac{3}{100}-\frac{7}{1000}$

o) $\frac{1}{128}-\frac{1}{132}$

12) Calculați:

a) $\left(\frac{7}{15}-\frac{4}{15}\right)-\frac{2}{15}$

b) $\frac{7}{15}-\left(\frac{4}{15}-\frac{2}{15}\right)$

c) $\left(\frac{12}{17}-\frac{7}{17}\right)-\frac{5}{17}$

d) $\frac{12}{17}-\left(\frac{7}{17}-\frac{5}{17}\right)$

e) $\left(\frac{4}{5}-\frac{1}{3}\right)-\frac{1}{6}$

f) $\frac{4}{5}-\left(\frac{5}{6}-\frac{1}{3}\right)$

13) Calculați:

a) $\frac{15}{17}-\frac{4}{17}+\frac{3}{17}$

b) $\frac{25}{19}+\frac{7}{19}-\frac{4}{19}-\frac{3}{19}+\frac{1}{19}$

c) $\frac{7}{10}-\frac{3}{10}+\frac{1}{10}$

d) $\frac{20}{13}-\frac{17}{13}+\frac{5}{13}-\frac{2}{13}-\frac{1}{13}-\frac{2}{13}$

e) $\frac{4}{5}-\frac{1}{10}+\frac{7}{20}$

f) $\frac{3}{4}-\frac{1}{8}+\frac{1}{12}$

g) $\frac{2}{3}+\frac{1}{9}-\frac{1}{18}$

h) $21\frac{2}{3}+2\frac{1}{6}-4\frac{1}{12}$

i) $14\frac{3}{4}-2\frac{1}{8}-3\frac{1}{16}$

j) $7\frac{5}{6}-3\frac{2}{4}-\frac{1}{8}$

Scanned with OKEN Scanner

V. Fracții zecimale

1. Transformarea fracțiilor cu numitori puteri ale lui 10, sub formă de fracții zecimale

1) Transformați următoarele fracții ordinare în fracții zecimale:

a) $\frac{7}{10}$ **b)** $\frac{9}{100}$ **c)** $\frac{3}{1000}$

d) $\frac{15}{100}$ **e)** $\frac{9}{1000}$ **f)** $\frac{13}{1000}$

2) Transformați în fracții zecimale:

a) $\frac{1}{100}$ **f)** $\frac{1}{10^4}$

b) $\frac{25}{1000}$ **g)** $\frac{29}{10}$

c) $\frac{7}{10^3}$ **h)** $\frac{111}{10}$

d) $\frac{15}{10^4}$ **i)** $\frac{3128}{10^2}$

e) $\frac{2}{10^3}$ **j)** $\frac{4175}{10^3}$

3) Transformați în fracții zecimale, după ce ați amplificat pentru a obține la numitor o putere a lui 10:

a) $\frac{1}{2}$ **f)** $\frac{1}{8}$ **k)** $\frac{1}{2^3 \cdot 5}$

b) $\frac{7}{5}$ **g)** $\frac{4}{25}$ **l)** $\frac{7}{5^2 \cdot 2}$

c) $\frac{9}{4}$ **h)** $\frac{29}{50}$ **m)** $\frac{9}{5 \cdot 2^3}$

d) $\frac{12}{5}$ **i)** $\frac{1}{20}$ **n)** $\frac{14}{4 \cdot 5}$

Scanned with OKEN Scanner

e) $\frac{4}{20}$ j) $\frac{9}{125}$ o) $\frac{29}{5^3 \cdot 2}$

4) Simplificați convenabil și apoi transformați în fracții zecimale:

a) $\frac{9}{30}$ d) $\frac{6}{60}$

b) $\frac{14}{700}$ e) $\frac{18}{900}$

c) $\frac{33}{1100}$ f) $\frac{81}{9000}$

2. Transformarea fracțiilor zecimale finite sub formă de fracții ordinare

1) Transformați în fracții ordinare următoarele fracții zecimale:

a) 406,47 **b)** 90,48 **c)** 110,25
d) 79,96 **e)** 265,19 **f)** 87,35
g) 915,25 **h)** 2016,508 **i)** 365,36
j) 124,78 **k)** 365,36 **l)** 0,527
m) 25,037 **n)** 0,08 **o)** 0,007

2) Transformați în fracții ordinare următoarele fracții zecimale:

a) 0,527 **b)** 9,7 **c)** 245,36
d) 0,250 **e)** 40,312 **f)** 388,13
g) 0,527 **h)** 0,001 **i)** 0,513
j) 25,037 **k)** 2,52 **l)** 6,275
m) 4,59 **n)** 7,95 **o)** 3,279

3) Transformați în fracții ordinare următoarele fracții zecimale:

a) 39,123 **b)** 47,005 **c)** 0,0009
d) 128,075 **e)** 7,0015 **f)** 8,0128
g) 9,207 **h)** 20,003 **i)** 121,013

Scanned with OKEN Scanner

j) 0,00007 **k)** 14,207 **l)** 23,117

m) 9,0501 **n)** 16,0035 **o)** 23,00018

3. Aproximări și rotunjiri

1) Aproximați prin lipsă, la zecimi, sutimi, miimi, următoarele fracții zecimale:

a) 406,4721 **b)** 90,4893 **c)** 1,1025

d) 7,9965 **e)** 2,6519 **f)** 0,0075

g) 0,8735 **h)** 9,1525 **i)** 2,0165

j) 0,36536 **k)** 1,2478 **l)** 3,6536

m) 0,5271 **n)** 2,5037 **o)** 0,08

2) Aproximați prin adaos, la zecimi, sutimi, miimi, următoarele fracții zecimale:

a) 3,9123 **b)** 4,7005 **c)** 0,0009

d) 1,28075 **e)** 7,0015 **f)** 0,0007

g) 16,0035 **h)** 23,00018 **i)** 128,0758

j) 0,1025 **k)** 0,0801 **l)** 7,9965

m) 1,1025 **n)** 2,6519 **o)** 3,05

3) Rotunjiți la unități, zecimi, sutimi, miimi, următoarele fracții:

a) 31,2785 **b)** 14,56 **c)** 0,009

d) 5,0013 **e)** 4,181 **f)** 23,0257

g) 9,6715 **h)** 7,1031 **i)** 14,1035

j) 21,5073 **k)** 0,0074 **l)** 3,1023

4. Compararea fracțiilor zecimale

1) Comparați următoarele fracții zecimale:

a) 2 și 2,01 **b)** 0,01 și 0,012

c) 0,1 și 0,01 **d)** 1,23 și 1,203

e) 3,14 și 3,104 **f)** 0,05 și 0,5

g) 0,14 și 0,014 **h)** 10,2 și 10,3

i) 10,2 și 11,2 **j)** 4,8 și 8,4

Scanned with OKEN Scanner

2) Comparați următoarele fracții zecimale:

a) 3,75 și 37,5
b) 0,01 și 0,11
c) 1,02 și 10,2
d) 0,102 și 0,12
e) 30,101 și 3,0101
f) 4,5 și 0,45
g) 2,11 și 2,101
h) 180,5 și 18,05
i) 2,003 și 2,03
j) 4,101 și 4,11

3) Ordonați crescător următorul șir de fracții zecimale:

3,11; 3,101; 3,12; 3,21; 3,011; 3,0101.

4) Ordonați descrescător următorul șir de fracții zecimale:

a) 5,401; 5; 5,31; 5,403; 5,67

b) 3,9; 3,82; 3,71; 2,6; 3,5; 2,71

c) 9,7; 3,7; 4,36; 100,5; 0,251; 0,26

d) 245,36; 245,736; 388,13; 389,13; 400,312

5. Adunarea și scăderea fracțiilor zecimale

1) Calculați:

a) 3,2 + 5
b) 3,5 + 4
c) 25,037 + 9
d) 14 + 0,513
e) 0,007 + 12
f) 0,08 + 1
g) 0,527 + 24
h) 0,001 + 4
i) 2,52 + 9
j) 7 + 1,5
k) 6,275 + 450
l) 32 + 0,007
m) 9,36 + 45,36
n) 7,95 + 36,8
o) 96 + 35

2) Calculați:

a) 326,50 + 4125
b) 8055,450 + 1011
c) 2,875 + 1,5
d) 986,154 + 3,985
e) 178,325 + 322,475
f) 733,265 + 67,045
g) 70,426 + 179,574
h) 402,69 + 593,307
i) 13,2 + 398,78 + 8,79
j) 0,197 + 3,78 + 29
k) 13,942 + 123,899
l) 34,78 + 789,977
m) 57,8 + 8,97 + 0,754
n) 40,025 + 400,25
o) 0,012 + 0,12+1,02

Scanned with OKEN Scanner

3) Calculați:

a) 12,7 – 2,9
b) 21,25 – 7,37
c) 342,653 – 198,374
d) 333,21 – 297,789
e) 29,3 – 17,91 – 5,34
f) 71 – 23,9 – 17,98
g) 591,25 – 343,7 – 13,987 – 79,55
h) 32,49 – 17,93 + 5,7
i) 43,7 – 29,85 + 2
j) 32,2 – 15,8
k) 713,12 – 348,543
l) 413 – 97,39 – 15,973
m) 1000 – 93,1234 + 5,37 – 499,093
n) 406,47 + 90,48 – 130

4) Calculați:

a) $10307,425+1396,08+\left(2380,5-1520\right)$

b) $110,25+79,96-85$

c) $915,52+124,78+\left(233,5-233\right)$

d) $265,19+87,35-184$

e) $2016,508+365,36+\left(1023,75-1022\right)$

5) Calculați:

a) $1,25+12,5+102,5-115$

b) $3,108-3,102+6,111-6,021$

c) $0,1+0,01+0,001-0,111$

d) $2,7+0,3+\left(1,25-0,2-0,05\right)$

e) $\left(7,5-0,5\right)+\left(1,25+0,75\right)-\left(2,3+0,6\right)$

f) $\left(2,3+0,25\right)-\left(2,75-0,75\right)-0,55$

g) $4,2+4,02+4,002-0,002-0,02-0,2+8$

h) $8,5+1,5-2,7-7,3$

i) $20,01+21,05-40,06$

j) $69,75-0,25-69+2,75-0,75$

k) $8,203-4,103+16,513-16,103$

l) $8,209-0,209+7,53-7+0,47$

m) $23,113-14,29+29,108-9,008$

n) $4,253+12,078+10,09-26$

Scanned with OKEN Scanner

6. Înmulțirea fracțiilor zecimale. Ridicarea la putere a fracțiilor zecimale

1) Calculați:

a) $0,05 \cdot 100$ **b)** $145,5 \cdot 10$ **c)** $456,13 \cdot 10^3$

d) $258,17 \cdot 10^4$ **e)** $278,05 \cdot 10$ **f)** $0,2 \cdot 10^2$

g) $3,5 \cdot 10^3$ **h)** $21,3 \cdot 10$ **i)** $21,03 \cdot 10^3$

j) $4,02 \cdot 10^4$ **k)** $25,7 \cdot 10^3$ **l)** $4,2 \cdot 10^2$

m) $2,5 \cdot 10^3$ **n)** $1,6 \cdot 100$ **o)** $0,005 \cdot 10$

2) Calculați:

a) $0,02 \cdot 5$ **b)** $1,111 \cdot 7$ **c)** $0,305 \cdot 9$

d) $4,57 \cdot 2$ **e)** $7,03 \cdot 5$ **f)** $0,031 \cdot 4$

g) $1,205 \cdot 4$ **h)** $2,011 \cdot 3$ **i)** $2,107 \cdot 4$

j) $3,109 \cdot 5$ **k)** $7,121 \cdot 5$ **l)** $21,05 \cdot 3$

m) $4,107 \cdot 4$ **n)** $8,205 \cdot 3$ **o)** $9,106 \cdot 4$

3) Calculați:

a) $120 \cdot 0,06$ **b)** $13,5 \cdot 0,2$ **c)** $4,97 \cdot 1,1$

d) $2,5 \cdot 3,7$ **e)** $0,03 \cdot 2,71$ **f)** $12,7 \cdot 2,1$

g) $1,29 \cdot 0,5$ **h)** $1,28 \cdot 1,01$ **i)** $2,93 \cdot 2,05$

j) $1,17 \cdot 6,7$ **k)** $4,2 \cdot 2,03$ **l)** $2,7 \cdot 1,05$

m) $0,9 \cdot 1,05$ **n)** $2,1 \cdot 3,02$ **o)** $4,2 \cdot 1,05$

4) Calculați:

a) $23,24 \cdot 15$ **b)** $13,15 \cdot 12,7$ **c)** $17,25 \cdot 31,27$

d) $2,5 \cdot 22$ **e)** $15 \cdot 3,7$ **f)** $0,325 \cdot 72$

g) $1,25 \cdot 15 \cdot 100$ **h)** $21,92 \cdot 0,12 \cdot 75$ **i)** $12,3 \cdot 120$

Scanned with OKEN Scanner

j) $127,225 \cdot 64$ **k)** $0,1 \cdot 0,2$ **l)** $1,4 \cdot 1,5$

m) $75,12 \cdot 17,25$ **n)** $73,25 \cdot 23$ **o)** $60 \cdot 29,75$

5) Calculați:

a) $(1,23)^4$ **b)** $(3,75)^0$ **c)** $(2,13)^1$

d) $(1,3)^3$ **e)** $(1,3 \cdot 2,1)^3$ **f)** $(1,1)^6$

g) $(2,25)^2$ **h)** $(0,4)^0$ **i)** $(0,4)^3$

j) $(1,3)^4$ **k)** $(0,5)^4$ **l)** $(1,75)^0$

m) $(2,5)^2$ **n)** $(0,1)^6$ **o)** $(1,1)^3$

6) Calculați:

a) $(2,7)^5 : (2,7^2)^2$ **b)** $0,1 \cdot (0,1)^2 \cdot (0,1)^3$

c) $(3,2)^5 : (3,2)^3$ **d)** $\left[(0,04)^5\right]^0 : (0,04)^0$

e) $(2,75)^1 \cdot (2,75)^3$. **f)** $(1,2)^8 : (1,2)^7$

g) $(0,9)^3 : (0,9)^2$ **h)** $(3,2)^8 : (3,2^3)^2$

i) $\left[(1,75)^4\right]^3 : \left[(1,75)^6\right]^2$ **j)** $(0,4) \cdot (0,4)^2 : (0,4)^3$

k) $(0,3)^3 \cdot (0,3)^5 : \left[(0,3)^4\right]^2$ **l)** $(1,9)^2 \cdot (1,9)^7 : (1,9)^8$

m) $(5,4)^3 : (5,4)^2 : (5,4)$ **n)** $(0,02)^3 : (0,02)^2 : (0,02)^0$

o) $(1,2)^5 \cdot (1,2)^7 : (1,2)^8$

7. Împărțirea a două numere raționale cu rezultat fracție zecimală. Periodicitate. Transformarea unei fracții ordinare într-o fracție zecimală

1) Calculați:

a) 1 : 2 **b)** 3 : 2 **c)** 5 : 2

d) 7 : 4 **e)** 5 : 4 **f)** 17 : 4

g) 19 : 5 **h)** 21 : 5 **i)** 23 : 2

j) 23 : 4 **k)** 23 : 8 **l)** 27 : 5

m) 49 : 2 **n)** 49 : 8 **o)** 49 : 5

Scanned with OKEN Scanner

2) Calculați:

a) 1 : 3 **b)** 1 : 6 **c)** 1 : 7
d) 1 : 9 **e)** 2 : 3 **f)** 2 : 7
g) 2 : 9 **h)** 17 : 3 **i)** 17 : 6
j) 17 : 9 **k)** 15 : 6 **l)** 15 : 9
m) 23 : 9 **n)** 23 : 3 **o)** 23 : 6

3) Calculați:

a) 10 : 3 **b)** 20 : 6 **c)** 14 : 9
d) 14 : 6 **e)** 27 : 7 **f)** 29 : 7
g) 29 : 6 **h)** 49 : 6 **i)** 87 : 15
j) 90 : 14 **k)** 53 : 27 **l)** 62 : 3
m) 65 : 9 **n)** 78 : 15 **o)** 78 : 18

4) Transformați următoarele fracții ordinare în fracții zecimale periodice:

a) $\frac{1}{7}$ **f)** $\frac{3}{7}$ **k)** $\frac{7}{13}$

b) $\frac{2}{9}$ **g)** $\frac{5}{11}$ **l)** $\frac{5}{21}$

c) $\frac{3}{11}$ **h)** $\frac{2}{13}$ **m)** $\frac{1}{9}$

d) $\frac{7}{12}$ **i)** $\frac{29}{11}$ **n)** $\frac{10}{13}$

e) $\frac{9}{7}$ **j)** $\frac{40}{13}$ **o)** $\frac{40}{13}$

5) Stabiliți, fără a efectua împărțirea, în ce fel de fracție zecimală (finită, periodică simplă, periodică mixtă) se transformă următoarele fracții ordinare. (*Indicații: Pentru a stabili în ce fel de fracție zecimală se transformă, procedăm astfel: aducem fracția la forma sa ireductibilă și apoi: dacă numitorul se divide numai cu 2 sau 5, atunci fracția este zecimală finită; dacă se divide numai cu alte numere în afară de puteri ale lui 2 sau 5, atunci se transformă în fracție periodică simplă; dacă se divide și cu puteri ale lui 2 sau 5 și cu alte numere, atunci se transformă în fracție periodică mixtă).*

a) $\frac{3}{17}$ **f)** $\frac{1}{11}$ **k)** $\frac{7}{21}$

b) $\frac{3}{5}$ **g)** $\frac{2}{17}$ **l)** $\frac{14}{21}$

Scanned with OKEN Scanner

c) $\frac{12}{4}$ h) $\frac{4}{15}$ m) $\frac{7}{70}$

d) $\frac{12}{14}$ i) $\frac{3}{25}$ n) $\frac{1}{80}$

e) $\frac{12}{20}$ j) $\frac{4}{15}$ o) $\frac{21}{35}$

8. Împărțirea unui număr natural la o fracție zecimală finită. Împărțirea a două fracții zecimale

1) Calculați:

a) 7 : 0,5 **b)** 12 : 0,6 **c)** 13 : 1,2

d) 25 : 0,03 **e)** 75 : 0,01 **f)** 29 : 1,1

g) 31 : 0,1 **h)** 49 : 1,01 **i)** 29 : 0,01

j) 13 : 13,2 **k)** 12 : 0,05 **l)** 17 : 0,001

m) 29 : 1,3 **n)** 2011 : 0,5 **o)** 409 : 8,2

2) Calculați

a) 2,3 : 0,1 **b)** 2,5 : 1,2 **c)** 4,2 : 0,1

d) 2,8 : 1,2 **e)** 0,5 : 1,01 **f)** 2,9 : 0,2

g) 3,7 : 1,3 **h)** 0,7 : 0,5 **i)** 4,7 : 1,3

j) 2,9 : 2,9 **k)** 1,8 : 1,2 **l)** 0,27 : 0,3

m) 0,12 : 1,2 **n)** 0,9 : 0,3 **o)** 1,17 : 0,2

3) Calculați:

a) 2,75 : 1,2 **b)** 2,35 : 1,5 **c)** 2,3 : 0,23

d) 1,5 : 0,15 **e)** 2,75 : 2,75 **f)** 3 : 1,2

g) 3 : 0,12 **h)** 4 : 1,5 **i)** 4 : 0,15

j) 7 : 0,1 **k)** 7 : 0,01 **l)** 25 : 0,5

m) 25 : 2,5 **n)** 145 : 0,2 **o)** 145 : 0,02

4) Calculați:

a) 2,20 : 0,1 **b)** 17,05 : 0,5

c) 32,12 : 0,02 **d)** 4,25 : 0,5

e) 29,15 : 0,3 **f)** 23,12 : 0,4

Scanned with OKEN Scanner

Scanned with OKEN Scanner

9. Media aritmetică a două fracții zecimale finite. Ordinea efectuării operațiilor

1) Calculați:

a) $2,13+3,25\cdot 3,04:0,2$

b) $(0,2)^2\cdot(0,5)^3\cdot 10^4$

c) $2,4+(0,5)^3:(0,2)^2\cdot 7,2-3,7$

d) $(6,4-2,7)\cdot 5,2$

e) $5,8-(4,4-3,3)$

f) $0,85-0,85\cdot(3,7-3,5)$

g) $7,01-6,9\cdot 0,01$

h) $35,7\cdot 0,5-2,75\cdot 0,75$

i) $8,2\cdot(15,5-7,21)-15,25\cdot 18:60$

j) $0,3+\left[0,3-(0,3-2\cdot 0,03)+0,8\cdot 0,3\right]\cdot 10$

2) Calculați media aritmetică a următoarelor numere:

a) 0,4; 0,6; 0,8; 1,2; 1,4; 1,6

b) 0,3; 0,33; 0,333; 0,3333; 0,33333; 0,03

c) 1,23; 0,11; 4; 51,6

d) 22,17; 101,23; 0,005; 7,6

e) 7,2; 0,72; 0,072; 0,0072

f) 1,111; 11,11; 111,1; 0,1111

g) 21,3; 2,13; 0,213; 213

10. Transformarea unei fracții zecimale într-o fracție ordinară

1) Transformați următoarele fracții zecimale finite în fracții ordinare:

a) 1,25	**b)** 0,203	**c)** 1,47
d) 3,025	**e)** 0,007	**f)** 1,75
g) 2,95	**h)** 7,001	**i)** 12,51
j) 6,107	**k)** 3,209	**l)** 0,0005
m) 4,101	**n)** 3,021	**o)** 7,005

2) Transformați următoarele fracții periodice simple în fracții ordinare:

a) 3,(5)	**b)** 4,(69)	**c)** 0,(01)
d) 2,(3)	**e)** 0,(6)	**f)** 1,(75)
g) 2,(003)	**h)** 4,(09)	**i)** 7,(81)
j) 2,(51)	**k)** 3,(07)	**l)** 4,(95)
m) 0,(102)	**n)** 3,(12)	**o)** 5,(04)

3) Transformați următoarele fracții periodice mixte în fracții ordinare:

a) 2,05(7) **b)** 1,2(95) **c)** 3,01(4)
d) 7,02(7) **e)** 1,13(21) **f)** 5,03(2)
g) 0,05(4) **h)** 1,1(23) **i)** 2,01(375)
j) 0,05(475) **k)** 0,02(203) **l)** 5,1(12)
m) 0,05(3) **n)** 7,12(129) **o)** 0,11(205)

11. Ecuații și inecuații. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor

1) Rezolvați următoarele ecuații:

a) $2x+1=6$ **b)** $5-2x=3,5$
c) $0,75+x=29,5$ **d)** $25,7-x=23,14$
e) $0,2\cdot x+1,1=23,15$ **f)** $4,7+x\cdot 0,1=8,75$
g) $3x+2,4=10,8$ **h)** $3x+2,4=10,8$
i) $90,57+2x=101,25$ **j)** $3x-1,5=7,5$

2) Calculați suma a cinci numere raționale, știind că media lor aritmetică este 2,75.

3) Aflați un număr rațional, știind că este cu 1,5 mai mare decât dublul lui 3,75.

4) Suma a două numere raționale este 23,75, iar diferența lor este 0,25. Aflați cele două numere.

5) Calculați media aritmetică a șapte numere, știind că suma lor este 14,21.

6) Media aritmetică a trei numere raționale este 21,75. Aflați unul dintre ele, știind că media aritmetică a celorlalte două este 14,5.

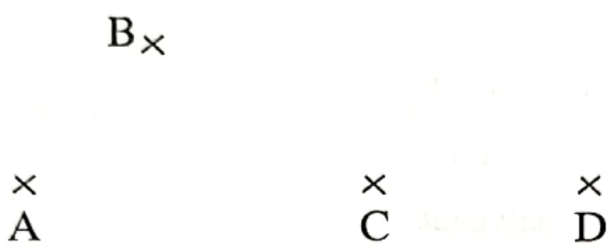
7) Un elev are patru note și media 9,75. Cu cât i se mărește media dacă mai ia o notă de 10?

Scanned with OKEN Scanner

VI. ELEMENTE DE GEOMETRIE

1. Dreaptă • Segment • Unghi • Triunghi • Patrulater • Cerc

1)



a) Câte drepte obţinem unind punctele din figură? *(Punctele A, C, D sunt coliniare)*

b) Câte segmente obţinem unind punctele din figură?

c) Câte segmente cu unul din capete în punctul A obţinem unind punctele din figură?

d) Câte triunghiuri cu toate vârfurile în punctele din figură putem obţine?

2) **a)** Desenaţi şi notaţi un segment.

b) Desenaţi şi notaţi o dreaptă.

c) Desenaţi şi notaţi o semidreaptă.

d) Desenaţi şi notaţi un triunghi.

e) Desenaţi şi notaţi un unghi.

f) Desenaţi şi notaţi un patrulater.

3) **a)** Câte laturi are un triunghi?

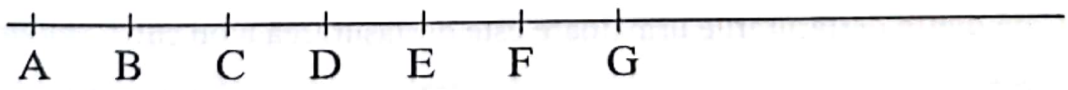
b) Câte unghiuri are un triunghi?

c) Câte laturi are un patrulater convex?

d) Câte unghiuri are un patrulater convex?

e) Câte diagonale are un patrulater convex?

4) În figura de mai jos, segmentele AB, BC, CD, DE, EF şi FG sunt egale şi au fiecare lungimea de 1 cm.



a) Determinaţi lungimile segmentelor AC; AD; AE, AF şi AG;

b) Câte segmente cu lungimile de 2 cm apar în figură?

c) Câte segmente cu lungimile de 3 cm apar în figură?

Scanned with OKEN Scanner

d) Câte segmente cu lungimile de 4 cm apar în figură?

e) Câte segmente cu lungimile de 5 cm apar în figură?

f) Câte segmente cu lungimile de 6 cm apar în figură?

5) **a)** Câte grade are un unghi nul?

b) Câte grade are un unghi alungit?

c) Ce este un unghi obtuz? Desenați unul.

d) Ce este un unghi drept? Desenați unul.

e. Ce este un unghi ascuțit? Desenați unul.

6) **a)** Ce este un triunghi echilateral? Desenați unul.

b) Ce este un triunghi isoscel? Desenați unul.

c) Ce este un triunghi dreptunghic? Desenați unul.

7) **a)** Ce este un paralelogram? Desenați unul.

b) Ce este un pătrat? Desenați unul.

c) Ce este un romb? Desenați unul.

d) Ce este un trapez? Desenați unul.

e) Ce este un dreptunghi? Desenați unul.

2. Cub • Paralelipiped dreptunghic • Desfășurări • Elemente

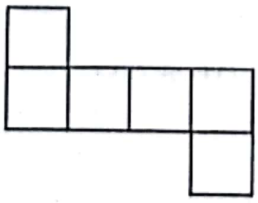
1) **a)** Ce sunt fețele unui cub?

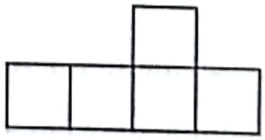
b) Câte muchii are un cub?

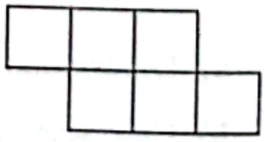
c) Câte muchii are un paralelipiped dreptunghic?

d) Ce sunt fețele unui paralelipiped dreptunghic?

2) Care dintre desfășurările următoare este desfășurarea unui cub?

a) 

b) 

c) 

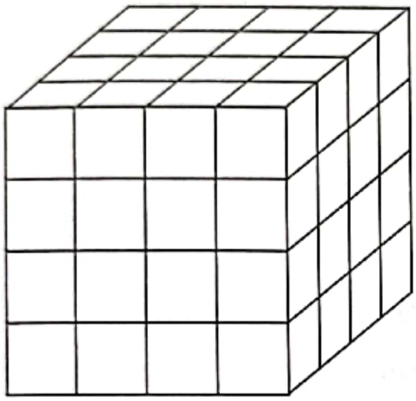
Scanned with OKEN Scanner

3) Aria unei fețe a unui cub este de 3 cm^2. Care este aria totală a cubului? *(Aria totală a cubului = suma ariilor fețelor laterale).*

4) O cutie în formă de paralelipiped dreptunghic trebuie acoperită cu hârtie colorată. Știind că dimensiunile cutiei sunt de 15 cm, 40 cm și 20 mm, aflați ce suprafață trebuie să aibă hârtia folosită.

5) În figura alăturată, indicați:

a) Câte cubulețe sunt situate în colțurile cubului mare?



b) Câte cubulețe au numai 2 fețe incluse în fețele cubului mare?

c) Câte cubulețe au o singură față inclusă în fețele cubului mare?

d) Câte cubulețe au 3 fețe incluse în fețele cubului mare?

VII. UNITĂȚI DE MĂSURĂ

1. Unități de măsură pentru lungime. Perimetru

1) Perimetrul unui pătrat este de 8 cm. Aflați lungimea unei laturi a pătratului.

2) Perimetrul unui triunghi echilateral este de 6 m. Aflați lungimea unei laturi a triunghiului echilateral.

3) Un romb are latura de 5 mm. Aflați perimetrul rombului.

4) Un dreptunghi are lățimea de 3 dm și lungimea egală cu dublul lățimii. Aflați perimetrul dreptunghiului.

5) Un triunghi isoscel are o latură de 1 cm și alta de 3 cm. Aflați perimetrul triunghiului.

6) Transformați în centimetri următoarele mărimi:

a) 2 m
b) 3 km și 4 m
c) 25 dam
d) 120 mm
e) 17 m și 180 mm
f) 3 hm și 14 dam
g) 20 m și 1800 mm
h) 5 mm
i) 5 m și 3 mm

Scanned with OKEN Scanner

7) Efectuați transformările:

a) 12 cm = ... mm
b) 12,7 dam = ... cm
c) 8 hm = ... m
d) 0,008 km = ... dm
e) 3,51 hm = ... m
f) 7,5 dam = ... cm
g) 0,7 dam = ... dm
h) 0,0005 km = ... mm
i) 5,07 Km = ... cm

8) Efectuați transformările:

a) 17 m = ... cm
b) 15 km = ... m
c) 12,431 cm = ... mm
d) 24,061 km = ... dam
e) 172,25 dam = ... hm
f) 3,02 mm = ... km
g) 0,21 m = ... km
h) 11,22 mm = ... hm
i) 0,003 m = ... mm

9) Efectuați transformările:

a) 8 km + 2 m = ... dam
b) 0,021 cm + 2 dm = ... mm
c) 3 m + 3 cm + 2 mm = ... dam
d) 0,01 m + 0,1 dm = ... cm
e) 0,2 km + 0,2 dam = ... m
f) 3 mm + 3 cm = ... m
g) 20 hm + 2 dam = ... dm
h) 200 dam + 30 hm = ... km
i) 4 000 m + 200 dam = ... hm

2. Unități de măsură pentru arie. Aria pătratului și a dreptunghiului

1) Un pătrat are latura de 5 cm. Calculați aria pătratului.

2) Un dreptunghi are lungimea de 3 m și lățimea de 2 m. Aflați aria dreptunghiului.

3) Un dreptunghi are lungimea de 6 cm și lățimea de 4 cm. Comparați aria dreptunghiului cu aria unui pătrat, care are același perimetru ca și dreptunghiul.

4) O baie are lungimea de 4 m și lățimea de 2,5 m. De câte plăci de gresie în formă de pătrat cu latura de 25 cm este nevoie pentru a acoperi podeaua băii cu gresie?

Scanned with OKEN Scanner

5) Transformați:

a) $13\ cm^2 =$ ..... mm^2 **b)** $0{,}02\ m^2 =$ ..... cm^2

c) $0{,}001\ dm^2 =$ ..... mm^2 **d)** $1\ km^2 =$ ..... m^2

e) $25\ hm^2 =$ ..... dam^2 **f)** $0{,}002\ m^2 =$ ..... dm^2

g) $35\ km^2 =$ ..... hm^2 **h)** $40\ 000\ cm^2 =$ ..... m^2

i) $6 \cdot 10^5\ hm^2 =$ ..... dam^2 **j)** $65 \cdot 10^6\ cm^2 =$ ..... km^2

k) $2 \cdot 10^6\ cm^2 =$ ..... dam^2 **l)** $3 \cdot 10^7\ m^2$ = ... km^2

6. Transformați:

a) $12{,}53\ dam^2 + 1000{,}8\ dm^2 =$ ..... m^2

b) $13{,}25\ cm^2 + 23{,}001\ m^2 =$ ..... cm^2

c) $100{,}8\ cm^2 + 25\ dm^2 =$ ..... m^2

d) $138\ cm^2 + 23\ mm^2 =$ ..... mm^2

e) $14\ cm^2 + 143{,}23\ m^2 =$ ..... dm^2

f) $3480\ mm^2 + 1{,}25\ dm^2 =$ ..... cm^2

7. Transformați:

a) $13{,}25\ ha + 3{,}25\ a =$ ..... m^2

b) $25\ 000\ cm^2 + 32{,}002\ hm^2 =$ ..... m^2

c) $0{,}28\ cm^2 + 15\ km^2 =$ ..... m^2

d) $1{,}48\ cm^2 + 2{,}05\ dam^2 =$ ..... dm^2

e) $3\ dam^2 + 3\ cm^2 =$ ..... mm^2

f) $0{,}001\ m^2 + 2\ 000\ mm^2 =$ ..... cm^2

8. Transformați:

a) $7{,}25\ ha + 100\ m^2 =$ ..... a

b) $2\ 500\ a + 1\ 000\ m^2 =$ ..... ha

c) $0{,}25\ m^2 + 100\ dm^2 =$ ..... cm^2

d) $14{,}81\ mm^2 + 3\ dm^2 =$ ..... cm^2

e) $1\ 850\ cm^2 + 200\ dm^2 =$ ..... m^2

f) $27{,}35\ dam^2 + 2\ 735\ dm^2 =$ ..... m^2

Scanned with OKEN Scanner

3. Unități de măsură pentru volum. Volumul cubului și al paralelipipedului dreptunghic

1) Un cub are latura de 2 cm. Calculați volumul cubului.

2) Un paralelipiped dreptunghic are dimensiunile de 2 cm, 3 cm și 5 cm. Calculați volumul paralelipipedului.

3) Câte cuburi cu muchia de 1 cm încap într-o cutie în formă de cub, cu muchia de 3 cm?

4) Câți litri de apă încap într-un bazin în formă de paralelipiped dreptunghic, cu dimensiunile de 2 m, 5 m și 4 m, știind că este umplut integral?

5) Transformați în m^3:

a) $4\,000\ dm^3$ **d)** $17{,}28\ dam^3$ **g)** $182{,}5\ hm^3$ **j)** $423 \cdot 10^5\ dam^3$

b) $200\ cm^3$ **e)** $128{,}003\ hm^3$ **h)** $7 \cdot 10^8\ mm^3$ **k)** $425 \cdot 10^3\ dm^3$

c) $3 \cdot 10^6\ mm^3$ **f)** $0{,}0035\ km^3$ **i)** $725 \cdot 10^6\ cm^3$ **l)** $17{,}25 \cdot 10^8\ cm^3$

6) Transformați:

a) $18\ hm^3$ în m^3 **d)** $40\ hm^3$ în dam^3 **g)** $183 \cdot 10^4\ cm^3$ în m^3

b) $3 \cdot 10^6\ cm^3$ în dam^3 **e)** $10^6\ cm$ în dam^3 **h)** $0{,}0005\ km^3$ în dam^3

c) $16 \cdot 10^3\ cm^3$ în l **f)** $3 \cdot 10^9\ mm^3$ în m^3 **i)** $0{,}000001\ km^3$ în m^3

7) Transformați:

a) $10^9\ m^3$ în km^3 **d)** $4 \cdot 10^{12}\ mm^3$ în hm^3 **g)** $4\ hm^3$ în cm^3

b) $2 \cdot 10^{15}\ cm^3$ în hm^3 **e)** $7 \cdot 10^6$ l în km^3 **h)** $0{,}005\ hm^3$ în dm^3

c) $13 \cdot 10^{11}\ mm^3$ în dam^3 **f)** $2\ km^3$ în cm^3 **i)** $0{,}0002\ km^3$ în m^3

4. Unități de măsură pentru capacitate

1) Câte pahare de 200 ml putem umple folosind 1,5 l de apă?

2) Un bazin are capacitatea de 60 l. De câte găleți de 15 l este nevoie pentru a scoate apa din bazin?

3) O sticlă de apă minerală are 1,5 l, iar un bax are 6 sticle. Câți litri de apă are un bax?

4) Un bebeluș consumă zilnic 3 biberoane de lapte, unul de ceai și unul de apă. Știind că un biberon are capacitatea de 240 ml, aflați câți ml de lichid bea zilnic.

Scanned with OKEN Scanner

5) Transformați în mililitri:

a) 30 cl **d)** 0,5 l **g)** 14 cl **j)** 14 cl
b) 200 dl **e)** 25 l **h)** 0,0035 kl **k)** 180 dl
c) 0,002 dl **f)** 0,006 dal **i)** 0,0005 kl **l)** 0,0003 kl

6) Transformați:

a) 3 cl în l **d)** 1840 cl în hl **g)** 1 hl în cl
b) 20 ml în dl **e)** 4,205 kl în dl **h)** 2 l în ml
c) 850,12 ml în cl **f)** 12,51 hl în cl **i)** 4 dal în cl

7) Transformați:

a) 17 cl și 2 ml în ml **d)** 200 cl și 14 dl în l **g)** 1 kl în dal
b) 170 dl și 2 dal în l **e)** 1 l și 50 cl în dl **h)** 3 hl și 40 l în dal
c) 1 400 hl și 2000 dal în kl **f)** 170 ml și 2 dl în cl **i)** 700 cl și 0,07 hl în l

5. Unități de măsură pentru masă

1) Cât cântăresc împreună 5 pachete de biscuiți de 140 g fiecare?

2) O mașină poate transporta maximum 10 t. Câți saci de 25 kg încap la un transport?

3) O lădiță cu roșii cântărește 10 kg, iar lădița goală are 500 g. Câte kilograme de roșii se află în 5 lădițe?

4) Transformați în grame:

a) 3 kg **d)** 10 dag **g)** 400 mg
b) 10 dg **e)** 8 hg **h)** 5 000 cg
c) 20 000 mg **f)** 0,03 kg **i)** 800 dg

5) Transformați:

a) 2 hg în dg **d)** 80 dag în hg **g)** 800 mg în dg
b) 4 000 mg în g **e)** 400 g în kg **h)** 5 000 mg în dg
c) 300 cg în dag **f)** 5 000 dg în dag **i)** 4 g în mg

6) Transformați:

a) 8 g și 900 mg în cg **d)** 4 Kg și 3 hg în g **g)** 4 hg și 200 g în dag
b) 3 Kg și 2 dag în g **e)** 4 500 g și 20 dg în dag **h)** 8 Kg și 70 hg în g
c) 500 g și 80 dg în kg **f)** 300 g și 4 000 mg în cg **i)** 300 g și 4 dag în hg

7. Transformați:

a) 6 t în kg **b)** 8 q în t **c)** 3 t în q **d)** 5 g în kg

Scanned with OKEN Scanner

6. Unități de măsură pentru timp

1) **a)** Câte secunde are un minut?
b) Câte minute are o oră?
c) Câte ore are o zi?
d) Câte zile are o săptămană?

2) **a)** Câte luni are un an?
b) Câți ani are un deceniu?
c) Câți ani are un secol?
d) Câți ani are un mileniu?

3) **a)** Câte zile poate avea o lună?
b) Câte zile poate avea un an?
c) Ce este un an bisect?
d) Este 2011 un an bisect? Dar 2012?

4) Transformați în ore și minute:

a) 826 min.
b) 2 342 min.
c) 3 zile
d) 10 800 sec.
e) 31 600 min.
f) 40 500 s
g) 976 min.
h) 1 zi
i) 3 600 s

5) Transformați:

a) 126 min. = ... s
b) 17 h = ... min.
c) 13 zile = ... h
d) $\frac{2}{3}$ h = ... min.
e) $\frac{1}{4}$ h = ... min.
f) 231 h = ... zile = ... h
g) 10 h 14 min 3 s = ... s
h) 2 zile 7 h și 29 min. = ... min.
i) 2 secole = ... luni

5) Transformați:

a) 3 h 15 min. 8s = ... s
b) 2 sec 15 ani 2 luni = ... luni
c) 14 h 16 min. 12 s = ... luni
d) 1 săpt. = ... h
e) 1 săpt = ... min.
f) 46 820 s = ... h = ... min. = ... s
g) 8 h 8 min. 8 s = ... s
h) 2 h 13 min. 18 s = ... s
i) 134 128 s = ... h = ... min. = ... s

Scanned with OKEN Scanner

SOLUȚII

Exerciții și probleme pentru lucrul la clasă

CLASA A V-A

I. Numere naturale

1. Scriere, citire, ordonare

1) 2012. **2)** 7. **3)** 107. **4)** 12; 22; 32; 42; 52; 62; 78; 82; 92. **5)** $9 \cdot 9 = 81$ de numere. **6)** 181 și 262, **7)** 864. **8)** 96; 87; 78; 186; 1572. **9)** 20. **10)** 207; 204; 270; 274; 240; 247; 402; 407; 420; 427; 470; 472; 702; 404; 720; 724; 740; 742. **11)** $9 \cdot 10 = 90$. **12)** 974. **13)** 21; 28. **14)** 15. **15)** 2664. **16)** 123; 132; 213; 231; 312; 321. **17)** 9. **18)** 10. **19)** 13. **20)** 15. **21)** 11. **22)** 36. **23)** 3; 6; 9; 12; 15. **24)** 9920.

2. Adunarea și scăderea numerelor naturale

1) 3 și 4. **2)** $7 = 7 + 0 = 6 + 1 = 5 + 2 = 4 + 3$. **3)** $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$. **4)** $100 = 0 + 100 = 1 + 99 = 2 + 98 = \ldots = 50 + 50$. În 51 de feluri. **5)** $1 + 2 + \ldots + 99 + 100 = (1 + 100) + (2 + 99) + \ldots + (49 + 52) + (50 + 51) = 101 \cdot 50 = 5050$. **6)** $1 + 11 + 111 + \ldots + 111\,111\,111 = 123\,456\,789$, **7)** Sunt 9 numere în sumă, fiecare se termina cu cifra 5, deci ultima cifră a rezultatului va fi tot 5. **8)** $10 + 987 = 997$. **9)** $2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 16 + 18 + 20 = (2 + 20) + (4 + 18) + \ldots + (10 + 12) = 22 + 22 + 22 + 22 + 22 = 22 \cdot 5 = 110$. **10)** Numerele trebuie să aibă cel puțin 2 cifre. Numerele de 3 cifre: $\overline{aba}$ cu $a + b + c = 12$ sunt 606; 525; 444; 363; 282. **11)** 0 (adunarea este comutativă). **12.** 28. **13)** $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6$. **14)** $11 + 22 + \ldots + 99 = (11 + 99) + (22 + 88) + (33 + 77) + (44 + 66) + 55 = 110 + 110 + 110 + 110 + 55 = 440 + 55 = 495$. **15)** $(2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 16 + 18 + 20) - (1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19) = (2 - 1) + (4 - 3) + (6 - 5) + \ldots (20 - 19) = \underbrace{1 + 1 + \ldots + 1}_{\text{de 10 ori}} = 10$.

16) Par **17)** Par. **18)** Impar. **19)** a) 80; b) 4 000; c) 175; d) 160. **20)** $2 + 5 + 6 + 4 = 17$. **21)** 21. **22)** $7 + 8 = 15$.

23)

1	2	3	4
2	1	4	3
3	4	2	1
4	3	1	2

24) a) 410; b) 1200; c) 1111; d) 2000; e) 2220; f) 2775.

25) $100 - 99 = 1$. **26)** 5. **27)** 1. **28)** $2018 - 7 = 2011$. **29)** 1. **30)** 2. **31)** 2. **32)** $7 - 5 = 4 - 2 = 3 - 1 = 10 - 8 = 9 - 7$. **33)** 32. **34)** 15. **35.** a) 25; b) 175; c) 0; d) 4; e) 2; f) 9; g) 209; h) 189; i) 192; j. 13; k. 29; l. 33. **36)** a) 928;

Scanned with OKEN Scanner

b) 942; c) 7 481; d) 718 482; e) 711; f) 98 088; g) 921; h) 73778; i) 3; j) 22; k) 2; l) 152; m) 619; n) 356; o) 425; p) 2 824; r) 0; s) 784717; t) 682; u) 100. **37)** $50 - 15 = 35$. **38)** $275 - (100 + 85) = 275 - 185$. **39)** $2 + 14 + 14 = 30$. **40)** $212 + 213 = 425$.

3. Înmulțirea și împărțirea numerelor naturale

1) a) 105; b) 154; c) 34; d) 100; e) 0; f) 61; g) 1197; h) 350; i) 153. **2)** a) 4 323; b) 53 407; c) 628; d) 400. **3)** 0; **4)** 0. **5)** (20; 1); (1; 20); (2; 10); (10; 2); (4; 5); (5; 4). **6)** Impar. **7)** $1 \cdot 5 \cdot 15 = 75$. **8)** $5 \cdot 6 = 30$. **9)** 1 și 7. **10)** 3 și 4. **11)** 46. **12)** 48. **13)** 41. **14)** $1! = 1$; $2! = 2$; $3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$; $4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$. **15)** 2011.

16) 145. **17)**

1	2	3	4
2	3	4	1
3	4	1	2
4	1	2	3

. **18.** a) 17; b) 2; c) 17; d) 15; e) 147; f) 21; g) 19; h) 125; i) 40; j. 12.

19) a) 91 rest 2; b) 9 rest 11; c) 5 rest 2; d) 25 rest 4; e) 40 rest 8; f) 30 rest 30; g) 62 rest 5; h) 129 rest 13; i) 323 rest 4; j. 256 rest 1. **20)** 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8. **21)** $5 \cdot 0 + 0 = 0$; $5 \cdot 1 + 1 = 6$; $5 \cdot 2 + 2 = 12$; $5 \cdot 3 + 3 = 18$; $5 \cdot 4 + 4 = 24$; **22)** 986. **23)** $98 \cdot 2 + 97 = 293$ și $99 \cdot 2 + 97 = 295$. **24)** 0. **25)** 6. **26)** $a + b = 42$ și $a : b = 3$ rest 2. Din teorema împărțirii cu rest avem $a = 3 \cdot b + 2$, deci $3 \cdot b + 2 + b = 42 \Rightarrow 4 \cdot b + 2 = 42 \Rightarrow 4 \cdot b = 40 \Rightarrow b = 10$ și $a = 32$. **27)** $2 \cdot 3 \cdot 4 + 1 = 25$. **28)** $3 \cdot 4 + 1 = 13$. **29)** 59. **30)** 1004. **31)** 502. **32)** $50 + 51 + 52 + 53 + 54 = 101 + 105 + 54 = 206 + 54 = 260$. **33)** $40 + 41 + 42 + 43 + 44 + 45 + 46 + 47 + 48 + 49 = 40 \cdot 10 + (1 + 2 + \ldots + 9) = 400 + 45 = 445$. **34)** a) 1; b) 3; c) 1; d) 11. **35)** a) 118; b) 46; c) 325; d) 75; e) 418; f) 341; g) 865; h) 342; i) 355; j) 30 625; k) 3 588; l) 1 372; m) 19 536; n) 288; o) 2 752; p) 134; r) 345; s) 436; t) 785; u) 4; v) 348. **36)** a) 3 727; b) 9314; c) 1 737; d) 103 666; e) 1532; f) 499; g) 1 155; h) 1 276; i) 14; j) 92.

4. Ridicarea la putere a numerelor naturale

1) a) 1; b) 8; c) 9; d) 64; e) 25; f) 216; g) 100 000; h) 64; i) 81; j) 125.

2) $16 = 2^4$; $64 = 2^6$; $1024 = 2^{10}$. **3)** $27 = 3^3$. **4)** $16 = 2^4$; $64 = 2^6$; $4^3 = 2^6$; $8^3 = 2^6$; $16^5 = 2^{20}$. **5)** $100 = 10^2$; $1 = 10^0$; $1000^3 = 10^9$; $1\,000\,000 = 10^6$. **6)** 2^0; 3; 2^2; 16; 25; 2^5. **7)** 324; 81; 3^3; 19; 3^0. **8)** $2^1 = 2$; $2^2 = 4$; $2^3 = 8$; $2^4 = 16$; $2^5 = 32$; $2^6 = 64$; $2^7 = 128$; $2^8 = 256$; $2^9 = 512$; $2^{10} = 1024$. **9)** $3^1 = 3$; $3^2 = 9$; $3^3 = 27$; $3^4 = 81$; $3^5 = 243$; $3^6 = 729$; **10)** $5^1 = 5$; $5^2 = 25$; $5^3 = 125$; $5^4 = 625$; $5^5 = 3\,125$; $5^6 = 15\,625$; **11)** $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6 = 127$. **12)** $1 + 2 + 2^2 + \ldots + 2^9 = 1023 < 1024 = 2^{10}$. **13)** a) 2^{15}; b) 4^{20}; c) 5^2; d) 5^0; e) 2; f) 1; g) 3^{45}; h) 4; i) 1; j) 3^7. **14)** a) 33; b) 13; c) 1; d) 8; e) 16; f) 8; g) $2^6 \cdot 5^9 \cdot 7$; h) $2^6 \cdot 3^{14}$; i) 8; j) 129. **15)** a) 10; b) 2; c) 52; d) 17; e) 10^9; f) 163;

Scanned with OKEN Scanner

g) 54; h) 48; i) 324; j) 122 500. **16)** a) 12; b) 6; c) 35; d) 10^{33}; e) 15; f) 0.

17) a) $1^{2010} = 1^{2011}$; b) $0^{50} = 0^{100}$; c) $2010^0 = 2011^0$; d) $4^5 > 3^5$; e) $201^{50} > 201^{30}$; f) $(207^3)^0 < 208^2$; g) $(16^3)^9 < (16^9)^3$; h) $49^{222} = 49^{222}$;

i) $37^{2^{3^9}} > 37^{(2^3)^0}$; j) $18^{2^{1^2}} > 18^{1^{2^4}}$. **18)** a) $4^{200} = 2^{400} > 2^{300} = 8^{100}$; b) $25^{60} = 5^{120} > 5^{60} = 125^{20}$; c) $128^4 = 2^{28} < 2^{54} = 64^9$; d) $1000^{100} = 10^{300} < 10^{2000} = 100^{1000}$; e) $7^{120} > 7^{100} - 49^{50}$; f) $2^{333} = 8^{111} < 9^{111} = 3^{222}$; g) $7^{51} - (7^3)^{17} > 225^{17} = 15^{34}$; h) $8^{26} - (8^2)^{13} = 64^{13} > 27^{13} = 3^{39}$; i) $5^{34} = (5^2)^{17} = 25^{17} < (9^3)^{17} = 729^{17}$; j) $5^{202} = (5^2)^{101} = 25^{101} < 27^{101} = (3^3)^{101}$. **19)** $(3^1)^{0^2}$; $3^{1^{0^2}}$; $(3^{1^0})^2$; $3^{(2^1)^2}$ **20)** 0^{2011}; 1^{2010}; 5^{3^0}; 2^3; 15; 4^2.

21) a) $2^4 < 17 < 2^5$; b) $2^4 < 29 < 2^5$; c) $2^6 < 101 < 2^7$; d) $2^9 < 513 < 2^{10}$; e) $2^6 < 98 < 2^7$; f) $2^9 < 625 < 2^{10}$. **22)** a) 36; b) 54; c) 1; d) 1; e) 25; f) 0; g) 0; h) 1; i) 1990; j) 0.

23) a) 3; b) 0; c) 16; d) 0; e) 6; f) 1; g) 7; h) 2; i) 0; j) 1. **24)** a) 102; b) 0; c) 4 250; d) 42 560; e) 2 490; f) 89 320; g) 540; h) 330; i) 84; j) 9 134 000. **25)** a) 120; b) 100; c) 20; d) 155; e) 360; f) 250; g) 258; h) 890; i) 6 500; j) 0. **26)** a) 42; b) 3; c) 8; d) 8; e) 29; f) 14; g) 24; h) 39; i) 8; j) 200; k) 100 000; l) 169; m) 121; n) 3 000 000; o) 1384; p) 1; r) 13; s) 0; t) 72; u) 4; v) 120; x) 1; z) 1.

5. Ecuații și inecuații. Probleme care se rezolvă cu ecuații

1) Nu. **2)** 5. **3)** $2x - 1 = 7$ și $x + 4 = 8$ sunt echivalente și au soluția 4. **4)** a) $x = 5$; b) $x = 85$; c) $x = 18$; d) $x = 10$; e) $x = 2$; f) $x = 0$; g) $x = 0$; h) $x = 11$; i) $x = 1$; j) $x = 1$. **5)** g) $x = 1$; i) $x = 3$. **6)** a) 0; 1. b) 0; 1; 2; 3. c) 0; 1; ... 17. d) 0; 1. e) 1; 2; 3; ... . f) 0; 1; 2; 3. g) 0; 1; 2; 3. h) 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7. i) x poate fi orice număr natural. j) 2; 3; 4. **7)** e); i) și j). **8)** a) $x = 11$; b) $x = 25$; c) $x = 11$; d) $x = 6$; e) $x = 5$; f) 0; 1; ... 8; g) 6; 7; 8; ... h) 0; 1; 2; 3...; 16; j) 0; 1; 2; 3; k) 0; 1; 2; 3; 4; l) 0; 1; 2; m) 0; 1; 2; n) 0; 1; 2; ...; 19; o) 0; 1; 2; ...; 10. **9)** 14. **10)** x este numărul căutat. Avem $x : 2 = 25 - 12 \Rightarrow x : 2 = 13 \Rightarrow x = 26$. **11)** $x : 4 + 10 = x : 2 \Rightarrow x : 2 + 20 = x \Rightarrow x + 40 = 2x \Rightarrow x = 40$. **12)** $a - b = 7$ și $a + b = 19$. Avem $a = b + 7$ și $b + 7 + b = 19$, de unde $2b + 7 = 19$, adică $2b = 12$, deci $b = 6$. **13)** $x : 2 + 2 + 3 = x \Rightarrow x : 2 + 5 = x \Rightarrow x = 10$. **14)** $a + a + 3 = 87 \Rightarrow 2a + 3 = 87 \Rightarrow 2a + 3 = 87 \Rightarrow 2a = 84 \Rightarrow a = 42$. **15)** $x \cdot 5 + 24 = 144 \Rightarrow x \cdot 5 = 120 \Rightarrow x = 24$. **16)** $x \cdot 8 - 5 = 43 \Rightarrow x \cdot 8 = 48 \Rightarrow x = 6$. **17)** $a = 7 \cdot b$ și $a - b = 30$. Avem $7b - b = 30$, adică $6b = 30$, de unde $b = 5$ și $a = 35$. **18)** $a - b = 271$ și $a : b = 7$ rest 13. Din teorema de împărțire cu rest avem $a = 7b + 13$, de unde $7b + 13 - b = 271$, deci $6b + 13 = 258 \Rightarrow b = 43 \Rightarrow a = 314$. **19)** $a - b = 43$ și $a : b = 9$ rest 3. Din teorema de împărțire cu rest avem $a = 9b + 3$, de unde $9b + 3 - b = 43 \Rightarrow 8b = 40 \Rightarrow b = 5 \Rightarrow a = 48$. **20)** $a + b = 150$ și $a - b = b$, de unde $a = 2b$ și $2b + b = 150 \Rightarrow 3b = 150 \Rightarrow 3b = 50$.

6. Pătrate și cuburi perfecte

Scanned with OKEN Scanner

1) 2011^{2010}; $49^5 = 7^{10}$; $169 = 13^2$; $64 = 2^6$; $81 = 9^2$; $0 = 0^2$. **2)** 3^9; $2011^{2010} = (2011^{670})^3$; $(7^3)^5 = 7^{15}$; $1 = 1^3$; $125 = 5^3$; $64 = 2^6$; 7^6; **3)** $64 = 8^2 = 4^3$; **4)** a) $N_1 = 3^{16} \cdot 6^{16}$ este pătrat perfect. b) N_2 are ultima cifră 2, deci nu este pătrat perfect. c) $2^n \cdot 3^n(3+2) = 2^n \cdot 3^n \cdot 5$ nu este pătrat perfect, deoarece se divide cu 5 și nu se divide cu 5^2. d) $N_4 = 15 \cdot x + 7$ au ultima cifră fie 7, fie 2, deci nu poate fi pătrat perfect, oricare ar fi x. **5)** a) $N_1 = 10x + 7$ are ultima cifră 7, deci nu poate fi pătrat perfect. b) $N_2 = 2011^{2011} + 2011^{2012} + 2011^{2013}$ are ultima cifră 3, deci nu poate fi un pătrat perfect. c) $N_3 = n^2 + n$ este cuprins între n^2 și $(n+1)^2$, adică între două pătrate perfecte consecutive, deci nu poate fi pătrat perfect. d) $N_4 = 32^{2013} = (2^5)^{2013} = 2^{10065}$ care nu este pătrat perfect, deoarece are putere impară. **6)** a) 16 și 25; b) 27 și 64; c) $25 < 27 < 36$.

II. MULȚIMI

1. Noțiuni introductive. Terminologie

1) a) $A = \{0;1;2;3;4\}$. b) $B = \{0;1;2;3;4;5\}$; c) $C = \{e;l;v\}$; d) $D = \{0;1;4;5;6;9\}$; e) $E = \{0;2;4;6;8\}$. **2)** a) card. A = 5; b) card B = 6; c) card C = 3; d) card. D = 6; e) card. E = 5. **3.** $E = \{0;2\}$. **4.** $2 \in B$. **5.** „$1 \in D$" – adevărat. **6.** „$1 \in E$" – fals. **7.** 0. **8.** 1. **9.** $\{0,2\};\{0,4\};\{0,6\};\{0,8\};\{2,4\};\{2,6\};\{2,8\};\{4,6\};\{4,8\};\{6,8\}$.

10) a) $A = \{0;1;2;3;4\}$. b) $B = \{5;10;20;15\}$. c) $C = \{1;4;9;16;25\}$. d) $D = \{10;20;30;40;50;60\}$. e) $E = \{1;3;9;27;81\}$. **11.** a) $A = \{x / x \in N \text{ și } x \leq 4\}$. b) $B = \{x / x \text{ este cifră impară}\}$. c) $C = \{4^x / 0 \leq x \leq 4\}$. d) $D = \{x / x \text{ este nr. de 2 cifre, cu cifra unităților } 0\}$. e) $E = \{x / x \text{ este nr. de 2 cifre, cu cifrele egale}\}$. **12.** $A = \{1;2;3\}$. **13.** $A \subset B$.

2. Operații cu mulțimi

1) a) $A \cup B = \{1;2;3;4;5;6\}$. b) $A \cup B = \{3;4;5\}$. c) $A - B = \{1;2\}$. d) $B - A = \{6\}$.

2) a) $A \cap B = \{4;6;12\}$. b) $A \cup B = \{4;6;12;28\}$. c) $A - B = \{28\}$. d) $B - A = \varnothing$.

3) card. $(A \cup B)$ = card. A + card. B – card. $(A \cap B)$ => card. $(A \cap B) = 13 + 19 - 29 = 32 - 29 = 3$.

4) card. $(A \cup B) = 16 + 12 - 7 = 28 - 7 = 21$. card. $(A - B)$ = card. A – card. $(A \cap B) = 16 - 7 = 9$. card. $(B - A)$ = card. B – card. $(A \cap B) = 12 - 7 = 5$.

Scanned with OKEN Scanner

5) $A=\{1;2;3;4\}$; $B=\{1;2;3;5\}$. **6.** $A=\{3;4;5\}$; $B=\{3;4;5;1;2\}$.

7) $\{1;2;3;4;8\}$ *și* $\{5,6,7\}$; **8)** $\{1;3;5\};\{1;3;7\};\{1;3;9\};\{3;5;7\};\{3;5;9\};\{3;7;9\};$ $\{5;7;9\};\{1;5;7\};\{1;5;9\};\{1;7;9\}$. **9)** $A=\{3;4;5;6;7;8\}$; $C=\{5;6;7\}$.

a) $\{a,b\}=\{4;6\}$. b) $4\in A; 1\notin A; C\subset A; 5\in C; b\in B; 8\notin C; 3\notin A\cap C; 7\in A\cap C$

10) a) $x=7$; b) $x=2$; c) $C\subset B$ – *fals;* $1\in B$ – *fals;* $1\subset C$ – *fals;* $1\in C$ – *adevărat.*

11) $A\cap B=\{8\}$ $\quad C\cap D=\{8\}$

$A\cap C=\{8;9\}$ $\quad A\cup B\cup C\cup D=\{0;1;2;3;4;5;7;8;9;10\}$

$A\cap B\cap C=\{8\}$ $\quad (A\cup B)\cap(C\cup D)=\{0;1;2;4;5;8;9\}\cap\{0;1;3;4;5;7;8;9;10\}=$

$=\{1;4;5;8;9\}$

$B\cap D=\{8\}$

III. DIVIZIBILITATE

1. Noțiuni introductive

1) 14; 0; 91. **2)** 22; 110; 88; 154. **3)** 1; 2; 4. **4)** 0; 5; 10. **5)** 1; 2; 4; 8. **6)** $1+19=20$.

7) 6. **8)** 35. **9)** 4. **10)** $D_6\cap D_4=\{1;2\}$. **11)** $M_7\cap D_{14}=\{7;14\}$. **12)** 7; 11; 19. **13)** 20. **14)** 12. **15)** $9+6=15$. **16)** 34. **17)** 48.

18) 24. **19)** 2. **20)** $\{1;2;4\}$. **21)** 5. **22)** 4. **23)** 8. **24)** 25. **25)** 106. **26)** 1; 3; $3^2; 3^3; 3^4; 3^5; 3^6$. **27)** 97. **28)** 101. **29)** $175=2+2+173$. **30)** 0. **31)** $\varnothing$. **32)** $2011=2000+11$.

2. Criterii de divizibilitate

1) a) A; b) A; c) F; d) F; e) F; A; g) A; h) F; i) A; j) A; k) F; l) A.

2) a) $a\in\{0;5\}$; b) $a=0$; c) $a\in\varnothing$; d) $a\in\{0;1;2;\ldots;9\}$; e) $a\in\{2;5;8\}$;

f) $a\in\{0;2;4;6;8\}$. **3)** a) $\varnothing$; b) $x\in\{2;4;6;8\}$; c) $x=5$; d) $x\in\{1;2;\ldots;9\}$;

e) $x=3$; f) $x\in\{4;8\}$. **4)** a) x = 5; b) $x\in\{0;5\}$; c) $x=8$; d) $x=5$.

5) a) $x\in\{0;3;6;9\}$; b) $x\in\{2;6\}$; c) $x\in\{0;1;\ldots;9\}$; d) $x\in\{5\}$; e) $x\in\{0;1;\ldots;9\}$

f) $x\in\{1;2;4;5;7;8\}$; g) $x\in\{1;3;5;7;9\}$; h) $x\in\{2;5;8\}$; i) $x\in\{3\}$; j) $x\in\{0;2;4;8\}$

6) 7 și 8. **7)** a) $x\in\{0;2;4;6;8\}$; b) $x\in\{2;5;8\}$; c) $x\in\{0;4;8\}$; d) $x\in\{0;5\}$;

e) $x\in\{2\}$; f) $x=0$; **8)** a) 12; b) 96; c) 105; d) 990; e) 180;

9) $\underbrace{A=10\ldots0,17}_{n-2\ ori}$ => suma cifrelor lui A este 9, deci $A\vdots 9$.

Scanned with OKEN Scanner

10) Ultima cifră a numărului este $u(9^{12}) - u(7^{12}) = 1 - 1 = 0$, deci numărul este divizibil cu 10.

IV. FRACȚII

1. Fracții ordinare

1) Numitorii: 13; 12; 2 și 4, Numărătorii: 7; 8; 15; 9. **2)** $\frac{1}{7}; \frac{3}{7}; \frac{11}{7}; \frac{10}{7}; \frac{20}{7}$.

3) $\frac{2}{3}; \frac{2}{1}; \frac{2}{5}; \frac{2}{4}; \frac{2}{9}$. **4)** Subunitare: $\frac{1}{3}; \frac{7}{9}; \frac{4}{11}$. Supraunitare: $\frac{5}{3}; \frac{7}{4}; \frac{9}{3}$.

5) $\frac{5}{1}; \frac{5}{2}; \frac{5}{3}; \frac{5}{4}$. **6)** $\frac{0}{7}; \frac{1}{7}; \frac{2}{7}; \frac{3}{7}; \frac{4}{7}; \frac{5}{7}; \frac{6}{7}$. **7)** $\frac{9}{9}$. **8)** $\frac{1}{2}$ și $\frac{2}{4}$

9) $\frac{0}{6}; \frac{1}{5}; \frac{5}{1}; \frac{2}{4}; \frac{4}{2}; \frac{3}{3}$. **10)** $\frac{7}{9}$. **11)** $\frac{1}{2}; \frac{3}{4}; \frac{5}{6}$. **12)** $\frac{1}{2}; \frac{2}{4}; \frac{3}{6}; \frac{4}{3}; \frac{5}{10}$.

13) $\frac{1}{2} \overset{10/}{=} \frac{10}{20}$; $\frac{3}{7} \overset{10/}{=} \frac{30}{70}$; $\frac{4}{9} \overset{10/}{=} \frac{40}{90}$; $\frac{15}{13} \overset{10/}{=} \frac{150}{130}$; $\frac{20}{7} \overset{10/}{=} \frac{200}{70}$;

$\frac{101}{205} \overset{10/}{=} \frac{1010}{2050}$; $\frac{3}{3} \overset{10/}{=} \frac{30}{30}$; $\frac{1}{8} \overset{10/}{=} \frac{40}{80}$; $\frac{9}{3} \overset{10/}{=} \frac{90}{30}$; $\frac{5}{11} \overset{10/}{=} \frac{50}{110}$

14) $\frac{1}{3} \overset{4/}{=} \frac{4}{12}$; $\frac{7}{6} \overset{2/}{=} \frac{14}{12}$; $\frac{7}{2} \overset{6/}{=} \frac{42}{12}$; $\frac{5}{4} \overset{3/}{=} \frac{15}{12}$.

15) $\frac{3}{2}; \frac{5}{11}; \frac{8}{40}; \frac{2}{4}; \frac{13}{24}; \frac{18}{23}; \frac{25}{30}; \frac{50}{1}; \frac{0}{5}; \frac{11}{22}$.

16) $\frac{1}{3} \overset{2/}{=} \frac{2}{6}$; $\frac{2}{6}$; $\frac{14}{12} \overset{:2}{=} \frac{7}{6}$; $\frac{24}{48} \overset{:8}{=} \frac{3}{6}$; $\frac{7}{2} \overset{3/}{=} \frac{21}{6}$.

17) a) $\frac{1}{2} < \frac{3}{2}$; b) $\frac{7}{9} < \frac{7}{4}$; c) $\frac{3}{3} = \frac{4}{4}$; d) $\frac{1}{2} > \frac{1}{9}$; e) $\frac{10}{5} > \frac{7}{5}$; f) $\frac{4}{9} < \frac{9}{4}$; g) $\frac{8}{7} > \frac{3}{3}$;

h) $\frac{10}{11} > \frac{4}{4}$; i) $\frac{0}{30} < \frac{1}{5}$ j) $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$.

18) *a.* $\frac{1}{2} \overset{50/}{=} \frac{50}{100}$; *b.* $\frac{17}{50} \overset{2/}{=} \frac{34}{100}$; *c.* $\frac{15}{20} \overset{5/}{=} \frac{75}{100}$; *d.* $\frac{70}{10} \overset{10/}{=} \frac{700}{100}$; *e.* $\frac{9}{25} \overset{10/}{=} \frac{36}{100}$

19) $\frac{0}{17}; \frac{0}{20}; \frac{0}{1}; \frac{0}{5}; \frac{17}{17}; \frac{17}{20}; \frac{17}{1}; \frac{17}{5}; \frac{20}{20}; \frac{20}{17}; \frac{20}{1}; \frac{20}{5}; \frac{1}{1}; \frac{1}{17}; \frac{1}{20}; \frac{1}{5}; \frac{5}{17}$;

Scanned with OKEN Scanner

$\frac{5}{20}; \frac{5}{1}; \frac{5}{5}$. **20)** $\frac{0}{17}; \frac{0}{20}; \frac{0}{1}; \frac{0}{5}; \frac{17}{20}; \frac{1}{17}; \frac{1}{20}; \frac{1}{5}; \frac{5}{17}; \frac{5}{20}$.

21) 4 fracții echiunitare) **22)** $\frac{0}{17}=\frac{0}{20}=\frac{0}{1}=\frac{0}{5}; \frac{17}{17}=\frac{20}{20}=\frac{1}{1}=\frac{5}{5}$.

2. Aflarea unei fracții dintr-un număr natural

1) $\frac{1}{2}\cdot 30=15$. **2)** $\frac{1}{6}\cdot 90=15$. **3)** $\frac{1}{4}\cdot 20=5$. **4)** $\frac{2}{100}\cdot 700=14$.

5. $\frac{20}{100}\cdot 700=140$. **6.** $\frac{20}{100}\cdot 70=14$. **7.** $\frac{20}{100}\cdot 50=\frac{50}{100}\cdot 20$.

8) $\frac{20}{100}\cdot 80<\frac{40}{100}\cdot 80$. **9)** 90. **10)** 160. **11)** 200. **12)** 140.

13. $\frac{1}{4}\cdot x=2 \Rightarrow x=0$. Drumul are 8 km. **14.** $\frac{20}{100}\cdot x=2 \Rightarrow x=10$ tema a avut 10 probleme. **15.** $\frac{80}{100}\cdot x=800 \Rightarrow x=1000 \Rightarrow$ salariul inițial este de 1000 lei.

16. $\frac{p}{100}\cdot 150=15 \Rightarrow p=10\%$. **17.** $\frac{p}{100}\cdot 200=400 \Rightarrow p=200\%$.

18. $p\cdot 90=9 \Rightarrow p=\frac{1}{10}$.

3. Introducerea și scoaterea întregilor din fracții

1) a) $1\frac{2}{3}=\frac{5}{2}$; b) $10\frac{5}{4}=\frac{45}{4}$; c) $7\frac{1}{5}=\frac{36}{5}$; d) $8\frac{1}{4}=\frac{33}{4}$; e) $9\frac{1}{8}=\frac{73}{8}$; f) $11\frac{3}{5}=\frac{58}{5}$; g) $12\frac{1}{7}=\frac{85}{7}$; h) $14\frac{1}{10}=\frac{141}{10}$; i) $9\frac{1}{7}=\frac{64}{7}$; j) $16\frac{1}{8}=\frac{129}{8}$; k) $10\frac{1}{2}=\frac{21}{2}$; l) $4\frac{1}{9}=\frac{37}{9}$ m) $5\frac{1}{7}=\frac{36}{7}$; n) $6\frac{1}{3}=\frac{19}{3}$; o) $9\frac{1}{11}=\frac{100}{11}$; p) $20\frac{16}{15}=\frac{316}{15}$; r) $17\frac{8}{9}=\frac{161}{9}$; s) $4\frac{3}{7}=\frac{31}{7}$; t. $9\frac{7}{10}=\frac{97}{10}$; u. $11\frac{3}{20}=\frac{223}{20}$; v. $12\frac{4}{5}=\frac{64}{5}$.

2) $\frac{29}{3}=9\frac{2}{3}$; $\frac{29}{5}=5\frac{4}{5}$; $\frac{11}{7}=1\frac{4}{7}$; $\frac{17}{5}=3\frac{2}{5}$; $\frac{90}{7}=12\frac{6}{7}$; $\frac{90}{5}=18$; $\frac{90}{89}=1\frac{1}{89}$; $\frac{101}{50}=2\frac{1}{50}$; $\frac{123}{12}=10\frac{3}{12}$; $\frac{49}{7}=7$; $\frac{49}{21}=4\frac{1}{21}$; $\frac{75}{3}=25$; $\frac{76}{11}=6\frac{10}{11}$; $\frac{1010}{200}=5\frac{10}{200}$; $\frac{2011}{7}=287\frac{2}{7}$; $\frac{41}{30}=1\frac{11}{30}$; $\frac{79}{2}=39\frac{1}{2}$; $\frac{25}{12}=2\frac{1}{12}$; $\frac{123}{40}=3\frac{3}{40}$.

3) a) $1\frac{2}{3}=\frac{5}{3}$; b) $\frac{70}{21}=3\frac{7}{21}$; c) $10\frac{1}{10}=\frac{101}{10}$; d) $49\frac{2}{5}=\frac{247}{5}\neq\frac{245}{5}$; e) $11\frac{1}{8}=\frac{89}{8}=10\frac{9}{8}$;

Scanned with OKEN Scanner

f) $6\frac{5}{6}=\frac{41}{6}$; g) $20\frac{40}{15}=\frac{340}{15}\neq\frac{335}{15}=22\frac{5}{15}$; h) $18\frac{1}{8}=\frac{145}{8}\neq\frac{132}{8}$; i) $6\frac{1}{8}\neq 6\frac{1}{9}$;

j) $1\frac{19}{20}=\frac{39}{20}\neq\frac{59}{20}$.

4. Adunarea și scăderea fracțiilor cu același numitor

1) a) $\frac{27}{12}$; b) $\frac{34}{5}$; c) $\frac{16}{2}$; d) $\frac{15}{9}$; e) $\frac{0}{8}$; f) $\frac{15}{2}$;

2) a) $\overset{4/}{\frac{1}{5}}=\frac{4}{20}$; $\overset{2/}{\frac{2}{10}}=\frac{4}{20}$; $\overset{5/}{\frac{7}{4}}=\frac{35}{20}$; $\overset{10/}{\frac{9}{2}}=\frac{90}{20}$;

b) $\frac{4}{20}+\frac{4}{20}+\frac{35}{20}+\frac{90}{20}=\frac{133}{20}$.

3) a) $\frac{7}{115}$; b) $\frac{7}{9}$; c) $\frac{1}{7}$; d) $\overset{2/}{\frac{2}{5}}+\frac{3}{10}=\frac{4}{10}+\frac{3}{10}=\frac{7}{10}$; e) $\frac{11}{35}$; f) $\frac{2}{101}$; g) $\frac{10}{59}$;

h) $\frac{89}{60}$; i) $\frac{3}{7}$; j) $\frac{10}{5}$; k) $\frac{1}{5}$; l) $\frac{21}{2}$.

4) a) $\overset{3/}{\frac{3}{4}}+\overset{2/}{\frac{5}{6}}+\frac{7}{12}=\frac{9}{12}+\frac{10}{12}+\frac{7}{12}=\frac{26}{12}$; b) $\overset{5/}{\frac{2}{3}}+\overset{3/}{\frac{3}{5}}-\frac{4}{15}=\frac{15}{15}$;

c) $\overset{2/}{\frac{9}{16}}-\frac{5}{32}=\frac{18}{32}-\frac{5}{32}=\frac{13}{32}$; d) $\frac{31}{6}+\overset{2/}{\frac{8}{3}}+\overset{6/}{4}=\frac{31}{6}+\frac{16}{6}+\frac{24}{6}=\frac{71}{6}$;

e) $\frac{5}{6}+\overset{2/}{\frac{7}{3}}+\overset{3/}{\frac{9}{2}}=\frac{5}{6}+\frac{14}{6}+\frac{27}{6}=\frac{46}{6}$;

f) $5\frac{1}{6}+2\frac{2}{3}+4=\frac{31}{6}+\overset{2/}{\frac{8}{3}}+\overset{6/}{4}=\frac{31}{6}+\frac{16}{6}+\frac{24}{6}=\frac{71}{6}$.

5) a) $\frac{78}{13}$; b) $\frac{n(n+1)}{2(n+1)}=\frac{n}{2}$; c) $\frac{10\cdot 60\cdot 61:2}{61}=300$.

6) a) $\frac{2}{3}$; b) $\frac{5}{71}$; c) $\frac{9}{5}$; d) $\frac{4}{24}$; e) $\frac{32}{33}$; f) $\frac{3}{3}$; g) $\frac{3}{4}$; h) $\frac{3}{4}$; i) $\frac{3}{6}$; j) $\frac{3}{6}$; k) $\frac{3}{8}$; l) $\frac{5}{8}$.

m) $\frac{5}{10}$; n) $\frac{14}{12}$; o) $\frac{13}{12}$; p) $\frac{4}{12}$; r) $\frac{11}{12}$; s) $\frac{29}{12}$; t) $\frac{12}{15}$; u) $\frac{17}{15}$.

7) a) $\frac{9}{17}$; b) $\frac{44}{123}$; c) $\frac{44}{123}$; d) $\frac{9}{17}$; e) $\frac{12}{19}$; f) $\frac{12}{19}$; g) $\frac{14}{15}$; h) $\frac{14}{15}$; i) $\frac{4}{6}$; j) $\frac{4}{6}$.

8) a) $\frac{39}{17}$; b) $\frac{200}{23}$; c) $\frac{45}{101}$; d) $\frac{200}{271}$; e) $\frac{20}{14}$; f) $\frac{7}{10}$; g) $\frac{11}{14}$; h) $\frac{20}{26}$; i) $\frac{24}{22}$; j) $\frac{33}{12}$; k) $\frac{29}{8}$.

Scanned with OKEN Scanner

9) a) $\frac{7}{3}$; b) $\frac{7}{2}$; c) $\frac{21}{4}$; d) $\frac{37}{7}$; e) $\frac{82}{5}$; f) $\frac{23}{3}$; g) $\frac{218}{7}$; h) $\frac{212}{14}$; i) $\frac{431}{18}$; j) $\frac{70}{3}$

10. a) $5\frac{8}{13}$; b) $8\frac{3}{5}$; c) $14\frac{4}{7}$; d) $8\frac{5}{9}$; e) $8\frac{5}{11}$; f) 14; g) $8\frac{1}{8}$; h) $28\frac{3}{4}$; i) 9; j) $15\frac{39}{30}$.

11) a) $\frac{9}{13}$; b) $\frac{10}{7}$; c) $\frac{2}{119}$; d) $\frac{20}{114}$; e) $\frac{5}{9}$; f) $\frac{7}{43}$; g) $\frac{14}{20}$; h) $\frac{1}{4}$; i) $\frac{1}{40}$; j) $\frac{5}{28}$.

k) $\frac{1}{24}$; l) $\frac{21}{34}$; m) $\frac{73}{448}$; n) $\frac{23}{1000}$; o) $\frac{1}{4224}$.

12) a) $\frac{1}{15}$; b) $\frac{5}{15}$; c) 0; d) $\frac{10}{17}$; e) $\frac{9}{30}$; f) $\frac{9}{30}$.

13) a) $\frac{14}{17}$; b) $\frac{26}{19}$; c) $\frac{5}{10}$; d) $\frac{3}{13}$; e) $\frac{21}{20}$; f) $\frac{17}{24}$; g) $\frac{13}{18}$; h) $19\frac{9}{12}$; i) $9\frac{9}{16}$; j) $4\frac{5}{24}$.

V. FRACȚII ZECIMALE

1. Transformarea fracțiilor cu numitori puteri ale lui 10 sub formă de fracții zecimale

1) a) 0,7; b) 0,09; c) 0,003; d) 0,15; e) 0,009; f) 0,013. **2)** a) 0,01; b) 0,025 c) 0,007; d) 0,0015; e) 0,002; f) 0,0001; g) 2,9; h) 11,1; i) 31,28; j. 4,175. **3)** a) 0,5; b) 1,4; c) 2,25; d) 2,4; e) 0,2; f) 0,125; g) 0,16; h) 0,58; i) 0,05; j. 0,072; k. 0,025; l. 0,14; m. 0,225; n. 0,7; o. 0,116.

4) a) $\frac{9}{30}=\frac{3}{10}=0,3$; b) $\frac{14}{700}=\frac{2}{100}=0,02$; c) $\frac{33}{1100}=\frac{3}{100}=0,03$; d) $\frac{6}{60}=\frac{1}{10}=0,1$;

e) $\frac{18}{900}=\frac{2}{100}=0,02$; f) $\frac{81}{9000}=\frac{9}{1000}=0,009$.

2. Transformarea fracțiilor zecimale finite sub formă de fracții ordinare

1. a) $\frac{40647}{100}$; b) $\frac{9048}{100}$; c) $\frac{11025}{100}$; d) $\frac{7996}{100}$; e) $\frac{26519}{100}$; f) $\frac{8735}{100}$; g) $\frac{91525}{100}$;

h) $\frac{2016508}{1000}$; i) $\frac{36536}{100}$; j) $\frac{12478}{100}$; k) $\frac{36536}{100}$; l) $\frac{527}{1000}$; m) $\frac{25037}{1000}$; n) $\frac{8}{100}$;

o) $\frac{7}{1000}$.

2. a) $\frac{527}{1000}$; b) $\frac{97}{10}$; c) $\frac{24536}{100}$; d) $\frac{250}{1000}$; e) $\frac{40312}{1000}$; f) $\frac{38813}{100}$; g) $\frac{527}{1000}$;

h) $\frac{1}{1000}$; i) $\frac{513}{1000}$; j) $\frac{25037}{1000}$; k) $\frac{252}{100}$; l) $\frac{6275}{1000}$; m) $\frac{459}{100}$; n) $\frac{795}{100}$; o) $\frac{3279}{1000}$.

Scanned with OKEN Scanner

3. a) $\frac{39123}{1000}$; b) $\frac{47005}{1000}$; c) $\frac{9}{10000}$; d) $\frac{128075}{1000}$; e) $\frac{70015}{10000}$; f) $\frac{80128}{10000}$; g) $\frac{9207}{1000}$; h) $\frac{20003}{1000}$; i) $\frac{121013}{1000}$; j) $\frac{7}{100000}$; k) $\frac{14207}{1000}$; l) $\frac{23117}{1000}$; m) $\frac{90501}{10000}$; n) $\frac{160035}{10000}$; o) $\frac{2300018}{100000}$.

3. Aproximări și rotunjiri

1. Aproximarea prin lipsă la zecimi:

a) 406,4; b) 90,4; c) 1,1; d) 7,9; e) 2,6; f) 0; g) 0,8; h) 9,1; i) 2; j) 0,3; k) 1,2; l) 3,6; m) 0,5; n) 2,5; o) 0.

Aproximarea prin lipsă la sutimi:

a) 406,47; b) 90,48; c) 1,1; d) 7,99; e) 2,65; f) 0; g) 0,87; h) 9,15; i) 2,01; j) 0,36; k) 1,24; l) 3,65; m) 0,52; n) 2,50; o) 0,08.

Aproximarea prin lipsă la miimi:

a) 406,472; b) 90,489; c) 1,102; d) 7,996; e) 2,651; f) 0,007; g) 0,873; h) 9,152; i) 2,016; j) 0,365; k) 1,247; l) 3,653; m) 0,527; n) 2,503; o) 0,08.

2. Aproximarea prin adaos la zecimi:

a) 4; b) 4,8; c) 0,1; d) 1,3; e) 7,1; f) 0,1; g) 16,1; h) 23,1; i) 128,1; j) 0,2; k) 0,1; l) 8; m) 1,2; n) 2,7; o) 3,1.

Aproximarea prin adaos la sutimi:

a) 3,92; b) 4,71; c) 0,01; d) 1,29; e) 9,01; f) 0,01; g) 16,01; h) 23,01; i) 128,08; j) 0,11; k) 0,09; l) 8; m) 1,11; n) 2,66; o) 3,06.

Aproximarea prin adaos la miimi:

a) 3,913; b) 4,701; c) 0,001; d) 1,281; e) 7,002; f) 0,001; g) 16,004; h) 23,001; i) 128,076; j) 0,103; k) 0,081; l) 7,997; m) 1,103; n) 2,652; o) 3,051.

3. Rotunjirea la unități:

a) 31; b) 15; c) 0; d) 5; e) 4; f) 23; g) 10; h) 7; i) 14; j) 22; k) 0; l. 3.

Rotunjirea la zecimi:

a) 31,3; b) 14,6; c) 0; d) 5; e) 4,2; f) 23; g) 9,7; h) 7,1; i) 14,1; j) 21,5; k) 0; l) 3,1.

Rotunjirea la sutimi:

a) 31,28; b) 14,56; c) 0,009; d) 5,001; e) 4,181; f) 23,026; g) 9,672; h) 7,103; i) 14,104; j) 21,507; k) 0,007; l) 3,102.

Scanned with OKEN Scanner

4. Compararea fracțiilor zecimale

1) a) $2 < 2{,}01$; b) $0{,}01 < 0{,}012$; c) $0{,}1 > 0{,}01$; d) $1{,}23 > 1{,}203$; e) $3{,}14 > 3{,}104$; f) $0{,}05 < 0{,}5$; g) $0{,}14 > 0{,}014$; h) $10{,}2 < 10{,}3$; i) $10{,}2 < 11{,}2$; j) $4{,}8 < 8{,}4$.

2) a) $3{,}75 < 37{,}5$; b) $0{,}01 < 0{,}11$; c) $1{,}02 < 10{,}2$; d) $0{,}102 < 0{,}12$; e) $30{,}101 > 3{,}0101$; f) $4{,}5 > 0{,}45$; g) $2{,}11 > 2{,}101$; h) $180{,}5 > 18{,}5$; i) $2{,}003 < 2{,}03$; j) $4{,}101 < 4{,}11$.

3) 3,0101; 3,011; 3,101; 3,11; 3,12; 3,21. **4)** a) 5,67; 5,403; 5,401; 5,31; 5. b) 3,9; 3,82; 3,71; 3,5; 2,71; 2,6. c) 100,5; 9,7; 4,36; 3,7; 0,26; 0,251. d) 400,312; 389,13; 388,13; 245,736; 245,36.

5. Adunarea și scăderea fracțiilor zecimale

1) a) 5,2; b) 7,5; c) 34,037; d) 14,513; e) 12,007; f) 1,08; g) 24,527; h) 4,001; i) 11,52; j) 8,5; k) 456,275; l) 32,007; m) 54,72; n) 44,75; o) 131.

2) a) 4451,5; b) 9066,45; c) 4,375; d) 990,139; e) 500,8; f) 800,31; g) 250; h) 995,997; i) 420,77; j) 32,977; k) 137,841; l) 824,757; m) 67,524; n) 440,275; o) 1,152.

3) a) 9,8; b) 13,88; c) 144,279; d) 35,421; e) 6,05; f) 29,12; g) 233,563; h) 20,26; i) 15,85; j) 16,4; k) 364,577; l) 299,637; m) 413,1536; n) 366,95.

4) a) 12564,905; b) 105,21; c) 1040,8; d) 168,54; e) 2383,618.

5) a) 1,25; b) 0,096; c) 0; d) 4; e) 6,1; f) 0; g) 20; h) 0; i) 1; j. 64,6; k. 4,51; l) 9; m) 28,923; n) 0,421.

6. Înmulțirea fracțiilor zecimale. Ridicarea la putere a fracțiilor zecimale

1) a) 5; b) 1455; c) 456130; d) 12581700; e) 2780,5; f) 20; g) 3500; h) 213; i) 21030; j) 40200; k) 25700; l) 420; m) 2500; n) 160; o) 0,05.

2) a) 0,1; b) 7,777; c) 2,745; d) 9,14; e) 35,15; f) 0,124; g) 4,82; h) 6,033; i) 8,428; j. 15,545; k) 35,605; l) 63,15; m) 16,428; n) 24,615; o) 36,424.

3) a) 7,2; b) 2,7; c) 5,467; d) 9,25; e) 0,0813; f) 26,67; g) 0,645; h) 1,2928; i) 6,0065; j) 7,839; k) 8,526; l) 2,835; m) 0,945; n) 6,342; o) 4,41.

4) a) 348,6; b) 167,005; c) 539,4075; d) 55; e) 55,5; f) 23,4; g) 1875; h) 197,28; i) 1476; j) 8142,4; k) 0,02; l) 2,1; m) 1295,82; n) 1684,75; o) 1785.

5) a) 2,28886641; b) 1; c) 2,13; d) 2,197; e) 20,346417; f) 1,771561; g) 5,0625; h) 1; i) 0,064; j) 2,8561; k) 0,0625; l) 1; m. 6,25; n) 0,000001; o) 1,331.

6) a) 2,7; b) $(0{,}1)^6$; c) $3{,}2^2$; d) 1; e) 1; f) 1,2; g) 0,9; h) $3{,}2^2$; i) 1; j) 1; k. 1; l) 1,9; m) 1; n) 0,02; o) $1{,}2^4$.

7. Împărțirea a două numere naturale cu rezultat fracție zecimală. Periodicitate. Transformarea unei fracții ordinare într-o fracție zecimală

1) a) 0,5; b) 1,5; c) 2,5; d) 1,75; e) 1,25; f) 4,25; g) 3,8; h) 4,2; i) 11,5; j) 5,75; k) 2,875; l) 5,4; m) 24,5; n) 6,125; o) 9,8.

Scanned with OKEN Scanner

2) a.0,(3); b) 0,1(6); c) 0,(142857); d) 0,(1); e) 0,(6); f) 0,(285714); g) 0,(2); h) 5,(6); i) 2,8(3); j) 1,(8); k) 2,5; l) 1,(6); m) 2,(5); n) 7,(6); o) 3,8(3).

3) a) 3,(3); b) 3(3); c) 1,(5); d) 2,(3); e) 3,(857142); f) 4,(142857); g) 4,8(3); h) 8,1(6); i) 5,8; j) 6,(428571); k) 1,(962); l) 20,(6); m) 7,(2); n) 5,2; o) 4,(3).

4) a) 0,(142857); b) 0,(2); c) 0,(27); d) 0,58(3); e) 1,(285714); f) 0,(428571); g) 0,(45); h) 0,(153846); i) 2,(63); j) 3,(076923); k) 0,(538461); l) 0,(238095); m) 0,(1); n) 0,(769230); o) 3,(076923).

5) a) periodică simplă; b) zecimală finită; c) zecimală finită; d) periodică simplă; e) zecimală finită; f) periodică simplă; g) periodică simplă; h) periodică mixtă; i) zecimală finită; j. periodică mixtă; k. periodică simplă; l. periodică simplă; m. zecimală finită; n. zecimală finită; o. zecimală finită.

8. Împărțirea unui număr natural la o fracție zecimală finită. Împărțirea a două fracții zecimale.

1) a) 14; b) 20; c) 10,8(3); d) 833,(3); e) 7 500; f) 26,(36); g) 310; h) 48,(5148); i) 2 900; j) 0,9(84); k) 240; l) 17 000; m) 22,(307692); n) 4 022; o) 49,(87804).

2) a) 23; b) 2,08(3); c) 42; d) 2,(3) e) 0,(4950; f) 14,5; g) 2,(846153); h) 1,4; i) 3,(615384); j) 1; k) 1,5; l) 0,9; m) 0,1; n) 3; o) 5,85.

3) a) 2,291(6); b) 1,5(6); c) 10; d) 10; e) 1; f) 2,5; g) 25; h) 2,(6); i) 26,(6); j) 70; k) 700; l. 50; m) 10; n) 725; o) 7250.

4) a) 22; b) 34,1; c) 1606; d) 8,5; e) 97,1(6); f) 57,8.

9. Media aritmetică a două fracții zecimale finite. Ordinea efectuării operațiilor

1) a) 51,53; b) 50; c) 21,2; d) 19,24; e) 4,7; f) 0,68; g) 6,941; h) 15,7875; i) 63,403; j) 3,3. **2)** a) 1; b) 0,276605; c) 14,235; d) 32,75125; e) 1,9998; f) 30,858025; g) 59,16075.

10. Transformarea unei fracții zecimale într-o fracție ordinară

1) a) $\frac{125}{100}$; b) $\frac{203}{1000}$; c) $\frac{147}{100}$; d) $\frac{3025}{1000}$; e) $\frac{7}{1000}$; f) $\frac{175}{100}$; g) $\frac{295}{100}$; h) $\frac{7001}{1000}$; i) $\frac{1251}{100}$; j) $\frac{6107}{1000}$; k) $\frac{3209}{1000}$; l) $\frac{5}{10000}$; m) $\frac{4101}{1000}$; n) $\frac{3021}{1000}$; o) $\frac{7005}{1000}$.

2) a) $3\frac{5}{9}$; b) $4\frac{69}{99}$; c) $\frac{1}{99}$; d) $2\frac{3}{9}$; e) $\frac{6}{9}$; f) $1\frac{75}{99}$; g) $2\frac{3}{999}$; h) $4\frac{9}{99}$; i) $7\frac{81}{99}$; j) $2\frac{51}{99}$; k) $3\frac{7}{9}$; l) $4\frac{95}{99}$; m) $\frac{102}{999}$; n) $3\frac{12}{99}$; o) $5\frac{4}{99}$.

3) a) $2\frac{52}{900}$; b) $1\frac{293}{990}$; c) $3\frac{13}{900}$; d) $7\frac{25}{900}$; e) $1\frac{1308}{9900}$; f) $5\frac{29}{900}$; g) $\frac{49}{900}$; h) $1\frac{122}{990}$; i) $2\frac{1374}{99900}$; j) $\frac{5470}{99900}$; k) $\frac{2201}{99900}$; l) $5\frac{111}{990}$; m) $\frac{48}{900}$; n) $7\frac{12117}{99900}$; o) $\frac{11194}{99900}$.

Scanned with OKEN Scanner

11. Ecuații și inecuații. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor

1) a) 2,5; b) 0,75; c) 28,75; d) 2,56; e) 110,25; f) 40,5; g) 6,35; h) 2,8; i) 5,34; j. 3.

2) $2{,}75 \cdot 5 = 13{,}75$. **3)** $3{,}75 \cdot 2 + 1{,}5 = 9$. **4)** $a + b = 23{,}75$; $a - b = 0{,}25$. Avem $a = 0{,}24 + b \Rightarrow 0{,}25 + b + b = 23{,}75 \Rightarrow 2b = 23{,}5 \Rightarrow b = 11{,}75 \Rightarrow a = 12$.

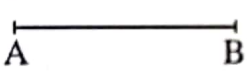
5) 2,03; **6)** $(a + b + c) : 3 = 21{,}75 \Rightarrow a + b + c = 65{,}25$; $(a + b) : 2 = 14{,}5 \Rightarrow a + b = 29$; $c = 65{,}25 - 29 = 36{,}25$. **7)** Suma notelor actuale este $9{,}75 \cdot 4 = 39$. Noua medie este $(39 + 10) : 5 = 9{,}8$. Media s-a mărit cu $9{,}8 - 9{,}75 = 0{,}05$.

GEOMETRIE

1. Dreaptă. Segment. Unghi. Triunghi. Patrulater. Cerc.

1) a) 4 drepte: AB; BC; BC; AC; b) 6 segmente: [AB]; [AC]; [AD]; [BC]; [BD]; [CD]; c) 3 segmente: [AB]; [AC]; [AD]; d) 3 triunghiuri: $\triangle ABC$; $\triangle BCD$; $\triangle ABD$;

2)

a. 

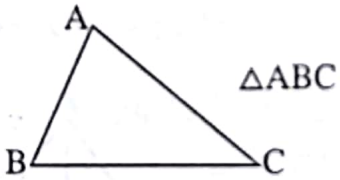
[AB]

b.

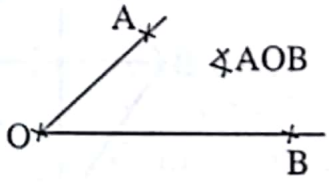
AB

c.

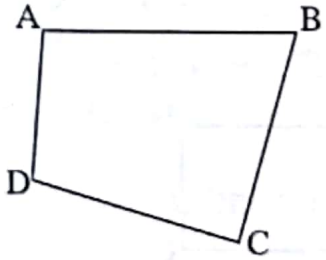
(AB

d. 

△ABC

e. 

∢AOB

f. 

3) a) 3 laturi; b) 3 unghiuri; c) 4 laturi; d) 4 unghiuri; e) 2 diagonale.

4) a) $|AC| = 2$ cm; $|AD| = 3$ cm; $|AE| = 4$ cm; $|AF| = 5$ cm; $|AG| = 6$ cm;

b) $|AC| = |BD| = |CE| = |DF| = |EG| = 2$ cm $\Rightarrow$ 5 *segmente*;

Scanned with OKEN Scanner

c) $|AC| = |BE| = |CF| = |DG| = 3$ cm $\Rightarrow$ 4 *segmente*;

d) $|AE| = |BF| = |CG| = 4$ cm $\Rightarrow$ 3 *segmente*;

e) $|AE| = |BG| = 5$ cm $\Rightarrow$ 2 *segmente*;

f) $|AG| = 6$ cm.

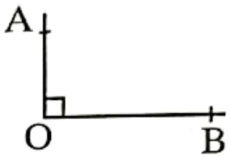
5) a) 0°;

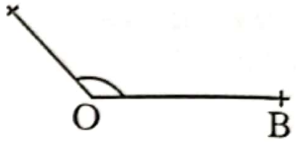
b) 180°;

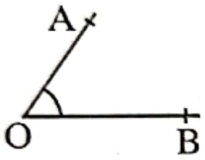
c) Un unghi cu mărimea mai mare de 90°.

d) Un unghi cu mărimea de 90°.

e) Un unghi cu mărimea mai mică de 90°.

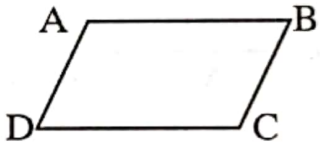




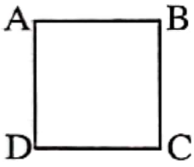


6) a) Un triunghi cu toate laturile congruente. b) Un triunghi cu două laturi congruente; c) Un triunghi cu un unghi drept.

7) a) Un patrulater cu lățimile paralele două câte două:

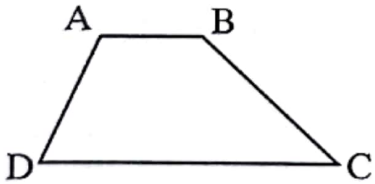


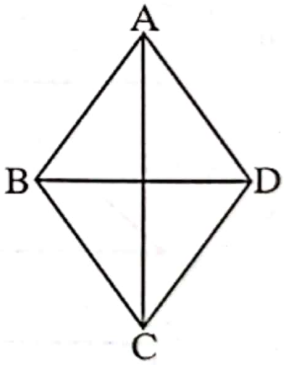
b) Un dreptunghi cu două laturi consecutive congruente:



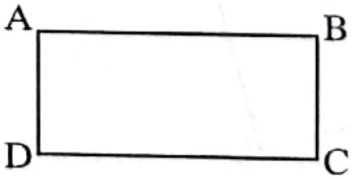
c) Un paralelogram cu două laturi consecutive congruente:

d) Un patrulater convex cu două laturi paralele și două laturi neparalele:





e) Un paralelogram cu un unghi de 90°:



2. Cub. Paralelipiped dreptunghic. Desfășurări. Elemente.

1) a) Pătrate; b) 12; c) 12; d) Dreptunghiuri. **2)** a.; **3)** $6 \cdot 3 = 18$ mm.

4) $2 \cdot (15 \cdot 40 + 15 \cdot 20 + 40 \cdot 20) = 3400$ cm^2. **5)** a) 8; b) 24; c) 24; d) 8.

Scanned with OKEN Scanner

VII. UNITĂȚI DE MĂSURĂ

1. Unități de măsură pentru lungime. Perimetru

1) 2 cm. **2)** 3 m. **3)** 20 mm. **4)** $2(3 + 6) = 18$ dm. **5)** $3 + 3 + 1 = 7$ cm.
6) a) 200 cm; b) 300 400 cm; c) 15 000 cm; d) 12 cm; e) 1718 cm. f) 44000 cm; g) 2180 cm; h) 0,5 cm; i) 500,3 cm. **7)** a) 120 mm; b) 12700 cm; c) 800 m; d) 80 dm; e) 351 m; f) 7500 cm; g) 70 dm; h) 500 mm; i) 50700 cm. **8)** a) 1700 cm; b) 15000 m; c) 124,31 mm; d) 2406,1 dam; e) 17,225 hm; f) 0,00000302 km; g) 0,00021 km; h) 0,0001122 hm; i) 3 mm. **9)** a) 800,2 dam; b) 200,21 mm; c) 0,3032 dam; d) 2 cm; e) 202 m; f) 0,033 m; g) 20200 dm; h) 5 km; i) 60 hm.

2. Unități de măsură pentru arie. Aria pătratului și a dreptunghiului

1) 25 cm^2; **2.** 6 m^2; **3)** $A_{dreptunghi} = 24$ cm^2; $A_{pătratului} = 25$ cm^2 => aria dreptunghiului este mai mică decât aria pătratului. **4)** Aria băii este de 10 m^2 = 100 000 cm^2. Aria unei plăci este de 625 cm^2 => este nevoie de 160 plăci.

5) a) 1300 mm^2; b) 200 cm^2; c) 10 mm^2; d) 1000000 m^2; e) 2500 dam^2; f) 0,2 dm^2; g) 3500 hm^2; h) 4 m^2; i) 0,6 m^2; j. 0,000065 km^2; k. 2 dam^2; l. 30 km^2.
6) a) 1 263,008 m^2; b) 230 023,25 cm^2; c) 0,26008 m^2; d) 13823 mm^2; e) 14 323,14 dm^2; f) 159,80 cm^2. **7)** a) 132 825 m^2; b) 320 022,5 m^2; c) 1 500 002 800 dm^2; d) 20 500,0148 dm^2; e) 30 300 mm^2; f) 30 cm^2. **8)** a) 726 a; b) 25,1 ha; c) 12 500 cm^2; d) 300,1481 cm^2; e) 2,1850 m^2; f) 2762,35 m^2.

3. Unități de măsură pentru volum. Volumul cubului și al paralelipipedului dreptunghic

1) 8 cm^3; **2)** 30 cm^3; **3)** 27 cuburi; **4)** 40 m^3 = 40 000 dm^3 = 40 000 l. **5)** a) 4 m^3; b) 0,0002 m^3; c) 0,003 m^3; d) 17 280 m^3; e) 128 003 000 m^3; f) 3 500 000 m^3; g) 182 500 000 m^3; h) 0,7 m^3; i) 725 m^3; j. $423 \cdot 10^8$ m^3; k. 425 m^3; l. 1 725 m^3.
6) a) $18 \cdot 10^6$ m^3; b) 0,003 dam^3; c) 16 l; d) 40 000 dam^3; e) 1,83 m^3; f) 3 m^3; g) 1,83 m^3; h) 500 dam^3; i) 1000 m^3; **7)** a) 1 km^3; b) 2 000 hm^3;; c) 1,3 dam^3; d) 0,004 hm^3; e) 70 000 km^3; f) $2 \cdot 10^{15}$ cm^3; g) $4 \cdot 10^{12}$ cm^3; h) $5 \cdot 10^6$ dm^3; i) $2 \cdot 10^5$ m^3.

4. Unități de măsură pentru capacitate

1) $1500 : 200 = 7,5$ => 7 pahare și jumătate. **2)** 4 găleți. **3)** $1,5 \cdot 6 = 9$ l. **4)** $5 \cdot 240 = 1200$ ml. **5)** a) 300 ml; b) 20000 m; c) 0,2 ml; d) 500 ml; e) 25 000 ml; f) 60 ml; g) $18 \cdot 10^5$ ml; h) 3500 ml; i) 500 ml; j. 140 ml; k. 1800 ml; l. 300 ml. **6)** a) 0,03 l; b) 37 l; c) 160 kl; d) 3,4 l; e) 15 dl; f) 37 cl; g) 100 dal; h) 34 dal; i) 14 l. **7)** a) 172

Scanned with OKEN Scanner

ml; b) 37 l; c) 160 kl; d) 3,4 l; e) 15 dl; f) 37 cl; g) 100 dal; h) 34 dal; i) 14 l.

5. Unități de măsură pentru masă

1) 5 : 140 = 700 g) **2)** 10 t = 10 000 kg) Putem transporta 10 000 : 25 = 400 de saci. **3)** Într-o lădiță avem 9,5 kg, deci în 5 lădițe avem 47,5 kg) **4)** a) 3000 g; b) 1 g; c) 20 g; d) 100 g; e) 800 g; f) 30 g; g) 0,4 g; h) 50 g; i) 80 g) **5)** a) 2000 dg; b) 4g; c) 0,3 dag; d) 8 hg; e) 0,4 kg; f) 50 dag; g) 8 dg; h) 50 dg; i) 4 000 mg) **6)** a) 890 cg; b) 3 020 g; c) 1,3 kg; d) 4 300 g; e) 450,2 dag; f) 30 400 cg; g) 60 dag; h) 15 000 g; i) 3,4 hg) **7)** a) 6 000 kg; b) 0,8 t; c) 30 q; d) 500 kg.

6. Unități de măsură pentru timp

1) a) 60; b) 60; c) 24; d) 7. **2)** a) 12; b) 10; c) 100; d) 1000. **3)** a) 28; 29; 30 sau 31. b) 365 sau 366; c) un an care are 366 de zile; d) Nu. Da) **4)** a) 13 h 2 min.; b) 39 h 2 min.; c) 72 h; d) 3 h; e) 525 h; f) 11 h 15 min.; g) 16 h 16 min.; h) 24 h; i) 1 h) **5)** a) 7 560 s; b) 1 020 min.; c) 312 h; d) 40 min; e) 15 min; f) 9 zile 15 h; g) 36843 s; h) 3329 min.; i) 2400 luni. **6)** a) 11 708 s; b) 2582 luni; c) 51 372 s; d) 168 h; e) 10 080 min.; f) 13 h 20 s; g) 29 288 s; h) 7 998 s; i) 37 h 15 min 28 s.

Scanned with OKEN Scanner

Scanned with OKEN Scanner

TESTE DE EVALUARE TIP CONCURSUL NAȚIONAL EUCLID

CLASA A V-A

TEST 1

Clasa a V-a

NOTĂ. La subiectul I există un singur răspuns corect. La subiectul II se va da direct răspunsul. La subiectele III și IV se cer rezolvările complete. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 2 ore și 30 de minute.

SUBIECTUL I (20p)

(Se scrie pe foaia de concurs doar litera corespunzătoare răspunsului corect)

(4p) **1)** Care este cel mai mare număr natural de trei cifre diferite, care se poate forma folosind cifrele 7; 5; 9; 1?
a) 999 **b)** 951 **c)** 971 **d)** 975

(4p) **2)** Care este cel mai mare rest care se poate obține când împărțim un număr natural la 7?
a) 8 **b)** 7 **c)** 6 **d)** 5

(4p) **3)** Care este cel mai mic număr natural care verifică inegalitatea?
a) 2 **b)** 5 **c)** 3 **d)** 4

(4p) **4)** Câte numere naturale sunt mai mari sau egale cu 100 și mai mici sau egale decât 125?
a) 25 **b)** 26 **c)** 24 **d)** 27

(4p) **5)** Care este cel mai mic număr par, de trei cifre, care are suma cifrelor 5?
a) 302 **b)** 104 **c)** 122 **d)** 500

SUBIECTUL II (40p)

(Se scriu pe foaia de concurs doar numărul exercițiului și rezultatul corespunzător)

(4p) **1)** Aflați suma numerelor de două cifre distincte, care se pot forma folosind cifrele 0; 1; 3.

(4p) **2)** Aflați diferența dintre cel mai mare număr natural de două cifre și cel mai mic număr natural de două cifre.

(4p) **3)** Care este restul împărțirii numărului 237 la 4?

(4p) **4)** Determinați suma numerelor care împărțite la 4 dau câtul 10.

(4p) **5)** Determinați valoarea lui x din egalitatea $3x+7=22$.

(4p) **6)** Aflați două numere naturale consecutive, care au suma 201.

(4p) **7)** Calculați $2001\cdot 2006-1999\cdot 2006-2\cdot 2006$.

(4p) **8)** Calculați $(70-1)\cdot(70+1)$.

(4p) **9)** Determinați valoarea numărului natural a știind că $ab+ac+ad=2007$ și $b+c+d=669$.

(4p) **10)** Aflați cel mai mare număr natural de patru cifre distincte, care are produsul cifrelor 0.

Scanned with OKEN Scanner

SUBIECTUL III (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Un bancomat este alimentat cu bancnote de 3 euro și bancnote de 5 euro. O persoană nu poate retrage mai mult de 1000 de euro la o tranzacție.

(6p) **a)** Să se arate că bancomatul poate elibera sumele de 8 euro, 9 euro și 10 euro.

(4p) **b)** Să se arate că nu pot fi retrași de la bancomat fix 7 euro.

(1p) **c)** Să se arate că, pentru a elibera o sumă pară de bani, bancomatul scoate un număr par de bancnote.

(1p) **d)** Să se arate că, pentru a elibera o sumă impară de bani, bancomatul scoate un număr impar de bancnote.

(1p) **e)** Să se afle numărul minim de bancnote cu care se poate plăti suma de 1000 de euro.

(1p) **f)** Să se afle numărul maxim de bancnote cu care se poate plăti suma de 1000 de euro.

(1p) **g)** Să se arate că bancomatul poate elibera orice sumă cuprinsă între 8 și 1000 de euro.

SUBIECTUL IV (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

O enciclopedie cu paginile numerotate de la 1 la 500 este împărțită în capitole, astfel încât fiecare capitol are exact 20 de pagini și cel puțin 25 de ilustrații. O pagină conține cel mult 5 ilustrații. Prima pagină din dreapta a enciclopediei are numărul 1.

(4p) **a)** Câte capitole are cartea?

(3p) **b)** Care este numărul cel mai mic de ilustrații care pot apărea în carte?

(3p) **c)** Un copil deschide la întâmplare enciclopedia și constată că suma numerelor de pe cele două pagini este 605. Să se afle numărul scris pe pagina din stânga, la care s-a deschis enciclopedia.

(2p) **d)** Câte cifre s-au folosit la numerotarea paginilor din primele 15 capitole?

(2p) **e)** Care este produsul cifrelor folosite la numerotarea oricăror 5 foi consecutive din enciclopedie? (O foaie are 2 pagini).

(1p) **f)** Să se arate că enciclopedia conține cel mult 375 de pagini fără nici o ilustrație.

Scanned with OKEN Scanner

TEST 2

Clasa a V-a

NOTĂ. La subiectul I există un singur răspuns corect. La subiectul II se va da direct răspunsul. La subiectele III si IV se cer rezolvările complete. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 2 ore și 30 de minute.

SUBIECTUL I (20p)

(Se scrie pe foaia de concurs doar litera corespunzătoare răspunsului corect)

(4p) **1)** Care este cel mai mare număr natural de trei cifre diferite, care se poate forma folosind cifrele 2; 7; 9?.

a) 297 **b)** 792 **c)** 999 **d)** 972

(4p) **2)** Care dintre numerele următoare împărțit la 4 da câtul 10?

a) 126 **b)** 40 **c)** 120 **d)** 160

(4p) **3)** Care este cel mai mic număr natural par de trei cifre distincte, care are suma cifrelor 5?

a) 104 **b)** 500 **c)** 203 **d)** 131

(4p) **4)** Care este ultima cifră a numărului $N = 5^0 + 5^1 + 5^2$?

a) 5 **b)** 6 **c)** 4 **d)** 1

(4p) **5)** Care dintre următoarele numere este un pătrat perfect cuprins între 10 și 20?

a) 14 **b)** 16 **c)** 15 **d)** 18

SUBIECTUL II (40p)

(Se scriu pe foaia de concurs doar numărul exercițiului și rezultatul corespunzător)

(4p) **1)** Scrieți cel mai mic element din mulțimea numerelor naturale.

(4p) **2)** Care este restul împărțirii numărului 38 la numărul 5?

(4p) **3)** Care este numărul de elemente ale mulțimii $\{2; 3; ...; 32\}$?

(4p) **4)** Care număr este mai mare, 2^3 sau 3^2?

(4p) **5)** Scrieți trei numere pare consecutive, care au suma 12.

(4p) **6)** Care este numărul natural x din egalitatea $2^{2007} + 2^{2007} = 2^x$?

(4p) **7)** Scrieți în ordine descrescătoare numerele $2008^0, 0^{2008}, 3, 2^2$.

(4p) **8)** Scrieți soluția naturală a ecuației $2 \cdot x + 3^2 = 17$.

(4p) **9)** Scrieți rezultatul calculului $2008 \cdot 2001 - 2008 \cdot 2 - 2008 \cdot 1999$.

(4p) **10)** Care este cel mai mic număr natural de patru cifre, care are produsul cifrelor 2?

Scanned with OKEN Scanner

SUBIECTUL III (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Fie $S_1 = 1+2+2^2+...+2^{99}$ și $S_2 = 1+2\cdot 2+3\cdot 2^2+...+100$.

(4p) **a)** Să se calculeze $1 + 2 + 2^2$.

(4p) **b)** Să se calculeze $1+2\cdot 2+3\cdot 2^2$.

(2p) **c)** Să se arate că S_1 și S_2 sunt numere impare.

(2p) **d)** Să se arate că $S_2 = 1+2\cdot 2+3\cdot 2^2+...+100\cdot 2^{99}$.

(1p) **e)** Să se calculeze S_1.

(1p) **f)** Să se arate că $2\cdot S_2 = 2+2\cdot 2^2+3\cdot 2^3+...+100\cdot 2^{100}$.

(1p) **g)** Să se calculeze S_2.

SUBIECTUL IV (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Se consideră mulțimea M formată din toate numerele naturale de 5 cifre distincte, scrise utilizând numai cifrele 1, 2 ,3, 4, 5.

(4p) **a)** Să se găsească cel mai mic element al mulțimii M.

(4p) **b)** Să se găsească cel mai mare element al mulțimii M.

(2p) **c)** Câte elemente din mulțimea M au primele două cifre 1 și 2, în această ordine?

(2p) **d)** Să se determine numărul elementelor mulțimii M.

(1p) **e)** Să se calculeze suma elementelor mulțimii M.

(1p) **f)** Să se determine numărul elementelor pare din mulțimea M.

(1p) **g)** Dacă numerotăm elementele mulțimii M, scrise în ordine crescătoare, cu numere naturale începând de la 1, ce număr de ordine va avea elementul 54123?

Scanned with OKEN Scanner

TEST 3

Clasa a V-a

NOTĂ. La subiectul I există un singur răspuns corect .La subiectul II se va da direct răspunsul. La subiectele III și IV se cer rezolvările complete. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 2 ore și 30 de minute.

SUBIECTUL I (20p)

(Se scrie pe foaia de concurs doar litera corespunzătoare răspunsului corect)

(4p) **1)** Care dintre următoarele fracții este cea mai mică?

a) $\frac{1}{2}$ **b)** $\frac{1}{3}$ **c)** $\frac{1}{4}$ **d)** $\frac{1}{5}$

(4p) **2)** Care dintre următoarele numere aparține mulțimii divizorilor naturali ai numărului 17?

a) 0 **b)** 1 **c)** 2 **d)** 3

(4p) **3)** Câți multipli naturali mai mici decât 15 are numărul 6?

a) 2 **b)** 3 **c)** 4 **d)** 5

(4p) **4)** Care dintre următoarele numere este pătrat perfect?

a) 6 **b)** 10 **c)** 15 **d)** 25

(4p) **5)** Care dintre următoarele propoziții este falsă?

a) $\frac{2}{3} > \frac{1}{3}$ **b)** $17 \vdots 1$ **c)** $0 \in M_5$ **d)** $\frac{2}{2} < \frac{3}{3}$

SUBIECTUL II (40p)

(Se scriu pe foaia de concurs doar numărul exercițiului și rezultatul corespunzător)

(4p) **1)** Scrieți rezultatul calculului $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$.

(4p) **2)** Stabiliți valoarea de adevăr a propoziției „$\frac{1}{3}$ este fracție subunitară”.

(4p) **3)** Scrieți o fracție echivalentă cu $\frac{2}{3}$.

(4p) **4)** Scrieți toți divizorii naturali ai numărului 6.

(4p) **5)** Scrieți cel mai mare număr natural de două cifre, care este divizibil cu 2.

(4p) **6)** Care este numărul natural x din egalitatea $\frac{4}{5} = \frac{x}{50}$?

(4p) **7)** Scrieți un număr natural care are exact doi divizori naturali.

(4p) **8)** Calculați $\frac{1}{3}$ din 39.

(4p) **9)** Scrieți elementele mulțimii $\{1,2,3,4\} \cap \{3,4,5,6\}$.

(4p) **10)** Care este cel mai mic număr natural de patru cifre, care este divizibil cu 5?

Scanned with OKEN Scanner

SUBIECTUL III (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Se consideră mulțimea M formată din toate numerele naturale care se scriu folosind numai cifrele 3 și 4 și care au cel mult 2008 cifre.

(4p) **a)** Să se verifice că $33 \in M$, $34 \in M$, $44 \in M$ și $30 \notin M$.

(4p) **b)** Să se calculeze numărul de elemente din $M \cap \{1,2,3,...,50\}$.

(2p) **c)** Să se găsească în mulțimea M un element care se divide cu 3 și un element care se divide cu 17.

(2p) **d)** Să se determine cel mai mic element al mulțimii M.

(1p) **e)** Să se găsească în mulțimea M un element de 3 cifre care se divide cu 2^3.

(1p) **f)** Să se arate că în mulțimea M există un element care se divide cu 2008.

(1p) **g)** Să se arate că în mulțimea M există un element care se divide cu 2^{2008}.

SUBIECTUL IV (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Se consideră mulțimea $P = \left\{ \frac{1}{n} \middle| \, n \in \mathbf{N}^* \right\}$.

Pentru fiecare submulțime finită și nevidă a mulțimii P, considerăm suma tuturor elementelor sale. Rezultatele acestor sume vor forma o mulțime pe care o notăm cu S. (De exemplu $1 \in S$, deoarece $\{1\} \subset P$, iar $\frac{3}{2} \in S$, deoarece $\left\{1, \frac{1}{2}\right\} \subset P$).

(4p) **a)** Să se verifice că $1 \in P$, $\frac{1}{2} \in P$, $\frac{1}{3} \in P$ și $\frac{1}{4} \in P$.

(4p) **b)** Să se verifice că $2 \notin P$ și $\frac{3}{2} \notin P$.

(2p) **c)** Să se verifice că $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1$.

(2p) **d)** Să se arate că $\frac{1}{2} \in S$ și $2 \in S$.

(1p) **e)** Să se arate că $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + ... + \frac{1}{2^7} > 1 + \frac{7}{2}$.

(1p) **f)** Să se arate că există $a \in S$, astfel încât $a > 2008$.

(1p) **g)** Să se arate că există o submulțime a mulțimii P, care are 2008 elemente, astfel încât suma elementelor sale să fie egală cu 1.

Scanned with OKEN Scanner

TEST FINAL

Clasa a V-a

NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se cer rezolvările complete la fiecare subiect. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 2 ore.

SUBIECTUL I (20p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Să se scrie numărul 1 ca sumă de 100 de inverse de numere naturale nenule, diferite.

SUBIECTUL II (30p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Se dau n numere naturale distincte, toate mai mici strict decât $2n$. Să se demonstreze că printre ele există unul egal cu n sau două a căror sumă este $2n$.

SUBIECTUL III (30p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Să se arate că, pentru orice număr natural impar a, există un număr natural b, astfel încât $2^b - 1$ se divide cu a.

SUBIECTUL IV (20p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Fie a și b două numere naturale nenule. Se consideră următorul șir de numere: primul termen este a, al doilea termen este b, al treilea este raportul dintre al doilea termen și primul termen, al patrulea este raportul dintre al treilea termen și al doilea termen și așa mai departe. Exprimați în funcție de a și b termenul 2008 al șirului.

Scanned with OKEN Scanner

TEST 4

Clasa a V-a

NOTĂ. La subiectul I există un singur răspuns corect. La subiectul II se va da direct răspunsul. La subiectele III și IV se cer rezolvările complete. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 2 ore și 30 de minute.

SUBIECTUL I (20p)

(Se scrie pe foaia de concurs doar litera corespunzătoare răspunsului corect)

(4p) **1)** Care este cifra zecilor din numărul 2108?

a) 2 **b)** 1 **c)** 0 **d)** 8

(4p) **2)** Care este suma cifrelor numărului 3542?

a) 14 **b)** 13 **c)** 12 **d)** 15

(4p) **3)** Care dintre următoarele numere dă restul 3 la împărțirea prin 5?

a) 18 **b)** 15 **c)** 12 **d)** 4

(4p) **4)** Care dintre următoarele numere este dublul lui 16?

a) 32 **b)** 30 **c)** 42 **d)** 28

(4p) **5)** Care este cel mai mic număr impar de 3 cifre?

a) 101 **b)** 111 **c)** 901 **d)** 109

SUBIECTUL II (40p)

(Se scriu pe foaia de concurs doar numărul exercițiului și rezultatul corespunzător)

(4p) **1)** Scrieți rezultatul calculului $10 : 2 + 3 =$

(4p) **2)** Scrieți un număr care împărțit la 11 să dea restul 0.

(4p) **3)** Scrieți numărul cu 17 mai mic decat 31.

(4p) **4)** Scrieți diferența dintre numărul 21 și răsturnatul său.

(4p) **5)** Aflați numărul natural din egalitatea $x + 3 = 13$.

(4p) **6)** Un elev stă la școală 6 ore pe zi și merge la școală 5 zile pe săptămână. Câte ore stă elevul la școală, într-o săptămână?

(4p) **7)** Scrieți primul număr impar mai mare decât 15.

Scanned with OKEN Scanner

(4p) **8)** Aflați produsul cifrelor numărului 2009.

(4p) **9)** Scrieți rotunjirea la zeci a numărului 289.

(4p) **10)** Rezultatul adunării a două numere naturale consecutive este un număr par sau impar?

SUBIECTUL III (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Scriem șirul numerelor naturale impare : 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13...

(4p) **a)** Care este a cincea cifră din șir?

(4p) **b)** Câte numere impare de câte o cifră există?

(2p) **c)** Câte numere impare de câte două cifre există?

(2p) **d)** Câte cifre folosim în scrierea tuturor numerelor impare de trei cifre?

(1p) **e)** Dacă ordonăm crescător numerele impare de trei cifre, care este al zecelea număr?

(1p) **f)** A câta cifră din șir este prima cifră pară?

(1p) **g)** Care este a 2008-a cifră din șir?

SUBIECTUL IV (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Se dă numărul $A = 9 + 99 + 999 + ... + \underbrace{999...99}_{2008 \text{ cifre}}$.

(4p) **a)** Să se calculeze $100 - 1$.

(2p) **b)** Câți termeni are suma A?

(2p) **c)** Să se arate că $A > 10^{2008}$.

(2p) **d)** Să se arate că $A < 10^{2009}$.

(2p) **e)** Să se arate că $A = 10 + 10^2 + ... + 10^{2008} - 2008$.

(2p) **f)** Dacă scrierea lui A ca număr natural este $A = \overline{\underbrace{1.....1}_{\text{de } n \text{ ori } 1}\, abcde}$, cu a, b, c, d, e cifre, să se calculeze $a + b + c + d + e$.

(1p) **g)** Dacă scrierea lui A ca număr natural este $A = \overline{\underbrace{1.....1}_{\text{de } n \text{ ori } 1}\, abcde}$, cu a, b, c, d, e cifre, să se calculeze valoarea lui n.

Scanned with OKEN Scanner

TEST 5

Clasa a V-a

NOTĂ. La subiectul I există un singur răspuns corect. La subiectul II se va da direct răspunsul. La subiectele III și IV se cer rezolvările complete. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 2 ore și 30 de minute.

SUBIECTUL I (20p)

(Se scrie pe foaia de concurs doar litera corespunzătoare răspunsului corect)

(4p) **1)** Care este restul împărțirii numărului 2009 la 5?

a) 0 **b)** 4 **c)** 1 **d)** 2

(4p) **2)** Care dintre numerele următoare este divizibil cu 10?

a) 41 **b)** 35 **c)** 12 **d)** 100

(4p) **3)** Care dintre următoarele numere verifică relația $3x + 1 = 13$?

a) 4 **b)** 5 **c)** 2 **d)** 3

(4p) **4)** Câți divizori naturali are numărul 8?

a) 2 **b)** 3 **c)** 4 **d)** 1

(4p) **5)** Care este cel mai mare număr natural x care verifică inegalitatea $2x + 1 < 1$?

a) 5 **b)** 6 **c)** 3 **d)** 4

SUBIECTUL II (40p)

(Se scriu pe foaia de concurs doar numărul exercițiului și rezultatul corespunzător)

(4p) **1)** Scrieți un element care aparține mulțimii **N** și nu aparține mulțimii $\mathbf{N}^*$.

(4p) **2)** Scrieți un multiplu al lui 11 care să fie număr par.

(4p) **3)** Scrieți rezultatul calculului $\left(5^2 - 10\right) : 3 + 5$.

(4p) **4)** Scrieți toți divizorii naturali ai numărului 11.

(4p) **5)** Aflați numărul natural x din egalitatea $x + 3 = 13$.

(4p) **6)** Suma a două numere naturale consecutive este 21. Scrieți cele două numere.

(4p) **7)** Scrieți rezultatul operației $\{1; 2; 3; 4\} \cap \{3; 4; 5\}$.

(4p) **8)** Scrieți o valoare a cifrei x pentru care numărul $\overline{37x}$ este divizibil cu 5.

(4p) **9)** Dați exemplu de un număr care este divizibil cu 3, dar nu este divizibil cu 6.

(4p) **10)** Scrieți o mulțime cu 3 elemente.

Scanned with OKEN Scanner

SUBIECTUL III (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Notăm cu $S = 1+2+...+n$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 1$.

Se consideră următorul tablou de numere:

136 10 15	şirurile orizontale $(\rightarrow)$ se numesc linii iar cele
259 14	verticale $(\uparrow)$ se numesc coloane. Liniile se
48 13	numerotează crescător de sus în jos iar
7 12	coloanele se numerotează crescător de la
11	stânga la dreapta.
.....	

(4p) **a)** Calculaţi 1+2 şi 1+2+3.

(4p) **b)** Calculaţi 1 + 2 + 3 + 4 – 10 şi 1 + 2 + 3 + 4 + 5 – 15.

(2p) **c)** Care este al 6-lea termen de pe linia 1?

(2p) **d)** Calculaţi $(1+2+...+n)-(n+(n-1)+...+1)$.

(1p) **e)** Arătaţi că $2 \cdot S = n \cdot (n+1)$.

(1p) **f)** Determinaţi al 100-lea număr al primei linii.

(1p) **g)** Aflaţi numărul liniei şi numărul coloanei din tablou pe care apare numărul 2009.

SUBIECTUL IV (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Fie $A = \{1,2,3,...,9,10\}$ şi mulţimea tuturor „cuvintelor" care se pot forma numai cu literele *a* şi *b* (prin „cuvânt" de lungime *k* format cu literele *a* şi *b* înţelegem o succesiune de *k* litere, în care apar numai literele *a* şi *b*. De exemplu *abbb* şi *baba* sunt „cuvinte" de lungime 4 în care apar numai literele *a* şi *b*).

(4p) **a)** Să se afle câte submulţimi cu un element are mulţimea *a)*

(2p) **b)** Să se afle câte submulţimi care au proprietatea că au suma elementelor egală cu 5 are mulţimea A.

(2p) **c)** Să se afle câte submulţimi care au proprietatea că au produsul elementelor egal cu 24 are mulţimea A.

Scanned with OKEN Scanner

(2p) **d)** Să se afle câte cuvinte de lungime 4 are mulțimea B.

(2p) **e)** Să se afle câte submulțimi cu două elemente are mulțimea A.

(2p) **f)** Să se arate că numărul de submulțimi cu 8 elemente ale mulțimii A este egal cu numărul de submulțimi cu 2 elemente ale mulțimii A.

(1p) **g)** Să se determine numărul total de submulțimi ale mulțimii A.

TEST 6

Clasa a V-a

NOTĂ. La subiectul I există un singur răspuns corect. La subiectul II se va da direct răspunsul. La subiectele III și IV se cer rezolvările complete. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 2 ore și 30 de minute.

SUBIECTUL I (20p)

(Se scrie pe foaia de concurs doar litera corespunzătoare răspunsului corect)

(4p) **1)** Care dintre următoarele fracții este cea mai mică?

a) $\frac{1}{2}$ **b)** $\frac{1}{3}$ **c)** $\frac{1}{4}$ **d)** $\frac{1}{5}$

(4p) **2)** Care dintre următoarele numere aparține mulțimii divizorilor naturali ai numărului 17?

a) 0 **b)** 1 **c)** 2 **d)** 3

(4p) **3)** Câți multiplii naturali mai mici decât 15 are numărul 6?

a) 2 **b)** 3 **c)** 4 **d)** 5

(4p) **4)** Care dintre următoarele numere este pătrat perfect?

a) 6 **b)** 10 **c)** 15 **d)** 25

(4p) **5)** Care dintre următoarele propoziții este falsă?

a) $\frac{2}{3} > \frac{1}{3}$ **b)** $17 \vdots 1$ **c)** $0 \in M_5$ **d)** $\frac{2}{2} < \frac{3}{3}$

SUBIECTUL II (40p)

(Se scriu pe foaia de concurs doar numărul exercițiului și rezultatul corespunzător)

(4p) **1)** Scrieți rezultatul calculului $0,5 + 0,6$.

(4p) **2)** Stabiliți valoarea de adevăr a propoziției „$\frac{1}{3}$ este fracție subunitară”.

(4p) **3)** Scrieți o fracție echivalentă cu $\frac{2}{3}$.

(4p) **4)** Scrieți toți divizorii naturali ai numărului 6.

(4p) **5)** Scrieți cel mai mare număr natural de două cifre, care este divizibil cu 2.

Scanned with OKEN Scanner

(4p) **6)** Care este numărul natural x din egalitatea $\frac{4}{5}=\frac{x}{50}$?

(4p) **7)** Scrieți un număr natural care are exact doi divizori naturali.

(4p) **8)** Calculați $\frac{1}{3}$ din 39.

(4p) **9)** Scrieți elementele mulțimii $\{1,2,3,4\}\cap\{3,4,5,6\}$.

(4p) **10)** Care este cel mai mic număr natural de patru cifre, care este divizibil cu 5?

SUBIECTUL III (15p)
(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Se consideră mulțimea M formată din toate numerele naturale care se scriu folosind numai cifrele 3 și 4 și care au cel mult 2009 cifre.

(4p) **a)** Să se verifice că $33\in M$, $34\in M$, $44\in M$ și $30\notin M$.

(4p) **b)** Să se calculeze numărul de elemente din $M\cap\{1,2,3,...,50\}$.

(2p) **c)** Să se găsească în mulțimea M un element care se divide cu 3 și un element care se divide cu 17.

(2p) **d)** Să se determine cel mai mic element al mulțimii M.

(1p) **e)** Să se găsească în mulțimea M un element de 3 cifre care se divide cu 2^3.

(1p) **f)** Să se arate că în mulțimea M există un element care se divide cu 2009.

(1p) **g)** Să se arate că în mulțimea M există un element care se divide cu 2^{2009}.

SUBIECTUL IV (15p)
(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Se consideră mulțimea $A=\{-16,-8,-4,-2,-1,1,2,4,8,16\}$. Pentru fiecare submulțime nevidă a mulțimii A, considerăm suma tuturor elementelor sale. Rezultatele acestor sume formează o mulțime pe care o notăm cu P. (De exemplu $1\in P$, deoarece $\{-1,1\}\subset A$, iar $0\in P$, deoarece $\{-1,1\}\subset A$.

(4p) **a)** Să se verifice că $2\in P$ și $3\in P$.

(4p) **b)** Să se calculeze suma elementelor mulțimii P.

(2p) **c)** Să se determine cel mai mare element și cel mai mic element al mulțimii P.

(2p) **d)** Să se arate că mulțimea P are un număr impar de elemente .

(1p) **e)** Să se arate că mulțimea A are un număr de 1023 de submulțimi nevide.

Scanned with OKEN Scanner

(1p) **f)** Să se găsească două submulțimi U și V ale mulțimii A, nevide și disjuncte, astfel încât suma elementelor mulțimii U să fie egală cu suma elementelor mulțimii V.

(1p) **g)** Să se arate că mulțimea P are 63 de elemente.

TEST FINAL

Clasa a V-a

NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se cer rezolvările complete la fiecare subiect. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 2 ore.

SUBIECTUL I (20p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Să se arate că există o infinitate de numere naturale care se divid cu suma cifrelor lor și care nu conțin cifra 0.

SUBIECTUL II (20p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Fie N un număr natural cu proprietatea că în scrierea sa zecimală, orice cifră este mai mică decât următoarea cifră din dreapta sa. Să se determine suma cifrelor numărului $9N$. Justificați răspunsul.

SUBIECTUL III (30p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Fie $q_1, q_2, \ldots q_n, \ldots$ un șir de numere naturale diferite două câte două, astfel încât $q_n < 100n$, $\forall n \geq 1$. Să se arate că există un termen al acestui șir, a cărui scriere zecimală conține cifra 1.

SUBIECTUL IV (20p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Se dă mulțimea $A = \{1,2,\ldots,15,16\}$.

(10p) **a)** Să se arate că putem împărți această mulțime în două submulțimi disjuncte, astfel încât suma elementelor din prima submulțime să fie egală cu suma elementelor din a doua submulțime.

(10p) **b)** Să se arate că putem împărți această mulțime în două submulțimi disjuncte, astfel încât suma pătratelor elementelor din prima submulțime să fie egală cu suma pătratelor elementelor din a doua submulțime.

Scanned with OKEN Scanner

TEST 7

Clasa a V-a

NOTĂ. La subiectul I există un singur răspuns corect. La subiectul II se va da direct răspunsul. La subiectele III și IV se cer rezolvările complete. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 2 ore și 30 de minute.

SUBIECTUL I (20p)

(Se scrie pe foaia de concurs doar litera corespunzătoare răspunsului corect)

(4p) **1)** Care este cel mai mic număr natural de trei cifre diferite, care se poate forma folosind cifrele 7; 5; 9; 1?

a) 111 **b)** 115 **c)** 157 **d)** 197

(4p) **2)** Care este cel mai mare rest care se poate obține când împărțim un număr natural la 9?

a) 8 **b)** 7 **c)** 6 **d)** 9

(4p) **3)** Care este cel mai mic număr natural care verifică inegalitatea?

a) 2 **b)** 5 **c)** 3 **d)** 4

(4p) **4)** Câte numere naturale sunt mai mari sau egale cu 107 și mai mici sau egale cu 114?

a) 7 **b)** 8 **c)** 9 **d)** 10

(4p) **5)** Care este cel mai mic număr par, de trei cifre, care are suma cifrelor 5?

a) 302 **b)** 104 **c)** 122 **d)** 500

SUBIECTUL II (40p)

(Se scriu pe foaia de concurs doar numărul exercițiului și rezultatul corespunzător)

(4p) **1)** Aflați câte numere de două cifre distincte se pot forma folosind cifrele 0; 2; 5.

(4p) **2)** Aflați diferența dintre cel mai mare număr natural de două cifre și cel mai mic număr natural de două cifre.

(4p) **3)** Care este restul împărțirii numărului 237 la 5?

(4p) **4)** Determinați câte numere naturale există, astfel încât împărțite la 5 să dea câtul 6.

(4p) **5)** Determinați valoarea lui x din egalitatea $3x + 7 = 25$.

(4p) **6)** Aflați două numere naturale consecutive, care au suma 21.

(4p) **7)** Calculați $2001 \cdot 2006 - 1999 \cdot 2006 - 2 \cdot 2006$.

(4p) **8)** Calculați $(11-1)\cdot(11+1)$.

(4p) **9)** Determinați valoarea numărului natural a știind că $ab + ac + ad = 143$ și $b + c + d = 11$.

Scanned with OKEN Scanner

(4p) **10)** Aflați cel mai mare număr natural de patru cifre distincte, care are produsul cifrelor 0.

SUBIECTUL III (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Un joc pentru copii are cartonașe de 3 puncte și cartonașe de 5 puncte. Jocul se termină atunci când jucătorul are 1000 de puncte.

(6p) **a)** Să se arate că jucătorul poate primi 8 puncte, 9 puncte și 10 puncte, folosind cartonașele date.

(4p) **b)** Să se arate că jucatorul **nu** poate primi 7 puncte, folosind cartonașele date.

(1p) **c)** Să se arate că, pentru a primi un număr par de puncte, jucătorul primește un număr par de cartonașe.

(1p) **d)** Să se arate că, pentru a primi un numar impar de puncte, jucătorul primește un număr impar de cartonașe.

(1p) **e)** Să se afle numărul minim de cartonașe cu care jucătorul poate primi 1000 de puncte.

(1p) **f)** Să se afle numărul maxim de cartonașe cu care jucătorul poate primi 1000 de puncte.

(1p) **g)** Să se arate că, folosind aceste cartonașe, jucătorul poate primi orice punctaj cuprins între 8 puncte și 1000 de puncte.

SUBIECTUL IV (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

O culegere cu paginile numerotate de la 1 la 500 este împărțită în capitole, astfel încât fiecare capitol are exact 20 de pagini și cel puțin 25 de figuri geometrice. O pagină conține cel mult 5 figuri geometrice. Prima pagină din dreapta a culegerii are numărul 1.

(4p) **a)** Câte capitole are culegerea?

(3p) **b)** Care este numărul cel mai mic de figuri geometrice care pot apărea în culegere?

(3p) **c)** Un copil deschide la întâmplare culegerea și constată că suma numerelor de pe cele două pagini este 605. Să se afle numărul scris pe pagina din stânga, la care s-a deschis culegerea.

(2p) **d)** Câte cifre s-au folosit la numerotarea paginilor din primele 15 capitole?

(2p) **e)** Care este produsul cifrelor folosite la numerotarea oricăror 5 foi consecutive din culegere? (O foaie are 2 pagini).

(1p) **f)** Să se arate că în culegere există cel mult 375 de pagini fără nici o figură geometrică.

Scanned with OKEN Scanner

TEST 8

Clasa a V-a

NOTĂ. La subiectul I există un singur răspuns corect. La subiectul II se va da direct răspunsul. La subiectele III și IV se cer rezolvările complete. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 2 ore și 30 de minute.

SUBIECTUL I (20p)

(Se scrie pe foaia de concurs doar litera corespunzătoare răspunsului corect)

(4p) **1)** Care dintre numerele de mai jos este divizibil cu 10?.

a) 111 **b)** 115 **c)** 150 **d)** 197

(4p) **2)** Câte elemente are mulțimea divizorilor naturali ai numărului 7?

a) 2 **b)** 1 **c)** 7 **d)** 6

(4p) **3)** Care este numărul egal cu 2^4?

a) 8 **b)** 6 **c)** 16 **d)** 4

(4p) **4)** Care dintre numerele de mai jos este un pătrat perfect?

a) 7 **b)** 8 **c)** 25 **d)** 10

(4p) **5)** Câte numere pare de două cifre există?

a) 90 **b)** 45 **c)** 50 **d)** 46

SUBIECTUL II (40p)

(Se scriu pe foaia de concurs doar numărul exercițiului și rezultatul corespunzător)

(4p) **1)** Aflați câte numere de trei cifre se pot forma folosind cifrele 0; 4; 6.

(4p) **2)** Scrieți care număr este mai mare dintre numerele 2^3 și 3^2.

(4p) **3)** Care este ultima cifră a numărului 10^5?

(4p) **4)** Care este valoarea numărului 2010^0?

(4p) **5)** Determinați valoarea lui x din egalitatea $3x + 21 = 30$.

(4p) **6)** Aflați câte elemente are mulțimea $\{x \in \mathbf{N} \mid 11 \le x \le 25\}$.

(4p) **7)** Aflați câți divizori naturali are numărul 6.

(4p) **8)** Calculați $\{1,2,3,4,5\}$.

(4p) **9)** Scrieți două mulțimi a căror reuniune să fie mulțimea $\{1,2,3,4,5\}$.

(4p) **10)** Scrieți un element care nu aparține mulțimii $\mathbf{N}^*$.

Scanned with OKEN Scanner

SUBIECTUL III (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Se consideră mulțimea $A=\left\{1,2,2^2,2^3,...,2^{99}\right\}$, suma $S=1+2+2^2+...+2^{99}$ și mulțimea B formată din numere care se pot scrie ca suma de elemente diferite din mulțimea A. De exemplu $2\in B$, deoarece $2\in A$, iar $3\in B$, deoarece $1\in A$ și $2\in A$ și $1+2=3$.

(4p) **a)** Să se calculeze $1+2+2^2$.

(4p) **b)** Să se calculeze numărul de elemente din mulțimea A.

(2p) **c)** Să se arate $2010\in B$.

(2p) **d)** Să se arate că $2\cdot S=2+2^2+...+2^{100}$.

(1p) **e)** Să se calculeze S.

(1p) **f)** Să se arate că $2^{100}\notin B$.

(1p) **g)** Să se arate că $B=\left\{1,2,3,4,5,...,2^{100}-1\right\}$

SUBIECTUL IV (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Se consideră mulțimea M formată din toate numerele naturale de 5 cifre distincte, scrise utilizând numai cifrele 5, 6, 7, 8, 9.

(4p) **a)** Să se găsească cel mai mic element al mulțimii M.

(4p) **b)** Să se găsească cel mai mare element al mulțimii M.

(2p) **c)** Câte elemente din mulțimea M au primele două cifre 5 și 6, în această ordine?

(2p) **d)** Să se determine numărul elementelor mulțimii M.

(1p) **e)** Să se calculeze suma elementelor mulțimii M.

(1p) **f)** Să se determine numărul elementelor pare din mulțimea M.

(1p) **g)** Dacă numerotăm elementele mulțimii M, scrise în ordine crescătoare, cu numere naturale începând de la 1, ce număr de ordine va avea elementul 98567?

Scanned with OKEN Scanner

TEST 9

Clasa a V-a

NOTĂ. La subiectul I există un singur răspuns corect. La subiectul II se va da direct răspunsul. La subiectele III și IV se cer rezolvările complete. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 2 ore și 30 de minute.

SUBIECTUL I (20p)

(Se scrie pe foaia de concurs doar litera corespunzătoare răspunsului corect)

(4p) **1)** Care dintre următoarele fracții este cea mai mică?

a) $\frac{1}{2}$ **b)** $\frac{1}{3}$ **c)** $\frac{1}{4}$ **d)** $\frac{1}{5}$

(4p) **2)** Care dintre următoarele numere aparține mulțimii divizorilor naturali ai numărului 17?

a) 0 **b)** 1 **c)** 2 **d)** 3

(4p) **3)** Câți multipli naturali mai mici decât 15 are numărul 6?

a) 2 **b)** 3 **c)** 4 **d)** 5

(4p) **4)** Care dintre următoarele numere este pătrat perfect?

a) 6 **b)** 10 **c)** 15 **d)** 25

(4p) **5)** Care dintre următoarele propoziții este falsă?

a) $\frac{2}{3} > \frac{1}{3}$ **b)** $17 \vdots 1$ **c)** $0 \in M_5$ **d)** $\frac{2}{2} < \frac{3}{3}$

SUBIECTUL II (40p)

(Se scriu pe foaia de concurs doar numărul exercițiului și rezultatul corespunzător)

(4p) **1)** Scrieți rezultatul calculului $\frac{1}{2} - \frac{1}{5}$.

(4p) **2)** Stabiliți valoarea de adevăr a propoziției „$\frac{1}{3}$ este fracție subunitară”.

(4p) **3)** Scrieți o fracție echivalentă cu $\frac{2}{3}$.

(4p) **4)** Scrieți toți divizorii naturali ai numărului 6.

(4p) **5)** Scrieți cel mai mare număr natural de două cifre, care este divizibil cu 2.

(4p) **6)** Care este numărul natural x din egalitatea $\frac{4}{5} = \frac{x}{50}$?

(4p) **7)** Scrieți un număr natural care are exact doi divizori naturali.

(4p) **8)** Calculați $\frac{1}{5}$ din 35.

(4p) **9)** Scrieți elementele mulțimii $\{1,2,3,4\} \cap \{3,4,5,6\}$.

(4p) **10)** Care este cel mai mic număr natural de patru cifre, care este divizibil cu 5?

Scanned with OKEN Scanner

SUBIECTUL III (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Se consideră mulțimea $A=\left\{x \mid x=3^i \text{ sau } x=2\cdot 3^i, i\in \mathbf{N}\right\}$. Pentru fiecare submulțime finită și nevidă a mulțimii A, considerăm suma tuturor elementelor sale, iar rezultatele acestor sume vor forma o mulțime pe care o notăm cu B. (De exemplu $1\in B$, deoarece $\{1\}\subset A$, iar $7\in B$, deoarece $\{1,6\}\subset A$)

(4p) **a)** Să se verifice că $1\in A$, $2\in A$, $3\in A$, *și* $6\in A$.

(4p) **b)** Să se verifice că $4\notin A$ și $7\notin A$.

(2p) **c)** Să se arate că $4\in B$ și $5\in B$.

(2p) **d)** Să se arate că, dacă $n(a)+n(b)-1\le n(a\cdot b)\le n(a)+n(b), \forall a,b\in \mathbf{N}^*$, atunci $3n\in B$.

(1p) **e)** Să se calculeze numărul de elemente din mulțimea $A\cap\{1,2,3,...,20\}$.

(1p) **f)** Să se demonstreze că $1+3+3^2+3^3+...+3^n=\dfrac{3^{n+1}-1}{2}$, $n\in \mathbf{N}$.

(1p) **g)** Să se arate că numărul $3^{n+1}-1\in B$, $\forall n\in \mathbf{N}$.

SUBIECTUL IV (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Se consideră numerele naturale nenule a,b și numărul $c(a, b)$ care se obține scriind întâi cifrele lui a și apoi cifrele lui b. De exemplu, dacă $a = 23$ și $b = 571$, atunci $c(a, b) = 23571$. Pentru un număr natural d, notăm cu $n(d)$ numărul cifrelor lui d. De exemplu $n(571) = 3$.

(4p) **a)** Să se dea un exemplu de numere a și b astfel încât a are o cifră, b are o cifră și $a \cdot b$ are o cifră.

(4p) **b)** Să se dea un exemplu de numere a și b astfel încât a are o cifră, b are o cifră și $a \cdot b$ are două cifre.

(2p) **c)** Să se arate că, dacă numărul a are p cifre, atunci $10^{p-1}\le a<10^p$.

(2p) **d)** Dacă $c(x, y) = 25$ să se afle numerele x și y.

(1p) **e)** Să se arate că $n(c(a,b))=n(a)+n(b)$.

(1p) **f)** Să se arate că $n(a)+n(b)-1\le n(a\cdot b)\le n(a)+n(b), \forall a,b\in \mathbf{N}^*$.

(1p) **g)** Să se calculeze $n(2^{2010})+n(5^{2010})$.

Scanned with OKEN Scanner

TEST FINAL

Clasa a V-a

NOTĂ. Se cer rezolvările complete la fiecare subiect.
Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 2 ore și 30 minute.

SUBIECTUL I (20p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Să se arate că niciun număr format din mai multe cifre, toate egale, nu este pătrat perfect.

SUBIECTUL II (30p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Se consideră mulțimea A formată din numere care au cel mult 2010 cifre și care conțin numai cifrele 1 și 2.

(10p) **a)** Să se determine numărul de numere din mulțimea A care au exact 5 cifre.

(10p) **b)** Să se calculeze numărul de elemente din mulțimea A.

(10p) **c)** Să se arate că mulțimea A conține un element care se divide cu 2^{2010}.

SUBIECTUL III (20p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

(10p) **a)** Să se arate că putem alege 1005 numere din mulțimea $A=\{1, 2, 3,\ldots,2009, 2010\}$ astfel încât în oricare două să nu fie unul care îl divide pe celălalt.

(10p) **b)** Să se arate că oricum am alege 1006 numere din mulțimea A, există două cu proprietatea că unul îl divide pe celălalt.

SUBIECTUL IV (20p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Dacă $n \in \mathbb{N}^*$, notăm prin $n!$ produsul $1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot n$. Să se arate că există unul dintre factorii de forma $n!$ din produsul $P = 1! \cdot 2! \cdot \ldots \cdot 60!$ pe care dacă îl ștergem, atunci rămâne un pătrat perfect.

Scanned with OKEN Scanner

TEST 10

Clasa a V-a

NOTĂ. La subiectul I există un singur răspuns corect. La subiectul II se va da direct răspunsul. La subiectele III și IV se cer rezolvările complete. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 2 ore și 30 de minute.

SUBIECTUL I (20p)

(Se scrie pe foaia de concurs doar litera corespunzătoare răspunsului corect)

(4p) **1)** Care este cifra zecilor din numărul 2013?

a) 2 **b)** 1 **c)** 0 **d)** 3

(4p) **2)** Care este produsul cifrelor numărului 3042?

a) 14 **b)** 0 **c)** 12 **d)** 15

(4p) **3)** Care dintre următoarele numere dă restul 2 la împărțirea prin 10?

a) 18 **b)** 15 **c)** 12 **d)** 44

(4p) **4)** Care dintre următoarele numere este dublul lui 15?

a) 32 **b)** 30 **c)** 42 **d)** 28

(4p) **5)** Care este cel mai mic număr impar de 3 cifre diferite?

a) 101 **b)** 111 **c)** 103 **d)** 109

SUBIECTUL II (40p)

(Se scriu pe foaia de concurs doar numărul exercițiului și rezultatul corespunzător)

(4p) **1)** Scrieți rezultatul calculului $22 : 2 + 9 =$

(4p) **2)** Scrieți un număr care împărțit la 11 să dea restul 7.

(4p) **3)** Scrieți numărul cu 15 mai mic decât 42.

(4p) **4)** Scrieți diferența dintre numărul 63 și răsturnatul său.

(4p) **5)** Aflați numărul natural din egalitatea $x + 7 = 27$.

(4p) **6)** Scrieți un număr de 4 cifre, care să aibă suma cifrelor 7.

(4p) **7)** Scrieți 3 numere impare consecutive.

(4p) **8)** Aflați suma cifrelor numărului 2010.

(4p) **9)** Scrieți rotunjirea la zeci a numărului 278.

(4p) **10)** Rezultatul înmulțirii a două numere naturale consecutive este un număr par sau impar?

Scanned with OKEN Scanner

SUBIECTUL III (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Numim „cuvânt" orice alăturare a literelor *A, B, C, D*. „Lungimea cuvântului" este numărul de litere care formează cuvântul, iar „valoarea cuvântului" este suma obținută adunând valorile atribuite literelor care intră în componența cuvântului, știind că *A* are valoarea 1, *B* are valoarea 2, *C* are valoarea 4 iar *D* are valoarea 8. De exemplu, AAD este un cuvânt de lungime 3 și care are valoarea 10. Două cuvinte sunt egale dacă sunt identice.

(4p) **a)** Scrieți un cuvânt de lungime 2 și un cuvânt de lungime 3.

(4p) **b)** Dați exemple de 2 cuvinte de lungime 3 care au valorile egale.

(2p) **c)** Scrieți cea mai mică și cea mai mare valoare posibilă a unui cuvânt de lungime 3.

(2p) **d)** Scrieți toate cuvintele cu valoarea 6.

(1p) **e)** Câte cuvinte de lungime 2 putem scrie?

(1p) **f)** Scrieți toate cuvintele cu lungimea 4 și valoarea 20.

(1p) **g)** Arătați că pentru orice număr mai mare sau egal cu 3 și mai mic sau egal cu 14, putem găsi un cuvânt de lungime 3, care să aibă ca valoare numărul respectiv.

SUBIECTUL IV (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Pentru un număr natural n, cu $1 \le n \le 1\,000\,000$, notăm cu $S(n)$ suma cifrelor numărului n.

(4p) **a)** Calculați $S(23)$ și $S(207)$.

(3p) **b)** Să se găsească două numere a și b cu $10 < a, b < 1\,000\,000$, astfel încât $S(a) = 1$ și $S(b) = 2$.

(2p) **c)** Să se găsească două numere c și d cu $10 < c, d < 1\,000\,000$, astfel încât $S(c) = 3$ și $S(d) = 4$.

(2p) **d)** Să se găsească un număr e cu $10 < e < 1\,000\,000$, astfel încât $S(e)$ să fie maxim.

(2p) **e)** Să se găsească un număr f cu $10 < f < 1\,000\,000$, astfel încât $S(S(f)) > 10$.

(2p) **f)** Să se arate că pentru orice număr g cu $10 < g < 1\,000\,000$, numărul $S(S(S(g))) \le 9$.

Scanned with OKEN Scanner

TEST 11

Clasa a V-a

NOTĂ. La subiectul I există un singur răspuns corect. La subiectul II se va da direct răspunsul. La subiectele III și IV se cer rezolvările complete. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 2 ore și 30 de minute.

SUBIECTUL I (20p)

(Se scrie pe foaia de concurs doar litera corespunzătoare răspunsului corect)

(4p) **1)** Care este restul împărțirii numărului 2011 la 5?

a) 0 **b)** 4 **c)** 1 **d)** 2

(4p) **2)** Care dintre numerele următoare este divizibil cu 10?

a) 41 **b)** 35 **c)** 12 **d)** 100

(4p) **3)** Care dintre următoarele numere verifică relația $3x + 1 = 13$?

a) 4 **b)** 5 **c)** 2 **d)** 3

(4p) **4)** Câți divizori naturali are numărul 8?

a) 2 **b)** 3 **c)** 4 **d)** 1

(4p) **5)** Care este cel mai mare număr natural x care verifică inegalitatea $2x + 1 < 10$?

a) 5 **b)** 6 **c)** 3 **d)** 4

SUBIECTUL II (40p)

(Se scriu pe foaia de concurs doar numărul exercițiului și rezultatul corespunzător)

(4p) **1)** Scrieți rezultatul operației $\{1;2;3;4\} \cup \{3;4;5\}$.

(4p) **2)** Scrieți un multiplu al lui 11 care să fie număr par.

(4p) **3)** Scrieți rezultatul calculului $(5^2 - 10) : 3 + 5$.

(4p) **4)** Scrieți toți divizorii naturali ai numărului 11.

(4p) **5)** Aflați numărul natural x din egalitatea $x + 3 = 13$.

(4p) **6)** Suma a două numere naturale consecutive este 21. Scrieți cele două numere.

(4p) **7)** Scrieți rezultatul operației $\{1;2;3;4\} \cap \{3;4;5\}$.

(4p) **8)** Scrieți rezultatul operației $\{1;2;3;4\} - \{3;4;5\}$.

(4p) **9)** Dați exemplu de un număr care este divizibil cu 3, dar nu este divizibil cu 6.

(4p) **10)** Scrieți o mulțime cu 3 elemente.

Scanned with OKEN Scanner

SUBIECTUL III (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Se consideră mulțimea $A=\{1,2,3,...,16\}$.

(4p) **a)** Să se scrie cel mai mare număr care se poate obține adunând două elemente diferite din mulțimea A.

(4p) **b)** Să se scrie cel mai mic număr care se poate obține adunând două elemente diferite din mulțimea A.

(2p) **c)** Să se determine câte pătrate perfecte se pot scrie ca sumă de elemente diferite din mulțimea A.

(2p) **d)** Să se determine câte cuburi perfecte se pot scrie ca sumă de 2 elemente diferite din mulțimea A.

(1p) **e)** Să se arate că elementele mulțimii A nu se pot scrie pe o dreaptă, astfel încât suma oricăror două numere vecine să fie un cub perfect.

(1p) **f)** Să se arate că elementele mulțimii A nu se pot scrie pe un cerc, astfel încât suma oricăror două numere vecine să fie un pătrat perfect.

(1p) **g)** Să se scrie elementele mulțimii A pe o dreaptă, astfel încât suma oricăror două numere vecine să fie un pătrat perfect.

SUBIECTUL IV (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Se consideră mulțimea $A=\left\{x \,\middle|\, x=3^i \text{ sau } x=2\cdot 3^i, i\in \mathbf{N}\right\}$. Pentru fiecare submulțime finită și nevidă a mulțimii A, considerăm suma tuturor elementelor sale, iar rezultatele acestor sume vor forma o mulțime pe care o notăm cu B. (De exemplu $1\in B$, deoarece $\{1\}\subset A$, iar $7\in B$, deoarece $\{1,6\}\subset A$)

(4p) **a)** Să se verifice că $1\in A$, $2\in A$, $3\in A$, *și* $6\in A$.

(4p) **b)** Să se verifice că $4\notin A$ și $7\notin A$.

(2p) **c)** Să se arate că $4\in B$ și $5\in B$.

(2p) **d)** Să se arate că, dacă $n\in B$, atunci $3n\in B$.

(1p) **e)** Dacă $S=1+3+3^2+3^3+...+3^n$, $n\in \mathbf{N}$, să se arate că $3S-S=3^{n+1}-1$, $\forall n\in \mathbf{N}$.

(1p) **f)** Să se arate că numărul $3^{n+1}-1\in B$, $\forall n\in \mathbf{N}$.

(1p) **g)** Să se calculeze numărul de elemente ale mulțimii $B\cap\{1,2,3,...,2011\}$.

Scanned with OKEN Scanner

TEST 12

Clasa a V-a

NOTĂ. La subiectul I există un singur răspuns corect. La subiectul II se va da direct răspunsul. La subiectele III și IV se cer rezolvările complete. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 2 ore și 30 de minute.

SUBIECTUL I (20p)

(Se scrie pe foaia de concurs doar litera corespunzătoare răspunsului corect)

(4p) **1)** Care dintre următoarele fracții este cea mai mare?

a) $\frac{1}{2}$ **b)** $\frac{1}{3}$ **c)** $\frac{1}{4}$ **d)** $\frac{1}{5}$

(4p) **2)** Care dintre următoarele numere aparține mulțimii multiplilor naturali ai numărului 17?

a) 0 **b)** 1 **c)** 2 **d)** 3

(4p) **3)** Câți divizori naturali are numărul 6?

a) 2 **b)** 3 **c)** 4 **d)** 5

(4p) **4)** Care dintre următoarele numere este pătrat perfect?

a) 6 **b)** 10 **c)** 15 **d)** 25

(4p) **5)** Care dintre următoarele fracții este ireductibilă?

a) $\frac{2}{9}$ **b)** $\frac{2}{6}$ **c)** $\frac{3}{15}$ **d)** $\frac{3}{33}$

SUBIECTUL II (40p)

(Se scriu pe foaia de concurs doar numărul exercițiului și rezultatul corespunzător)

(4p) **1)** Scrieți rezultatul calculului $\frac{1}{4}+\frac{3}{4}$.

(4p) **2)** Stabiliți valoarea de adevăr a propoziției „$\frac{3}{2}$ este fracție subunitară”.

(4p) **3)** Scrieți o fracție echivalentă cu $\frac{2}{4}$.

(4p) **4)** Scrieți toți divizorii naturali ai numărului 5.

(4p) **5)** Scrieți cel mai mare număr natural de două cifre, care este divizibil cu 5.

(4p) **6)** Care este numărul natural x din egalitatea $x + 0,5 = 3,5$?

(4p) **7)** Scrieți un număr natural care are exact doi divizori naturali.

(4p) **8)** Scrieți 2 numere naturale consecutive între care se află numărul 3,45.

(4p) **9)** Scrieți elementele mulțimii $\{1,2,3,4\}\cap\{3,4,5,6\}$.

(4p) **10)** Scrieți elementele mulțimii $\{1,2,3,4\}\cup\{3,4,5,6\}$.

Scanned with OKEN Scanner

SUBIECTUL III (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Se consideră mulțimea $A = \{1, 2, 3, ..., 40\}$. Spunem că o mulțime de numere naturale formată din cel puțin două elemente este *verde,* dacă nu conține două elemente diferite a și b cu proprietatea că a îl divide pe b, sau b îl divide pe a.

(4p) **a)** Să se verifice că mulțimea A nu este *verde.*

(4p) **b)** Să se scrie o mulțime *verde* care are 4 elemente.

(2p) **c)** Să se arate că o multime *verde* nu conține nici numărul 0, nici numărul 1.

(2p) **d)** Să se verifice că mulțimea $\{21, 22, ..., 40\}$ are 20 de elemente și este *verde.*

(1p) **e)** Să se scrie o submulțime a mulțimii A care este formată numai din elemente impare, are 13 elemente și este *verde.*

(1p) **f)** Să se arate că orice submulțime a mulțimii A care are 21 de elemente ***nu*** este *verde.*

(1p) **g)** Să se scrie o submulțime a mulțimii A care este cea mai numeroasă, este *verde* și conține elementele 19 și 20.

SUBIECTUL IV (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Un elev are un șir de numere, asupra căruia face „*operații*" cu scopul de a obține numai numere egale. O „*operație*" constă în alegerea a două numere din șir și înlocuirea numerelor cu media lor aritmetică. De exemplu, dacă alegem numerele 2 și 4, acestea se vor înlocui cu 3 și 3.

(4p) **a)** Să se facă o „*operație*" asupra șirului 2, 3, 4 pentru a obține numai numere egale.

(4p) **b)** Să se facă două „*operații*" asupra șirului 2, 3, 4, 5 pentru a obține numai numere egale.

(2p) **c)** Să se facă două „*operații*" asupra șirului 2, 3, 4, 5, 6 pentru a obține numai numere egale.

(2p) **d)** Să se facă trei „*operații*" asupra șirului 1, 2, 3, 4, 5, 6 pentru a obține numai numere egale.

(1p) **e)** Să se facă trei „*operații*" asupra șirului 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 pentru a obține numai numere egale.

(1p) **f)** Să se descrie o serie de „*operații*" care trebuie făcute asupra șirului 1, 3, 4, 6, 7, 11, 14, 18 pentru a obține numai numere egale.

(1p) **g)** Să se arate că șirul 2, 4, 5 **nu** poate fi prelucrat cu un număr finit de „operații" astfel încât să obținem numai numere egale.

Scanned with OKEN Scanner

TEST FINAL

Clasa a V-a

NOTĂ. Se cer rezolvările complete la fiecare subiect. Se acordă 10 puncte din oficiu.
Timp de lucru efectiv 2 ore și 30 minute.

SUBIECTUL I (20p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Să se determine un număr natural de 6 cifre, scris în baza 10 numai cu cifrele 4 și 5, care se divide cu 2^6.

SUBIECTUL II (30p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Se consideră o mulțime A cu 10 elemente.

(10p) **a)** Să se arate că mulțimea A are 2^{10} submulțimi.

(10p) **b)** Să se arate că, oricum am alege 513 submulțimi ale mulțimii A, intersecția lor este mulțimea vidă.

(10p) **c)** Să se arate că, dacă alegem 512 submulțimi ale mulțimii A cu proprietatea că intersecția oricăror trei este nevidă, atunci intersecția celor 512 submulțimi este nevidă.

SUBIECTUL III (20p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

La plecarea în vacanță, 17 elevi de la *Școala 17 Pia Brătianu* promit că fiecare dintre ei va trimite câte un mesaj la exact 9 colegi din grup.

(10p) **a)** Arătați că există cel puțin 2 elevi pentru care numai unul trimite mesaj celuilalt.

(10p) **b)** Arătați că există cel puțin 5 perechi de câte 2 elevi, astfel încât cei din fiecare pereche își trimit mesaje unul altuia.

SUBIECTUL IV (20p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

11 saci albi, numerotați de la 1 la 11 au împreună 100 de bile albe și alți 11 saci roșii, numerotați de la 1 la 11 au împreună 120 de bile roșii. Să se arate că se pot alege 6 saci albi și 6 saci roșii, purtând același număr pe ei, astfel încât sacii albi să aibă împreună cel puțin 51 de bile albe iar sacii roșii să aibă împreună cel puțin 61 de bile roșii. (Niciun sac nu este gol)

Scanned with OKEN Scanner

SOLUȚII

TESTE DE EVALUARE

TIP CONCURSUL NAȚIONAL EUCLID

CLASA A V-A

TEST 1

SUBIECTUL I

1) d) **2)** c) **3)** c) **4)** b) **5)** b)

SUBIECTUL II

1) $10 + 30 + 13 + 31 = 84$; **2)** $99 - 10 = 89$; **3)** $273 : 4 = 59$ rest 1

4) $40 + 41 + 42 + 43 = 166$; **5)** $x = 5$; **6)** 100 și 101; **7)** 0; **8)** 4899; **9)** 3; **10)** 9870

SUBIECTUL III

a) $5 + 3 = 8$ => cu o bancnota de 5€ și una de 3€ scoate 8€

$3 + 3 + 3 = 9$ => cu 3 bancnote de 3€ scoate 9€

$5 + 5 = 10$ => cu două bancnote de 5€ scoate 10€

b) Cu două bancnote de 3€, retrage 6€. Cu una de 3€ și una de 3€ retrage 8€. Deci cu două de 5€, retrage 10€. Deci nu poate retrage 7€.

c) Notăm cu x numărul de bancnote de 3€ și cu y numărul de bancnote de 5€. Suma retrasă în acest caz este $3x + 5y$ și trebuie să fie număr par. Pentru ca suma să fie număr par, fie trebuie să fie ambii termeni pari, fie ambii impari. În situația în care ambii termeni ar fi pari, trebuie ca x și y să fie pari, deci suma lor pară, adică numărul total de bancnote este par. În cazul în care ambii termeni ar fi impari, trebuie ca x și y să fie impari, deci suma lor pară, adică numărul total de bancnote este tot par.

d) Notăm cu x numărul de bancnote de 3€ și cu y numărul de bancnote de 5€. Suma eliberată va fi $3x + 5y$. Pentru ca suma să fie impară unul dintre termeni trebuie să fie impar și unul par, deci fie x este par și y impar, fie x este impar și y par. În ambele situații, $x + y$ este impar, adică numărul total de bancnote retrase este impar.

e) Numărul bancnotelor este cu atât mai mic, cu cât valoarea bancnotelor este mai mare, deci vom alege cât mai multe bancnote de 5€. Cum suma de 1000€ se împarte exact la 5, rezultă că putem folosi numai bancnote de 5€ și deci numărul minim de bancnote este 200.

f) Numărul bancnotelor este cu atât mai mare, cu cât valoarea bancnotelor este mai mică, deci vom alege cât mai multe bancnote de 3€.

$1\,000 = 3 \cdot 333 + 1$, deci nu poate fi plătită cu bancnote de 3€.

$1\,000 = 3 \cdot 332 + 4$, deci nu poate fi plătită cu bancnote de 3€ și 5€.

Scanned with OKEN Scanner

$1\,000 = 3 \cdot 331 + 7$, deci nu poate fi plătită cu bancnote de 3€ și 5€.
$1\,000 = 3 \cdot 330 + 10 = 3 \cdot 330 + 5 \cdot 2$
Deci putem plăti 1000€ cu 330 bancnote de 3€ și 2 bancnote de 5€, adică în total 332 bancnote. Numărul maxim de bancnote este 332.

g) Am arătat la punctul **a)** că se pot elibera sumele de 8€, 9€ și 10€. Adunând 3€ la fiecare (adică o bancnotă în plus) obținem sumele de 11€, 12€ și 13€; adunând încă 3€ obținem sumele de 14€, 15€ și 16€ etc) Altfel spus, dacă suma retrasă este de forma $3k$, atunci scoatem k bancnote de 3€. Dacă suma este de forma $3k + 1$, atunci scoatem $k - 3$ bancnote de 3€ și 2 bancnote de 5€. Dacă suma este de forma $3k + 2$, atunci scoatem $k - 1$ bancnote de 3€ și o bancnotă de 5€. Obligatoriu, orice sumă ar retrage, s-ar afla într-una din situațiile de mai sus, deci orice sumă cuprinsă între 8€ și 1 000€ poate fi retrasă.

SUBIECTUL IV

a) Cartea are 500 de pagini, iar un capitol are 20 de pagini, deci cartea are $500 : 20 = 25$ capitole.

b) Deoarece un capitol are cel puțin 25 de ilustrații, numărul cel mai mic de ilustrații este $25 \cdot 25 = 625$.

c) Numerele paginilor sunt consecutive. Notăm cu x numărul de pagini din stânga și cu $x + 1$ pe cel al paginilor din dreapta. $x + x + 1 = 605 \Rightarrow 2x = 604 \Rightarrow x = 302$

d) Primele 15 capitole au $15 \cdot 20 = 300$ pagini numerotate de la 1 la 300.
De la 1 la 9 sunt 9 numere de o cifră => 9 cifre
De la 10 la 99 sunt 90 de numere de 2 cifre => 180 cifre
De la 100 la 300 sunt 201 numere de 3 cifre => 603 cifre
În total s-au folosit $9 + 180 + 603 = 792$ cifre.

e) 5 foi consecutive au zece numere consecutive. Printre 10 numere consecutive există sigur unul care conține cifra 0, deci produsul cifrelor va fi 0.

f) Enciclopedia conține cel puțin 625 ilustrații. O pagină are cel mult 5 ilustrații, deci vom avea cel puțin $625 : 5 = 125$ pagini cu ilustrații. În acest caz, cel mult $500 - 125 = 375$ pagini nu vor avea ilustrații.

TEST 2

SUBIECTUL I

1) b); **2)** d); **3)** d); **4)** a); **5)** c).

SUBIECTUL II

1) 0; **2)** $37 : 6 = 6$ rest 1; **3)** De la 2 la 32 sunt $35 - 3 + 1 = 33$ numere.
4) $4^3 = 64$ și $5^2 = 25$, deci $4^3 > 5^2$ **5)** $9 + 10 + 11 = 30$.
6) $2^{2008} + 2^{2008} = 2^x \Leftrightarrow 2 \cdot 2^{2008} = 2^x \Leftrightarrow x = 2009$.
7) $0^{11}; 11^0; 2^2; 5$; **8)** $3 \cdot x + 3^2 = 27 \Leftrightarrow 3 \cdot x = 27 - 9 \Leftrightarrow 3 \cdot x = 18 \Leftrightarrow x = 6$.

Scanned with OKEN Scanner

9) $2008\cdot 1999-2008\cdot 3-2008\cdot 1996=2008\cdot\underbrace{(1999-3-1996)}_{0}=2008\cdot 0=0.$

10) 9111.

SUBIECTUL III

a) $1+2+2^2=1+2+4=7$; **b)** $1+2\cdot 2+3\cdot 2^2=1+4+12=17$

c) Fiecare putere a lui 2 este un număr par, deci suma puterilor lui 2 este număr par. Prin urmare, adunând cu 1, vom obține număr impar. Deci S_1 și S_2 sunt numere impare.

d) $2\cdot S_1=2\left(1+2+2^2+\ldots+2^{100}\right)=2+2^2+2^3+\ldots+2^{101}$

e) $S_1=2S_1-S_1=\left(2+2^2+2^3+\ldots+2^{101}\right)-\left(1+2+2^2+\ldots+2^{100}\right)=$

$=\cancel{\left(2+2^2+\ldots 2^{100}\right)}+2^{101}-1-\cancel{\left(2+2^2+\ldots+2^{100}\right)}=2^{101}-1$

f) $2\cdot S_2=2\left(1+2\cdot 2+3\cdot 2^2+\ldots+101\cdot 2^{100}\right)=2+2\cdot 2^2+3\cdot 2^3+\ldots+101\cdot 2^{101}$

g) $S_2=2S_2-S_2=\left(2+2\cdot 2^2+3\cdot 2^3+\ldots+101\cdot 2^{101}\right)-\left(1+2\cdot 2+3\cdot 2^2+\ldots+100\cdot 2^{99}\right)=$

$=101\cdot 2^{101}-\left(2+2^2+\ldots+2^{100}\right)-1=101\cdot 2^{101}-\left(S_1-1\right)-1=101\cdot 2^{101}-\left(2^{101}-1-1\right)-1$

$=2^{101}\left(101-1\right)+1=100\cdot 2^{101}+1$

SUBIECTUL IV

a) Cel mai mic element al mulțimii M este 12345.

b) Cel mai mare element al mulțimii M este 54321.

c) 1 și 2 fiind fixate, rămâne să numărăm în câte feluri putem permuta cifrele 3, 4 și 5. Permutările sunt următoarele: 345; 354; 435; 453; 534; 543, deci le putem aranja în 6 feluri. Prin urmare, sunt 6 numere care încep cu $\overline{12}$ în această ordine.

d) Trebuie găsite toate numerele $\overline{abcde}$ cu cifre diferite, din mulțimea $\{1,2,3,4,5\}$. Cifra a poate fi oricare din această mulțime, deci există 5 posibilități de a o alege. Cifra b poate fi oricare din mulțime, mai puțin valoarea aleasă pentru a, deci b poate lua 4 valori. Cu raționamente asemănătoare ajungem la concluzia că c poate lua 3 valori, d poate lua 2 valori, iar e numai una.
Deci, în total, putem forma $5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1=120$ de numere.

e) Grupăm elementele câte două astfel: elementul $\overline{c_1c_2c_3c_4c_5}$ se grupează cu $\overline{d_1d_2d_3d_4d_5}$ astfel încât $d_1=6-c_1$; $d_2=6-c_2$; $d_3=6-c_3$; $d_4=6-c_4$; $d_5=6-c_5$

De exemplu, numărul 12345 se va grupa cu numărul 54321. Se observă că suma elementelor din fiecare grupă este 66666, și cum numărul de grupe este 60, rezultă că suma tuturor elementelor este $66666\cdot 60=3999960$.

Scanned with OKEN Scanner

f) Numărul elementelor pare este numărul numerelor care se termină în 2 sau în 4. În 2 se termină $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$ de numere (raţionament analog cu cel de la punctul **c)**) şi în 4 se termină tot 24 de numere. Deci sunt 48 de numere pare.

g) Ordonând crescător elementele mulţimii M, vom avea înaintea elementului 54123 pe toate cele care încep cu 1, 2, 3 sau 4, adică $4 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24 \cdot 4 = 96$ de numere. Dintre cele care încep cu 5, înaintea celui dat sunt $3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 = 18$ numere. Deci numărul de ordine al elementului 54123 este $96 + 18 + 1 = 115$.

TEST 3

SUBIECTUL I

1) d); **2)** b); **3)** b); **4)** d); **5)** d).

SUBIECTUL II

1) $\frac{5}{6}$; **2)** adevărat. **3)** $\frac{4}{6}$; **4)** 1; 2; 3; 4. **5)** 98. **6)** 40. **7)** 7. **8)** 13. **9)** $\{3;4\}$. **10)** 1005.

SUBIECTUL III

a) Deoarece numerele se scriu numai cu 3 si 4, rezultă că 33, 34 şi 44 aparţin mulţimii M. Cum 30 are şi o cifră de 0, rezultă că $30 \notin M$.

b) Numerele care se scriu numai cu 3 şi 4 din multimea $\{1,2,...,50\}$ sunt: 3; 4; 33; 34; 43; 44, adică 6 numere.

c) $33 \vdots 3$ şi $34 \vdots 17$.

d) Cel mai mic element al mulţimii M este 3.

e) $344 : 8 = 43$.

f) $2008 = 2^3 \cdot 251$. Considerăm numerele $n_{252} = \underbrace{344344...344}_{de\ 252\ ori}$, $n_{251} = \underbrace{344344...344}_{de\ 251\ ori}$, ..., $n_1 = 344$. Printre numerele $n_1, n_2, ..., n_{252}$ există două care dau acelaşi rest la împărţirea cu 251. Să zicem că n_k şi n_p, $k > p$, dau acelaşi rest la împărţirea cu 251. Rezultă că diferenţa lor va da restul 0 la împărţirea cu 251.

Avem $n_k - n_p = \underbrace{344...344}_{k-p\ grupe}\ \underbrace{0...0}_{de\ 3p\ ori} = m_{344} \cdot 10^{3p}$, unde prin m_{344} am notat un multiplu de 344. Am obţinut deci că $(n_k - n_p) \vdots 8$ şi $(n_k - n_p) \vdots 251$, deci $(n_k - n_p) \vdots 2008$, deoarece $(8,251) = 1$.

g) $\overline{344} \vdots 8$. Arătăm ca putem alege o cifră c dintre 3 şi 4 astfel încât numărul $\overline{c344} \vdots 2^4$. Aceasta se face astfel: dacă $2^4 \nmid 344$, alegem cifra $c = 4$, iar dacă 344 nu se divide cu 2^4, atunci alegem cifra $c = 3$. Presupunem că am ales în felul acesta p cifre

Scanned with OKEN Scanner

$c_1, c_2, ..., c_p \in \{3,4\}$ astfel încât numărul $\overline{c_1c_2...c_p} : 2^p$. Dacă $\overline{c_1c_2...c_p} : 2^{p+1}$ atunci alegem $c = 4$ și avem $\overline{c_1c_2...c_p} : 2^{p+1}$, iar dacă nu e divizibil, atunci alegem $c = 3$ și avem $\overline{cc_1c_2...c_p} : 2^{p+1}$. În felul acesta, vom ajunge să găsim un element M cu 2008 cifre, care se divide cu 2^{2008}.

SUBIECTUL IV

a) $1 \in P$, deoarece luăm $n = 1$

$\frac{1}{2} \in P$, deoarece luăm $n = 2$

$\frac{1}{3} \in P$, deoarece luăm $n = 3$

$\frac{1}{4} \in P$, deoarece luăm $n = 4$

b) $\frac{1}{n} < 2 \ \forall n \in \mathbf{N}^* \Rightarrow 2 \notin P$

$\frac{3}{2} > \frac{1}{n} \ \forall n \in \mathbf{N}^* \Rightarrow \frac{3}{2} \notin P$

c) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1$ evident.

d) $\frac{1}{2} \in S$, deoarece $\left\{\frac{1}{2}\right\} \subset P$

$2 \in S$, deoarece $\left\{1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{6}\right\} \subset P$ si $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 2$

e) $1 = 1$, $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$, $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} > \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$, $\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} > \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$,

$\frac{1}{2^6 + 1} + ... + \frac{1}{2^7} > \frac{1}{2}$. Adunând cele 8 inegalități, rezultă cerința.

f) Procedând ca la **e)**, obținem inegalitatea $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + ... + \frac{1}{2^n} > 1 + \frac{n}{2}$.
Alegem $2 \cdot 2007$ și problema e rezolvată.

g) Avem $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1$ și $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$. Rezultă $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) = 1$, deci

$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = 1$. Dacă $\frac{1}{a_1} + ... + \frac{1}{a_k} = 1$, atunci $\frac{1}{2} + \frac{1}{2a_1} + ... + \frac{1}{2a_k} = 1$. În felul acesta, putem construi plecând de la o mulțime cu 3 elemente una cu 4 elemente etc,..., respectiv una cu 2008 elemente.

Scanned with OKEN Scanner

TEST FINAL

SUBIECTUL I

$\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+...+\frac{1}{99\cdot 100}=\frac{1}{1}-\frac{1}{100}$. Suma are 100 de termeni și fiecare termen este inversul unui număr natural.

Cum $\frac{1}{1\cdot 2}=\frac{1}{1}-\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2\cdot 3}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$, ..., $\frac{1}{99\cdot 100}=\frac{1}{99}-\frac{1}{100}$, adunând egalitățile membru cu membru, obținem $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+...+\frac{1}{99\cdot 100}=\frac{1}{1}-\frac{1}{100}$. Dacă adunăm în ambii membri $\frac{1}{100}$, obținem $1=\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+...+\frac{1}{99\cdot 100}+\frac{1}{100}$.

SUBIECTUL II

Dacă $0<a<2n$, atunci $0<2n-a<2n$

Fie $a_1,a_2,...,a_n$ cele n numere. Atunci și $2n-a_1,2n-a_2,...,2n-a_n$ îndeplinesc condițiile din enunț. Considerăm numerele $a_1,a_2,...,a_n$, $2n-a_1,2n-a_2,...,2n-a_n$. Ele sunt în număr de $2n$. Dar, între 0 și $2n$ există numai $2n-1$ numere naturale distincte. Rezultă conform principiului cutiei că cel puțin două dintre cele $2n$ numere sunt egale, respectiv unul din mulțimea $a_1,a_2,...,a_n$, va fi egal cu unul din mulțimea $\{2n-a_1,2n-a_2,...,2n-a_n\}$. Fie aceste numere a_i, respectiv $2n-a_j$, cu $i,j\in\{1,...,n\}$. Deci $a_i=2n-a_j$, de unde $a_i+a_i=2n$. Dacă $i=j$ obținem $2a_i=2n$, deci $a_i=n$, iar dacă $i\neq j$ obținem $a_i+a_j=2n$.

SUBIECTUL III

Orice număr întreg x se poate scrie sub forma $x = aq + r$, unde $q \in \mathbb{N}$ iar $r\in\{0,1,2,...,a-1\}$.

Pentru a fixat vom încerca să găsim numărul b care să satisfacă problema.

Fie numerele $2^0-1,2^1-1,2^2-1,...,2^a-1$. Evident, aceste $a+1$ numere sunt distincte două câte două. Împărțindu-le pe rând la a, vom obține $a + 1$ resturi. Cum prin împărțirea la a putem obține numai a resturi distincte, rezultă că cel puțin două din numerele considerate dau același rest la împărțirea cu a. Fie ele 2^m-1 și 2^n-1, cu $m,n\in\{0,1,2,...,a\}$ și $m<n$.

Numărul $\left(2^n-1\right)-\left(2^m-1\right)$ se divide sigur cu a.

Dar $\left(2^n-1\right)-\left(2^m-1\right)=2^n-2^m=2^m$. Până acum nu am folosit ipoteza că a este

Scanned with OKEN Scanner

număr impar. Din faptul că a este impar, rezultă că a și 2^m sunt prime între ele și deci $2^{n-m} - 1$ se divide cu a. Rezultă că $b = 2^{n-m} - 1$.

SUBIECTUL IV

Avem:

$$a_1 = a,\ a_2 = b,\ a_3 = \frac{a_2}{a_1} = \frac{b}{a},\ a_4 = \frac{a_3}{a_2} = \frac{1}{a},\ a_5 = \frac{a_4}{a_3} = \frac{1}{b},\ a_6 = \frac{a_5}{a_4} = \frac{a}{b},\ a_7 = \frac{a_6}{a_5} = a,\ a_8 = b$$

Observăm că termenii șirului se repetă din 6 în 6. Cum $2008 : 6 = 334$ *rest* 4, obținem că $a_{2008} = a_4 = \frac{1}{a}$.

TEST 4

• Oficiu		**(10p)**		
I. (20p)	**1. (4p) c); 2. (4p) a); 3. (4p) a); 4. (4p) a); 5. (4p) a);**			
II. (40p)	**1)**	**(4p)**	8	
	2)	**(4p)**	22	
	3)	**(4p)**	14	
	4)	**(4p)**	9	
	5)	**(4p)**	10	
	6)	**(4p)**	30	
	7)	**(4p)**	17	
	8)	**(4p)**	0	
	9)	**(4p)**	290	
	10)	**(4p)**	impar	

SUBIECTUL III

a) A 5-a cifră din șir este 9.

b) Sunt 5 numere impare de câte o cifră: 1; 3; 5; 7; 9.

c) Numărul total de numere de câte 2 cifre este 90, din care jumătate sunt pare și jumătate sunt impare. Deci, avem 45 de numere impare.

d) Numărul total de numere de 3 cifre este 900, din care jumătate sunt impare, adică 450 de numere de 3 cifre sunt impare. În scrierea lor se folosesc $450 \cdot 3 = 1350$ cifre.

e) 101, 103, 105, 107, 109, 111, 113, 115, 117, 119.

f) Prima cifră pară este 2, din componența numărului 21. Avem 5 cifre impare și 5 numere impare de câte 2 cifre care încep cu cifra 1, deci înaintea lui 2 sunt scrise 15 cifre. Prin urmare, 2 este a 16-a cifră din șir și prima cifră pară.

g) Avem 5 numere impare de câte o cifră, care înseamnă 5 cifre din șir. Apoi, avem 45 de numere impare de câte 2 cifre care înseamnă 90 de cifre din șir. Apoi, avem 450 de numere impare de 3 cifre, care înseamnă 1350 de cifre din șir. Până acum

Scanned with OKEN Scanner

am numărat 5 + 90 + 1350 = 1495 cifre; 2008 –1495 = 513 cifre mai sunt până la a 2008-a cifră.

Cu acestea formăm numere de 4 cifre, deci formăm 128 de numere de 4 cifre și mai ramâne o cifră care este a 2008-a din șir. Așadar, a 2008-a cifră din șir este prima cifră după al 129-lea număr impar de 4 cifre.

Primul număr impar de 4 cifre este $1001 = 2 \cdot 500 + 1$. Al 129-lea număr impar de 4 cifre este $2 \cdot 628 + 1 = 1257 \Rightarrow$ a 2008-a cifră din șir este 1.

SUBIECTUL IV

a) 99; **b)** 2008 termeni; **c)** $A = (10 - 1) + (100 - 1) + \ldots + (10^{2008}-1) = (10 + 10^2 + \ldots + 10^{2008}) - 2008 > 10^{2009}$ evident

d) $10+10^2+\ldots+10^{2008} = 10+100+\ldots+1\underbrace{0\ldots0}_{2008\text{ ori}} = \underbrace{1\ldots1}_{2008}10 \Rightarrow A = \underbrace{1\ldots1}_{2008}10 - 2008 < 10^{2009}$

e) Rezultă din **c)** .

f) Din calcul rezultă $a = 0, b = 9, c = 1, d = 0, e = 2$. Deci $a+b+c+d+e = 12$.
Cum A are 2009 cifre, rezultă că $n + 5 = 2009$, deci $n = 2009$.

TEST 5

Oficiu		**(10p)**	
I.(20p)	**1. (4p) b); 2. (4p) d); 3. (4p) a); 4. (4p) c); 5. (4p) d);**		
II.(40p)	**1)**	**(4p)**	0
	2)	**(4p)**	22
	3)	**(4p)**	10
	4)	**(4p)**	1, 11
	5)	**(4p)**	10
	6)	**(4p)**	10, 11
	7)	**(4p)**	$\{3; 4\}$
	8)	**(4p)**	5
	9)	**(4p)**	9
	10)	**(4p)**	$\{3; 4; 5\}$

SUBIECTUL III

a) 1 + 2 = 3 și 1 + 2 + 3 = 6;

b) 1 + 2 + 3 + 4 – 10 = 0 și 1 + 2 + 4 + 5 – 15 = 0;

c) Al șaselea termen este 15 + 6 = 21;

d) Pentru că adunarea este comutativă, avem

1 + 2 + ... + n = n + (n-1) + ... + 1, deci (1 + 2 + ... + n) – (n + (n – 1) + ... + 1) = 0;

Scanned with OKEN Scanner

c) $S = 1 + 2 + ... + (n+1) + n$

$S = n + (n-1) + ... + 2 + 1$

$2S = \underbrace{(n+1)+(n+1)+...+(n+1)+(n+1)}_{de\ n\ ori}$

Deci $2S = n(n+1)$;

f) Al 100-lea termen al primei linii este $1 + 2 + ... + 99 + 100 = 100 \cdot 101 : 2 = 5050$

g) Considerăm șirul de numere așezate crescător

$(1\cdot 2):2;(2\cdot 3):2;...;(10\cdot 11):2,...,(50\cdot 51):2,....$

Numărul 2009 va fi cuprins între $(62 \cdot 63) : 2 = 1953$ și $(63 \cdot 64) : 2 = 2016$. Deci numărul 2009 va fi situat pe linia 8 și pe coloana 56.

SUBIECTUL IV

a) A are 10 submulțimi cu câte un element și anume: {1}; {2}; .... {10}.

b) Submulțimile căutate sunt: {5}; {4;1}; {2;3}, deci sunt 3.

c) Submulțimile căutate sunt {3;8}; {4;6}; {1;3;8}; {1;4;6}; {2;3;4}; {1;2;3;4}, deci sunt 6.

d) Cuvintele de lungime 4 sunt de forma $xyzt$, unde $x,y,z,t \in \{a,b\}$. Deci numărul lor este $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$, deoarece pentru fiecare dintre literele cuvântului avem două posibilități de alegere.

e) Le numărăm astfel: cu elementul 1 avem 9 submulțimi: $\{1,2\},....,\{1,10\}$. Cu elementul 2 mai avem 8 submulțimi : $\{2,3\},...,\{2,10\}$. Continuăm procedeul și apoi adunăm numerele obținute. În total sunt 9+8+..+1 = 45 de submulțimi cu 2 elemente.

f) Fiecărei submulțimi cu 2 elemente a lui A îi corespunde o unică submulțime cu 8 elemente (anume elementele care sunt în A și nu sunt în submulțimea dată) și reciproc, fiecărei submulțimi cu 8 elemente a lui A îi corespunde o unică submulțime cu 2 elemente. Deci numărul de submulțimi cu 2 elemente este egal cu numărul de submulțimi cu 8 elemente.

g) Fiecărei submulțimi a mulțimii A facem să-i corespundă un cuvânt de lungime 10 astfel: dacă elementul 1 este în submulțime, prima literă din cuvânt va fi a, iar dacă nu este în submulțime, atunci prima literă va fi b. Analog, dacă elementul 2 este în submulțime, a doua literă din cuvânt va fi a, iar dacă nu este în submulțime, atunci a doua literă va fi b.

Continuăm procedeul astfel și obținem un cuvânt de lungime 10.

De exemplu, submulțimea {1,3,10} va avea asociat cuvântul $ababbbbbba$.

Reciproc, fiecare cuvânt de lungime 10 generează o submulțime astfel: dacă pe poziția 1 este a, atunci punem 1 în submulțime, dacă este b atunci 1 nu aparține submulțimii etc.

Așadar, numărul de submulțimi este egal cu numărul de cuvinte de lungime 10, care este 2^{10}.

Scanned with OKEN Scanner

TEST 6

Oficiu **(10p)**

SUBIECTUL I

1) d); **2)** b); **3)** b); **4)** d); **5)** d)

SUBIECTUL II

1) 1,1; **2)** adevărat; **3)** sau orice alt răspuns corect; **4)** 1; 2; 3; 6; **5)** 98; **6)** 40; **7)** 7 sau orice alt răspuns corect. **8)** 13; **9)** {3,4}; **10)** 1000.

SUBIECTUL III

a) Deoarece numerele se scriu numai cu 3 si 4, rezulta ca 33, 34 și 44 aparțin mulțimii M. Cum 30 are și o cifră de 0, rezultă că $30 \notin M$.

b) Numerele care se scriu numai cu 3 și 4 din mulțimea {1,2,...50} sunt: 3; 4; 33; 34; 43; 44, adică 6 numere.

c) $33 \vdots 3$ și $34 \vdots 17$.

d) Cel mai mic element al mulțimii M este 3.

e) $344 : 8 = 43$.

f) Considerăm numerele $n_{2009} = \underbrace{333...3}_{\text{de 2009 ori}}$, $n_{2008} = \underbrace{333...3}_{\text{de 2008 ori}}$, $n_1 = 3$.

Dacă printre numerele $n_1, n_2, \ldots n_{2009}$ există unul care se împarte exact la 2009, problema este rezolvată. Dacă nu, există două care dau același rest la împărțirea cu 2009. Să zicem că n_k și n_p, $k > p$, dau același rest la împărțirea cu 2009. Rezultă că diferența lor va da restul 0 la împărțirea cu 2009. Avem $n_k - n_p = \underbrace{333.....3}_{k-p \text{ numere}} \underbrace{000...0}_{p \text{ numere}}$. Am obținut deci că $(n_k - n_p) \vdots 2009$.

Deci 2009 divide pe n_{k-p}.

g) $344 \vdots 8$. Arătăm ca putem alege o cifră c dintre 3 și 4 astfel încât numărul $\overline{c344} \vdots 2^4$. Aceasta se face astfel: dacă $2^4 / 344$, alegem cifra $c = 4$, iar dacă 344 nu se divide cu 2^4, atunci alegem cifra $c = 3$.

Presupunem că am ales în felul acesta p cifre $c_1, c_2, ..., c_p \in \{3,4\}$ astfel încât numărul $\overline{c_1c_2...c_p} \vdots 2^p$. Dacă $\overline{c_1c_2...c_p} \vdots 2^{p+1}$ atunci alegem $c = 4$ și avem $\overline{c_1c_2...c_p} \vdots 2^{p+1}$, iar dacă nu e divizibil, atunci alegem $c = 3$ și avem $\overline{cc_1c_2...c_p} \vdots 2^{p+1}$. În felul acesta, vom ajunge să găsim un element din M cu 2009 cifre, care se divide cu 2^{2009}.

SUBIECTUL IV

a) $2 \in P$ deoarece $\{2\} \subset A$. $3 \in P$ deoarece $\{1,2\} \subset A$. **b)** $-16 - 8 - 4 - 2 - 1 + 1 + 2 + 4 + 8 + 16 = 0$. **c)** Cel mai mic element al lui P este $16 - 8 - 4 - 2 - 1 = -31$. Cel mai mare element al lui este $16+8+4+2+1=31$. **d)** Dacă $x \in P$, atunci avem $-x \in P$. Deci toate elementele nenule se grupează în perechi de câte 2 elemente și cum

Scanned with OKEN Scanner

$0 \in P$ rezultă că P are un număr impar de elemente. **e)** Fiecărei submulțimi a lui A îi atașăm o secvență de 10 numere, formată numai din cifrele 0 și 1, astfel: pe prima poziție punem 0 dacă elementul –16 nu aparține submulțimii sau 1 dacă elementul –16 aparține submulțimii, pe a doua poziție scriem 0 dacă elementul –8 nu aparține submulțimii sau 1 dacă elementul –8 aparține submulțimii etc. Deci, fiecărei submulțimi i s-a atașat o unică secvență de 10 elemente și reciproc, fiecărei secvențe i s-a atașat o submulțime a lui A. Fiecare poziție a secvenței poate fi ocupată în 2 feluri, deci în total avem $\underbrace{2 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 2}_{de\,10\,ori} = 2^{10}$ secvențe, adică 2^{10} submulțimi.

Excluzând-o pe cea vidă, obținem 102 submulțimi.

f) Fie $U = \{-1;1;-2;2;-4;4\}$ și $V = \{-8;8;-16;16\}$. Suma elementelor mulțimii U, ca și suma elementelor mulțimii V este 0.

g) Am arătat că cel mai mic element al lui P este -31 și că cel mai mare element al lui P este 31. Înseamnă că P va avea cel mult 63 de elemente (adică toate numerele întregi de la –31 la 31). Pentru a arăta că P are chiar 63 de elemente, este suficient să arătăm că nu „sare" peste nici un element, ceea ce se face prin calcul direct (exemple: -1=–1, –3=–2–1, –4=–4, –5=–4–1 etc). Deci P are 63 de elemente.

TEST FINAL

SUBIECTUL I

Definim numerele $A_1 = \underbrace{11\ldots1}_{de\ 9\ ori} \Rightarrow A_1 \vdots 9$ și nu conține cifra 0. $A_2 = \underbrace{A_1A_1\ldots A_1}_{de\ 9\ ori} \Rightarrow A_2 \vdots 81$ și nu conține cifra zero. $A_n = \underbrace{A_{n-1}A_{n-1}\ldots A_{n-1}} \Rightarrow A_n \vdots 9^n$ și nu conține cifra 0

Partea de divizibilitate se demonstrează astfel: $\underbrace{\overline{AA\ldots A}}_{de\ 9\ ori} = A \cdot \underbrace{\overline{100\ldots0100\ldots100\ldots01}}_{\text{se divide cu 9}}$

SUBIECTUL II

$$9N = 10N - N = \overline{a_n a_{n-1}\ldots a_1 0} - \overline{a_n a_{n-1}\ldots a_1} = \overline{a_n\left(a_{n-1}-a_n\right)\ldots\left(a_1-1-a_2\right)\left(10-a_1\right)}$$

Adunand cifrele obținem 9.

SUBIECTUL III

Avem $8 \cdot 9^{n-1}$ numere de n cifre care nu conțin cifra 1.

Cum $q_{10^{n-2}} < 100 \cdot 10^{n-2} = 10^n$, rezultă că avem 10^{n-2} numere care presupunem că se pot scrie fără cifra 1, de unde rezultă că $10^{n-2} < 8 \cdot 9^{n-1}$. De aici, $\left(\frac{10}{9}\right)^n < 8 \cdot \frac{10^2}{9} = \frac{800}{9}$ ceea ce este fals, fiindcă pentru $n = 800$ nu se verifică, deoarece $1{,}1^{128} = 445{,}\ldots. > \frac{800}{9}$, iar $\left(\frac{10}{9}\right)^{800} > 1{,}1^{128} > \frac{800}{9}$, iar pentru a ridica la puterea 128, ridicăm la pătrat, apoi pătratul îl ridicăm la pătrat,...etc. de 7 ori.

Scanned with OKEN Scanner

SUBIECTUL IV

a) Fie B și C submulțimile căutate. Atunci de exemplu:

$B = \{1,4,6,7,10,11,13,16\}$

$C = \{2,3,5,8,9,12,14,15\}$

b) Se folosesc aceleași mulțimi de la punctul **a).**

TEST 7

SUBIECTUL I

1) c); **2)** a); **3)** b); **4)** b); **5)** b).

SUBIECTUL II

1) 4; **2)** 89; **3)** 2; **4)** 5; **5)** 6; **6)** 10 și 11; **7)** 0; **8)** 120; **9)** 13; **10)** 9870.

SUBIECTUL III

a) $5 + 3 = 8$ => cu un cartonaș de 5 puncte și unul de 3 puncte se câștigă 8 puncte.

$3 + 3 + 3 = 9$ => cu 3 cartonașe de câte 3 puncte se câștigă 9 puncte.

$5 + 5 = 10$ => cu două cartonașe de 5 puncte se câștigă 10 puncte.

b) Cu două cartonașe de 3 puncte se câștigă 6 puncte. Cu un cartonaș de 3 puncte și unul de 5 puncte se câștigă 8 puncte. Cu două de 5 puncte se câștigă 10 puncte. Deci nu poate primi 7 puncte.

c) Notăm cu x numărul de cartonașe de 3 puncte și cu y numărul de cartonașe de 5 puncte. Punctajul câștigat în acest caz este $3x + 5y$ și trebuie să fie număr par. Pentru ca suma să fie număr par, fie trebuie să fie ambii termeni pari, fie ambii impari. În situația în care ambii termeni ar fi pari, trebuie ca x și y să fie pari, deci suma lor pară, adică numărul total de cartonașe este par. În cazul în care ambii termeni ar fi impari, trebuie ca x și y să fie impari, deci suma lor pară, adică numărul total de cartonașe este tot par.

d) Notăm cu x numărul de cartonașe de 3 puncte și cu y numărul de cartonașe de 5 puncte. Suma eliberată va fi $3x + 5y$. Pentru ca suma să fie impară, unul dintre termeni trebuie să fie impar și unul par, deci fie x este par și y impar, fie x este impar și y par. În ambele situații, $x + y$ este impar, adică numărul total de cartonașe este impar.

e) Numărul cartonașelor este cu atât mai mic, cu cât valoarea cartonașelor este mai mare, deci vom alege cât mai multe cartonașe de 5 puncte. Cum suma de 1000 de puncte se împarte exact la 5, rezultă că putem folosi numai cartonașe de 5 puncte și deci numărul minim de cartonașe este 200.

f) Numărul cartonașelor este cu atât mai mare, cu cât valoarea cartonașelor este mai mică, deci vom alege cât mai multe cartonașe de 3 puncte.

$1000 = 3 \cdot 333 + 1$, deci nu poate primi numai cartonașe de 3 puncte.

Scanned with OKEN Scanner

$1000 = 3 \cdot 332 + 4$, deci nu poate primi 332 cartonaşe de 3 puncte.

$1000 = 3 \cdot 331 + 7$, deci nu poate primi 331 cartonaşe de 3 puncte.

$1000 = 3 \cdot 330 + 10 = 3 \cdot 330 + 5 \cdot 2$

Deci poate primi 1000 de puncte cu 330 cartonaşe de 3 puncte şi 2 cartonase de 5 puncte, adică în total 332 de cartonaşe. Numărul maxim de cartonaşe este 332.

g) Am arătat la punctul **a)** că poate primi 8 puncte, 9 puncte si 10 puncte. Adunând 3 puncte la fiecare (adică un cartonaş în plus) obţinem 11 puncte, 12 puncte şi 13 puncte, adunând încă 3 puncte obţinem 14 puncte, 15 puncte şi 16 puncte etc. Altfel spus, dacă punctajul este de forma $3k$, atunci folosim k cartonaşe de 3 puncte. Dacă punctajul este de forma $3k + 1$, atunci folosim $k - 3$ cartonaşe de 3 puncte şi 2 cartonaşe de 5 puncte. Dacă punctajul este de forma $3k + 2$, atunci folosim $k - 1$ cartonaşe de 3 puncte şi un cartonaş de 5 puncte. Obligatoriu, orice punctaj s-ar afla într-una din situaţiile de mai sus, deci orice punctaj cuprins între 8 puncte şi 1000 de puncte, poate fi achitat.

SUBIECTUL IV

a) Culegerea are 500 de pagini, iar un capitol are 20 de pagini, deci culegerea are $500 : 20 = 25$ capitole.

b) Deoarece un capitol are cel puţin 25 de figuri geometrice, numărul cel mai mic de figuri geometrice este $25 \cdot 25 = 625$.

c) Numerele paginilor de pe o foaie sunt consecutive. Notăm cu x numărul paginii din stânga şi cu $x + 1$ pe cel al paginii din dreapta. Avem $x + x + 1 = 605 \Rightarrow 2x = 604 \Rightarrow x = 302$.

d) Primele 15 capitole au pagini numerotate de la 1 la 300.

De la 1 la 9 sunt 9 numere de o cifră – 9 cifre. De la 10 la 99 sunt 90 de numere de 2 cifre – 180 cifre. De la 100 la 300 sunt 201 numere de 3 cifre – 603 cifre. În total s-au folosit $9 + 180 + 603 = 792$ cifre.

e) Pe 5 foi consecutive apar zece numere consecutive. Printre 10 numere naturale consecutive, există sigur unul care conţine cifra 0, deci produsul cifrelor va fi 0.

f) Culegerea conţine cel puţin 625 de figuri geometrice. O pagină are cel mult 5 figuri geometrice, deci vom avea cel puţin $625 : 5 = 125$ pagini cu figuri geometrice. În acest caz, cel mult $500 - 125 = 375$ pagini nu vor avea figuri geometrice.

TEST 8

SUBIECTUL I **1)c); 2) a) 3) c); 4) c); 5) b).**

SUBIECTUL II **1)** 18; **2)** 3^2; **3)** 0; **4)** 1; **5)** 3; **6)** 15; **7)** 4; **8)** $\{3,4\}$; **9)** $\{1,2,4,5\}$ şi $\{2,3\}$ sau orice alt exemplu corect; **10)** 0.

SUBIECTUL III

a) 7; **b)** 100. **c)** $2010 = 2^{10} + 2^9 + 2^8 + 2^7 + 2^6 + 2^4 + 2^3 + 2$, deci $2010 \in B$.

Scanned with OKEN Scanner

d) $2 \cdot S = 2\left(1+2+2^2+\ldots+2^{99}\right) = 2+2^2+2^3+\ldots+2^{100}$.

e) $2 \cdot S = 2\left(1+2+2^2+\ldots+2^{99}\right) = 2+2^2+2^3+\ldots+2^{100}$

f) $S = 2S - S = \left(2+2^2+2^3+\ldots+2^{100}\right) - \left(1+2+2^2+\ldots+2^{99}\right) =$

$= \left(2+2^2+\ldots 2^{99}\right) + 2^{100} - 1 - \left(2+2^2+\ldots+2^{99}\right) = 2^{100} - 1$

g) Cel mai mare element din B este suma tuturor elementelor din A, adică $2^{100}-1$. Deci 2^{100} nu aparţine lui B

h) Numerele 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 se pot scrie folosind elementele 1, 2, 2^2. Apoi, de la 8 la 15 se pot scrie adăugând 2^3 la cele scrise anterior. De la 2^4 la 2^5-1 se pot scrie 2^4 adăugând 2^4 la cele scrise anterior etc.

SUBIECTUL IV

a) Cel mai mic element al mulţimii M este 56789.

b) Cel mai mare element al mulţimii M este 98765.

c) 5 şi 6 fiind fixate, rămâne să numărăm în câte feluri putem permuta cifrele 7, 8 şi 9. Permutările sunt următoarele: 789; 798; 879; 897; 978, 987, deci le putem aranja în 6 feluri. Prin urmare, sunt 6 numere care încep cu $\overline{56}$ în această ordine.

d) Trebuie găsite toate numerele $\overline{abcde}$ cu cifre diferite, din mulţimea $\{5,6,7,8,9\}$. Cifra a poate fi oricare din această mulţime, deci există 5 posibilităţi de a o alege. Cifra b poate fi oricare din mulţime, mai puţin valoarea aleasă pentru a, deci b poate lua 4 valori. Cu raţionamente asemănătoare ajungem la concluzia că c poate lua 3 valori, d poate lua 2 valori, iar e numai una. Deci, în total, putem forma $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ de numere.

e) Grupăm elementele câte două astfel: elementul $\overline{c_1c_2c_3c_4c_5}$ se grupează cu $\overline{d_1d_2d_3d_4d_5}$ astfel încât $d_1 = 14 - c$; $d_2 = 14 - c_2$; $d_3 = 14 - c_3$; $d_4 = 14 - c_4$; $d_5 = 14 - c_5$.

De exemplu, numărul 56789 se va grupa cu numărul 98765. Se observă că suma elementelor din fiecare grupă este 155554 şi cum numărul de grupe este 60, rezultă că suma tuturor elementelor este $155554 \cdot 60 = 9333240$.

f) Numărul elementelor pare este numărul numerelor care se termină în 6 sau în 8. În 6 se termină $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$ de numere (raţionament analog cu cel de la punctul **c)** şi în 8 se termină tot 24 de numere. Deci sunt 48 de numere pare.

g) Ordonând crescător elementele mulţimii M, vom avea înaintea elementului 98567 pe toate cele care încep cu 5, 6, 7 sau 8, adică $4 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24 \cdot 4 = 96$ de numere. Dintre cele care încep cu 9, înaintea celui dat sunt $3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 = 18$ numere. Deci numărul de ordine al elementului 98567 este $96 + 18 + 1 = 115$.

Scanned with OKEN Scanner

TEST 9

Oficiu **(10p)**

I.(20p) **1. (4p) d); 2. (4p) b); 3. (4p) b); 4. (4p) d); 5. (4p) d).**

II.(40p) **1) (4p)** $\frac{3}{10}$; **2) (4p)** adevărat; **3) (4p)** $\frac{4}{6}$; **4) (4p)** 1,2,3,6; **5) (4p)** 98; **6) (4p)** 40; **7) (4p)** 7; **8) (4p)** 7; **9) (4p)** {3,4}; **10) (4p)** 1000.

SUBIECTUL III

a) (4p) $1=3^0\in A$, $2=2\cdot 3^0\in A$, $3=3^1\in A$, $6=2\cdot 3^1\in A$.

b) (4p) Presupunem $4\in A\Rightarrow\left(4=3^i\Rightarrow 3/4 \text{ fals}\right)$ sau $(4=2\cdot 3^i,\ i\in N\Rightarrow 3\ 3/4,\ \textit{fals})$.

Presupunem

$7\in A\Rightarrow\ (7=3^i,\ i\in N\Rightarrow\ 3/7,\ \textit{fals})$ sau $7=2\cdot 3^i\Rightarrow 2/7$ și 3/7 *fals)*.

c) (2p) $\{3,4\}\subset A \Rightarrow\ 4\in B$. $\{2,3\}\subset A \Rightarrow\ 5\in B$.

d) (2p) Dacă $n\in B$ înseamnă că n e sumă de 3^i și $2\cdot 3^i$, $i, j\in \mathbf{N}$. Atunci $3n$ e sumă de $3\cdot 3^i$ și $3\cdot 2\cdot 3^i$, deci e sumă de 3^i și $2\cdot 3^i \Rightarrow\ 3n\in B$.

e) (1p) $A\cap\{1,\ 2,\ 3,\ ...,\ 20\}=\{1,\ 2,\ 3,\ 6,\ 9,\ 18\}$, deci are 6 elemente.

f) (1p) $S=1+3+...+3^n$, $3S=3+3^2+...+3^{n+1}$, *deci* $2S=3S-S=3^{n+1}-1$, de unde rezultă cerința.

g) (1p) $3^{n+1}-1=2\left(1+3+3^2+...+3^n\right)=2+2\cdot 3+2\cdot 3^2+...+2\cdot 3^n$, fiecare termen al sumei fiind din $A \Rightarrow 3^{n+1}-1\in B$.

SUBIECTUL IV

a) (4p) a=1 și b=2.

b) (4p) a=8 și b=9

c) (2p) Cel mai mic numar de p cifre este 10^{p-1} și cel mai mare număr de p cifre este 10^p-1.

d) (2p) x=2 și y=5.

e) (1p) $c(a, b)$ va avea cifrele lui a urmate de cele ale lui b, deci $n(c(a,b)) = n(a) + n(b)$.

f) (1p) Fie $p = n(a)$ și $q = n(b)$. Atunci $10^{p-1}\le a<10^p$ și $10^{q-1}\le b<10^q$. De aici rezulta $10^{p+q-2}\le a\cdot b<10^{p+q}$, deci $n(a\cdot b)=p+q-1$ sau $n(a\cdot b)=p+q$, adica $n(a)+n(b)-1\le n(a\cdot b)\le n(a)+n(b)$, $\forall\ a, b\in \mathbf{N}^*$.

g) (1p) Fie $a=2^{2010}$, $b=5^{2010}$, $p=n(a)$ și $q=n(b)$.

Avem $10^{p-1}<a<10^p$ și $10^{q-1}<b<10^q$, de unde $10^{p+q-2}<a\cdot b=10^{2010}<10^{p+q}$,

deci $p+q$=2011.

Scanned with OKEN Scanner

TEST FINAL

SUBIECTUL I.

Orice pătrat perfect este de forma $4n$ sau $4n + 1$. De aceea $2...2$ este de forma $4n + 2$, $5...5$ este de forma $4n + 3$, $6...6$ este de forma $4n + 2$ și $9...9$ este de forma $4n + 3$ și nu sunt pătrate perfecte. De aici rezultă că nici $1...1$ nu este pătrat perfect, nici $4...4$ și nici $8...8$ nu sunt pătrate perfecte. Cât despre $3...3$ și $7...7$ nu sunt pătrate perfecte, deoarece niciun pătrat perfect nu se termină în 3 sau 7.

SUBIECTUL II

a) Sunt 5 cifre, deci vom avea 2^5 numere.

b) Vom avea $2 + 2^2 + 2^3 + ... + 2^{2010} = 2^{2011} - 2$ elemente în mulțimea A.

c) Dacă numărul $\overline{c_1...c_k}$ se divide cu 2^k, dar nu se divide cu 2^{k+1}, atunci vom considera numărul $\overline{1c_1...c_k}$, care se divide cu 2^{k+1}. Dacă numărul $\overline{c_1...c_k}$ se divide cu , 2^{k+1} atunci numărul $\overline{2c_1...c_k}$ se divide cu 2^{k+1}. În acest fel se obține un element din mulțimea A care se divide cu 2^{2010}.

SUBIECTUL III

a) Luăm numerele 1006, 1007, 1008,..., 2009, 2010 și se verifică ușor cerința.

b) Împărțim numerele din mulțimea A în 1005 grupe astfel: $\{1, 2, 4, 8, 16,..., 1024\}$, $\{3, 6, 12,...\}$ în general $\{a, 2a, 4a, 8a,...,\}$ unde a este un număr impar. În acest fel ultima grupă va fi $\{2009\}$. Cum alegem 1006 numere și avem 1005 grupe, va trebui să luăm 2 numere din aceeași grupă, care rezolvă problema.

SUBIECTUL IV

Cum $n! = (n - 1)! \cdot n$, vom avea $P = 1! \cdot 1! \cdot 2 \cdot 3! \cdot 3! \cdot 4 \cdot ... \cdot 59! \cdot 59! \cdot 60 =$

$= (1! \cdot 3! \cdot 5! \cdot ... \cdot 59!)^2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot ... \cdot 60 = (1! \cdot 3! \cdot 5! \cdot ... \cdot 59!)^2 \cdot 2^{30} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot ... \cdot 30 =$

$= (2^{15} \cdot 1! \cdot 3! \cdot 5! \cdot ... \cdot 59!)^2 \cdot 30!$

Deci dacă din P ștergem pe 30!, obținem un pătrat perfect .

TEST 10

• Oficiu **(10p)**

I.(20p) **1. (4p) b); 2. (4p) b); 3. (4p) c); 4. (4p) b); 5. (4p) c);**

II.(40p)

1)	**(4p)**	20
2)	**(4p)**	18 sau alt exemplu corect
3)	**(4p)**	27

Scanned with OKEN Scanner

4)	**(4p)**	27
5)	**(4p)**	20
6)	**(4p)**	1006 sau alt exemplu corect
7)	**(4p)**	3, 5, 7 sau alt exemplu corect
8)	**(4p)**	3
9)	**(4p)**	280
10)	**(4p)**	par

SUBIECTUL III

a) AB, AAB. **b)** ABC, BCA. **c)** Cea mai mică valoare este 3 (AAA), iar cea mai mare 24 (DDD). **d)** AAAAAA, AAAAB, AAABA, AABAA, ABAAA, BAAAA, AABB, ABAB, ABBA, BBAA, BABA, BAAB, BBB, AAC, ACA, CAA, BC, CB. **e)** Fiecare poziție a unui cuvânt de lungime 2 poate fi ocupată în 4 feluri, deci avem 16 cuvinte de lungime 2. **f)** Cuvintele sunt DDBB, DBDB, DBBD, BDDB, BDBD, BBDD, DCCC, CDCC, CCDC, CCCD. **g)** Pentru fiecare valoare aflăm un cuvânt corespunzător: AAA=3, BAA=4, ABB=5, BBB=6, ABC=7, CBB=8, CCA=9, DAA=10, DBA=11, DBB=12, DCA=13, DCB=14

SUBIECTUL IV

a) $S(23) = 5$, $S(207) = 9$; **b)** a=100, b=11 sau alt exemplu corect **c)** c=102, d=22 sau alt exemplu corect; **d)** e=999999 și $S(e) = 9 \cdot 6 = 54$; **e)** f = 2999, de unde $S(f) = 29$ și $S(S(f)) = 11 > 10$; **f)** $1 \le S(g) \le 54$ de unde $1 \le S(S(g)) \le 13$ și deci $1 \le S(S(S(g))) \le 9$.

TEST 11

• Oficiu **(10p)**

I.(20p) **1. (4p) c); 2. (4p) d); 3. (4p) a); 4. (4p) c); 5. (4p) d);**

II.(40p) **1) (4p)** $\{1,2,3,4,5\}$; **2) (4p)** 22 sau orice alt răspuns corect;

3) (4p) 10 **4) (4p)** 1, 11; **5) (4p)** 10 **6) (4p)** 10, 11; **7) (4p)** $\{3;4\}$;

8) (4p) $\{1;2\}$; **9) (4p)** 9 sau orice alt raspuns corect; **10) (4p)** $\{3;4;5\}$ sau orice alt răspuns corect.

SUBIECTUL III

a) 31; **b)** 3; **c)** 4; **d)** 2; **e)** Al doilea număr ar trebui să se adune cu cel din față și cu cel din spate și să dea 8, respectiv 27, ceea ce este imposibil, fiind mai mic decât 8.

f) Numărul 16 ar trebui adunat cu cel din față si cu cel din spate și să dea 25, ceea ce este imposibil; **g)** 16, 9, 7, 2, 14, 11, 5, 4, 12, 13, 3, 6, 10, 15, 1, 8.

SUBIECTUL IV

a) $1 = 3^0 \in A$, $2 = 2 \cdot 3^0 \in A$, $3 = 3^1 \in A$, $6 = 2 \cdot 3^1 \in A$.

b) Presupunem $4 \in A \Rightarrow \left(4 = 3^i \text{ fals}\right)$ *sau* $4 = 2 \cdot 3^i$, $i \in N$, *fals*.

Presupunem $7 \in A \Rightarrow 7 = 3^i$, $i \in N$, *fals* sau $7 = 2 \cdot 3^i$, *fals*).

Scanned with OKEN Scanner

c) $\{1,3\} \subset A \Rightarrow 4 \in B$. $\{2,3\} \subset A \Rightarrow 5 \in B$.

d) Dacă $n \in B$ înseamnă că n e sumă de 3^i și $2 \cdot 3^i$, $i, j \in \mathbf{N}$. Atunci $3n$ e sumă de $3 \cdot 3^i$ și $3 \cdot 2 \cdot 3^j$, deci e sumă de 3^{i+1} și $2 \cdot 3^{j+1} \Rightarrow 3n \in B$.

e) $3S - S = 3 + 3^2 + 3^3 + ... + 3^{n+1} - 1 - 3 - 3^2 - ... - 3^n = 3^{n+1} - 1$.

f) $3^{n+1} - 1 = 2\left(1 + 3 + 3^2 + ... + 3^n\right) = 2 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3^2 + ... + 2 \cdot 3^n$, fiecare termen al sumei fiind din $A \Rightarrow 3^{n+1} - 1 \in B$.

g) Se arată că:

$\{1,2,...,8\} \subset B$. *Apoi* $\{9, 9+1, ..., 9+8, 2 \cdot 9, 2 \cdot 9 + 1, ..., 2 \cdot 9 + 8\} \subset B$, *deci* $\{9,10,...,26\} \subset B$.

Se continuă cu $\{3^3, 3^3 + 1, ..., 3^3 + 26, 2 \cdot 3^3, 2 \cdot 3^3 + 1, ..., 2 \cdot 3^3 + 26\} \subset B$ și procedând așa, după câțiva pași ajungem la relația $B \supset \{1,2,3,...,2011\}$, deci intersecția are 2011 elemente.

TEST 12

• Oficiu **(10p)**

SUBIECTUL I **1)** a); **2)** a); **3)** c); **4)** d); **5)** a).

SUBIECTUL II **1)** $\frac{4}{4}$ **2)** fals; **3)** $\frac{1}{2}$. **4)** 1; 5; **5)** 95; **6)** 3; **7)** 7 sau altul; **8)** 3 și 4; **9)** $\{3;4\}$; **10)** $\{1;2;3;4;5;6\}$.

SUBIECTUL III

a) Mulțimea A nu este verde deoarece conține pe 1 și 2 și 1 divide 2.

b) $\{5;6;7;8\}$.

c) Orice număr divide 0 și orice număr se divide cu 1.

d) Deoarece $2 \cdot 21 = 42$, rezultă că se verifică cerința.

e) $\{15; 17; 19; 21; 23; 25; 27; 29; 31; 33; 35; 37; 39\}$.

f) Împărțim elementele mulțimii A în 20 de grupe astfel: fiecare grupă conține un număr impar și apoi numere obținute din acesta prin înmulțirea cu puteri ale lui 2. De exemplu o grupa este 1, 2, 4, 8, 16, 32; o altă grupă este 11, 22; sau o altă grupă conține numai numărul 39. Oricum am alege 21 de numere, având 20 de grupe, vom lua 2 elemente din aceeași grupă care rezolvă cerința.

g) Mulțimea va avea maxim 20 de elemente.

Ea este $\{19; 20; 21; 22; 23; 24; 25; 26; 27; 28; 29; 30; 31; 32; 33; 34; 35; 36; 37; 39\}$

SUBIECTUL IV

a) Alegem numerele 2 și 4 și operăm asupra lor.

b) Alegem numerele 2 și 5 și operăm asupra lor și alegem numerele 3 și 4, și operam asupra lor.

c) Alegem numerele 2 și 6 si operăm asupra lor și alegem numerele 3 și 5 si operăm asupra lor.

Scanned with OKEN Scanner

d) Alegem numerele 1 și 6 și operăm asupra lor, alegem numerele 2 și 5 si operăm asupra lor și alegem numerele 3 și 4 și operăm asupra lor.

e) Alegem numerele 1 și 7 și operăm asupra lor, alegem numerele 2 și 6 si operăm asupra lor si alegem numerele 3 și 5 si operăm asupra lor.

f) Alegem numerele 1 și 18 și operăm asupra lor, alegem numerele 3 și 14 și ope - răm asupra lor și alegem numerele 4 și 11 și operăm asupra lor, alegem numerele 6 și 7. Obtinem șirul 9,5; 9,5; 8,5; 8,5; 7,5; 7,5; 6,5; 6,5. Apoi alegem numerele 9,5 și 6,5 si operam asupra lor, alegem numerele 9,5 și 6,5 si operăm asupra lor, alegem numerele 8,5 și 7,5 și operăm asupra lor și alegem numerele 8,5 și 7,5 și operăm asupra lor și se rezolvă problema.

Daca s-ar putea, ar trebui să obținem trei numere egale cu suma 11. Deci ar trebui sa fie egale cu 3,(6), ceea ce nu putem obține prin medii aritmetice de două numere care pleacă de la numere întregi, deoarece nu am avea decât numere cu un număr finit de zecimale.

TEST FINAL

SUBIECTUL I

Fie $A = \overline{a_5a_4a_3a_2a_1a_0}$ un număr cu proprietatea din enunț. Obținem succesiv:

$2 \mid a_0$ deci $a_0 = 4$. $2^2 \mid a_1 \cdot 10 + 4$ *deci* $2 \mid a_1$

de unde $a_1 = 4$. $2^3 \mid a_2 \cdot 10^2 + 44$ *deci* $2^3 \mid 100(a_2 - 1) + 18 \cdot 8$ *de unde* $2 \mid a_2 - 1$ ·

$2^3 \mid a_2 \cdot 10^2 + 44$ *deci* $2^3 \mid 100(a_2 - 1) + 18 \cdot 8$, *de unde* $2 \mid a_2 - 1$ *deci* $a_2 = 5$.

$2^4 \mid a_3 \cdot 10^3 + 544$ și cum $544 = 17 \cdot 2^5$ rezultă $a_3 = 4$, deci $2^5 \mid a_4 \cdot 10^4 + 4544$ și cum $4544 = 4 \cdot 10^3 + 17 \cdot 2^5 = 2^5 \cdot 142 = 2^6 \cdot 71$ rezultă

$2 \mid a_4$, deci $a_4 = 4$.

Obținem $A = \overline{a_5 44544} = a_5 \cdot 10^5 + 10^6 + 2^6 \cdot 71 = a_5 \cdot 10^5 + 2^6 \left(5^6 + 71\right)$.

Cum $2^6 \mid A \Leftrightarrow 2^6 \mid a_5 \cdot 10^5 \Leftrightarrow 2 \mid a_5 \Leftrightarrow a_5 = 4$, rezultă că $A = 444544$ și acest număr este unicul cu proprietatea din enunț.

SUBIECTUL II

a) Dacă mulțimea $A = \{a_1, a_2, \ldots\ldots, a_{10}\}$, atunci într-o submulțime X, $a_1 \in X$ sau $a_1 \notin X$, deci sunt două posibilități, $a_2 \in X$ sau $a_2 \notin X$, deci sunt două posibilități,..., $a_{10} \in X$ sau $a_{10} \notin X$, deci sunt 2 posibilități. Rezultă că avem $\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 2}_{de\ 10\ ori} = 2^{10}$ submulțimi.

b) Dacă grupăm o mulțime cu complementară, atunci vom avea $2^9 = 512$ grupe. Dacă alegem 513 submulțimi, vom lua o grupă întreagă, deci mulțimile nu vor avea elemente comune.

Scanned with OKEN Scanner

c) Formam 512 grupe de câte 2 submulțimi $\left(X, \overline{X}\right)$ unde $\overline{X} = A - X$.

Evident, din fiecare grupă luăm câte o mulțime, altfel nu se verifică ipoteza. Dacă alegem submulțimile A_1 și A_2, atunci din grupa $(A_1 \cap A_2, \overline{A_1 \cap A_2})$ vom alege evident $A_1 \cap A_2$ deoarece $A_1 \cap A_2 \cap (\overline{A_1 \cap A_2}) = \varnothing$.

Deci $A_1 \cap A_2$ este aleasă. Dacă A_3 este diferită de A_1, A_2 și de $A_1 \cap A_2$ și este aleasă, atunci $A_1 \cap A_2 \cap A_3$ va fi și ea aleasă, deci este nevidă. În acest fel continuăm cu mulțimea A_4, aleasă și diferită de toate cele anterioare. Va rezulta că și mulțimea $A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4$ este aleasă, deci nevidă. Rezultă că intersecția tuturor mulțimilor alese este nevidă, iar aceasta este posibilă dacă alegem cele 512 submulțimi ale lui A care conțin toate un element $a \in A$.

SUBIECTUL III

a) Să presupunem că s-ar putea ca fiecare elev să primească mesaje numai de la elevii cărora le-a scris. Înseamnă că putem face perechi de câte 2 mesaje, pe care și le scriu reciproc doi copii ($A \to B$ si $B \to A$). Această grupare ne arată că numărul total de mesaje este par, deoarece se poate organiza în perechi de câte 2 mesaje. Dar numărul total de mesaje este $9 \cdot 17 = 153$, adică impar. Prin urmare, presupunerea făcută este greșită, deci nu este posibil ca fiecare copil să primească mesaje numai de la acei copii cărora le-a scris.

b) Dacă nu ar exista copii care își trimit mesaje unul altuia, atunci fiecarei perechi de 2 elevi îi asociem cel mult un mesaj.

Numărul total de perechi de 2 elevi este $17 \cdot 8 = 136 < 153$ care este numărul total de mesaje. Deci există cel puțin 5 perechi de câte 2 elevi, astfel încât cei din fiecare pereche își trimit mesaje unul altuia.

SUBIECTUL IV

Fie $a_1, a_2, \ldots a_{11}$ numerele de bile albe și $b_1, b_2, \ldots b_{11}$ numerele de bile roșii din saci. Avem $a_1 + a_2 + \ldots + a_{11} = 100$ și $b_1 + b_2 + \ldots + b_{11} = 120$. Fără a restrânge generalitatea putem presupune că $a_1 \geq a_2 \geq \ldots \geq a_{11}$.

Atunci sacii cu numerele 1,3,...,11 verifică $a_1 + a_2 + \ldots + a_{11} \geq 51$.

Dacă $b_1 + b_3 + \ldots + b_{11} \geq 61$ problema s-a rezolvat. Dacă $b_1 + b_3 + \ldots + b_{11} < 61$, atunci $b_1 + b_2 + b_4 \ldots + b_{10} \geq 61$ și $a_1 + a_2 + a_4 \ldots + a_{10} \geq 51$.

Scanned with OKEN Scanner

CLASA A VI-A

Scanned with OKEN Scanner

Exerciții și probleme pentru lucrul la clasă

ALGEBRĂ

I. Mulțimea numerelor naturale

1. Operații cu numere naturale

• Reguli de calcul cu puteri

1) Calculați:

a) $3^2 - 2^3 + 2011^0 - 1^{2011}$

b) $(324 + 536) : 43 - (728 - 356) : 31$

c) $(97 \cdot 71 - 71 \cdot 3 + 94 \cdot 6)$

d) $(2^5 \cdot 3^2)^7 : (2^7 \cdot 3)^5 : (3)^2 - 25$

e) $(17 \cdot 54 - 17 \cdot 34) : 10 + 5^0$

f) $(18 \cdot 2^5 - 2^6 \cdot 3) : 2^5 : 3 - 4$

g) $(2^2 + 2^3 \cdot 2 + 2^5) : (4 + 2^4 + 2^8 : 2)$

h) $2^3 - 2^3 : 2 + 2$

i) $10^2 \cdot (2^0 + 0^2 \cdot 1^{2007})$

2) Calculați:

a) $(2^{15} \cdot 3^{31})^5 : (8 \cdot 3^5) - 6^{30} : 2^{30}$

b) $(3 \cdot 45 + 45 \cdot 97) : 30^2$

c) $4^{25} : 8^{16}$

d) $10^2 \cdot (2^0 - 0^2 \cdot 1^{2007})$

e) $2 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10 + 8$

f) $(2^3)^2 - (2^2)^3$

3) Un pix costă cu 40 de lei mai puțin decât cinci pixuri de același fel. Aflați prețul unui pix.

4) Suma a două numere este 30. Dacă împărțim numărul mare la numărul mic obținem câtul 3 și restul 2. Aflați cele două numere.

5) Suma a două numere este 3 945. Aflați numerele știind că diferența lor este 33.

6) Suma a două numere este 700. Primul număr se mărește cu 100 iar al doilea se micșorează cu 50. Calculați noua sumă a numerelor.

7) Aflați suma dintre cel mai mic număr de 3 cifre distincte și triplul acestuia.

8) Calculați:

a) $(4^{10} : 2^{10} - 2^9 - 2^2 \cdot 5^3 - 2^2 \cdot 3)^{2\,007} + 2\,007^2 - 2\,006 \cdot 2\,007$

b) $2^4 \cdot 5^3 - 2 \cdot 1\,000 + 1$

c) $5^{2\,007} : \{3 \cdot 25^{1\,003} + 5 \cdot 625^{501} + 4 \cdot 5^{2\,005} + [(1^{2\,007} + 4^{2\,007})^0 \cdot 5]^{2\,006}\}$

Scanned with OKEN Scanner

d) $(5 + 2 \cdot 2^8 + 2^{48} : 2^{18}) : [5 + 2^{12} : 2^3 + (2^5)^6]$

e) $(2^3 + 2 \cdot 2^4 + 2^9) : (8 + 2^{12} : 2^3 + 2^5)$

f) $[(5^3)^{12} : 5^{2^5} - 25] : 5$

g) $(1 + 3 \cdot 3^2 \cdot 3^4) : (3^7 + 1)$

h) $(4 + 2^{192} : 2^{188}) : 5$

i) $(1 + 2 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 2^2) : 5$

j) $(1 + 3 \cdot 3^2 \cdot 3^4) : (3^7 + 1)$

9) Scrieți rezultatul sub formă de puteri:

a) $4^2 \cdot 2^2 \cdot 4^3$

b) $(2^2)^3 \cdot 4^3$

c) $25^3 \cdot 5^4 \cdot 25^2$

d) $8^3 \cdot 2^5 \cdot 2^5$

e) $(3^2)^3 \cdot 27 \cdot 3^4 \cdot 81$

f) $81 \cdot 3 \cdot 2^3 \cdot 4^3 \cdot 81^2$

g) $125^2 \cdot 5^2 \cdot 125$

h) $(2 \cdot 3)^2 \cdot 6^3$

i) $(2 \cdot 5)^2 \cdot 15^3 \cdot 5$

j) $(2 \cdot 3^2 \cdot 5) \cdot 25 \cdot 27$

10) Calculați:

a) $(2^2 \cdot 5)^3 \cdot 10^5 \cdot 10$

b) $(2^2 \cdot 5^2) \cdot 100^3$

c) $(4 \cdot 5)^{46} : 20^{44}$

d) $7^2 \cdot (7^3)^2 \cdot 7^4 \cdot (7^2)^3$

e) $3^2 \cdot (3^3)^2 \cdot 3^4$

f) $[3^3 \cdot 10^4 : (2 \cdot 27) \cdot 2^2 \cdot 15 - 93\,900] : 45 \cdot 5 - 35 \cdot 100$

g) $200 - 2^4 \cdot 5 + 3^{40} : 3^{38}$

h) $(2^3 \cdot 3^3) \cdot 2^3$

i) $(3^2 \cdot 4^2) : 3$

j) $6 + 2[(3 \cdot 5^2 - 2^2 \cdot 18 : 3^2 - 311)] : 2^2$

2. Divizor, multiplu

• Criteriile de divizibilitate cu 10, 2, 5, 3, 9

1) Scrieți toți divizorii naturali ai numărului 6.

2) Scrieți cel mai mare multiplu de 3 cifre al numărului 24.

3) Scrieți cel mai mare număr par de 3 cifre diferite, divizibil cu 3.

Scanned with OKEN Scanner

4) Câte numere de forma $\overline{3xy}$ sunt divizibile cu 2?

5) Care sunt divizorii lui 20, mai mari ca 10?

6) Care sunt multiplii naturali ai lui 7, mai mici ca 30?

7) Care este cel mai mic număr de 3 cifre distincte, divizibil cu 9?

8) Aflați toate numerele $\overline{12x}$ divizibile cu 5.

9) Determinați cifrele a, pentru fiecare din cazurile următoare

a) $\overline{12a}:10$ **d)** $\overline{12a}:3$ **g)** 1

b) $\overline{12a}:2$ **e)** $\overline{12a}:9$ **h)** $\overline{12a}:18$

c) $\overline{12a}:5$ **f)** $\overline{12a}:4$ **i)** $\overline{12a}:12$

10) Câte numere de forma $\overline{2a5}$ sunt divizibile cu 5?

11) Scrieți numărul 27 ca suma dintre un număr divizibil cu 5 și un număr divizibil cu 3.

12) Câți divizori are numărul 27?

13) Ștergeți o cifră din numărul 2 693 157, astfel încât numărul obținut să fie cel mai mare posibil cu proprietatea că este divizibil cu 3.

14) Scrieți toți divizorii naturali ai numărului 72 și calculați suma lor.

15) Putem scrie numerele 1; 2; 3; 4; 5; 7 într-un șir astfel încât suma oricăror 2 numere vecine să fie divizibilă cu 3?

16) Putem scrie numerele 1, 2, 3, ..., 10 într-un șir astfel încât suma oricăror două numere vecine să fie un număr divizibil cu 3?

17) Putem scrie numerele 1, 2, 3, 4, 5 într-un șir astfel încât suma oricăror două numere vecine să fie un număr divizibil cu 3?

18) Fie $A = \underbrace{99...99}_{2011 ori}^{\overbrace{99...99}^{2011 ori}}$. Notăm S_1 suma suma cifrelor lui A, S_2 suma cifrelor lui S_1, ..., S_n suma cifrelor lui S_{n-1}. Aflați S_n, știind că are o singură cifră.

Scanned with OKEN Scanner

19) Care dintre următoarele numere sunt divizibile cu 3?
24 456, 65 343, 7 708, 98 000, 1 230 123.

20) Scrieți toate numerele mai mari ca 17 și mai mici ca 50, care sunt divizibile cu 6.

21) Scrieți cel mai mare număr de 2 cifre, care este divizibil și cu 3 și cu 5.

22) Scrieți cel mai mic număr de 3 cifre, care este divizibil și cu 2 și cu 5.

23) Scrieți cel mai mic număr de 3 cifre care are exact 3 divizori.

24) Scrieți cel mai mare număr de 3 cifre care are exact 4 divizori.

25) Scrieți cel mai mare număr de 3 cifre care împărțit la 17 dă rest 11.

26) Scrieți cel mai mic număr de 3 cifre care împărțit la 21 dă restul 5.

27) Câte numere de 3 cifre sunt divizibile cu 6?

28) Câte numere de 3 cifre dau restul 4 la împărțirea cu 6?

29) Câți multipli de 5 sunt cuprinși între 18 și 109?

30) Câți multipli de 7 sunt mai mari ca 109 și mai mici ca 910?

3. Numere prime și numere compuse

1) Scrieți toate numerele prime mai mici decât 100.

2) Este 1 un număr prim?

3) Care sunt numerele prime și pare?

4) Ce paritate au numerele prime mai mari ca 2?

5) Câte numere prime putem scrie folosind cifrele 2 și 3 o singură dată?

6) O sumă de două numere prime mai mari decât 2 poate fi un număr prim?

7) Scrieți numărul 2 305 ca suma dintre un număr impar și un număr prim.

Scanned with OKEN Scanner

8) Care dintre numerele următoare este prim?
87; 97; 105; 101; 16; 71; 911.

9) Scrieți toți divizorii primi ai numerelor:
a) 6 **b)** 16 **c)** 10 **d)** 18 **e)** 17 **f)** 30 **g)** 100 **h)** 25 **i)** 21

10) Care numere de două cifre sunt prime și au răsturnatele tot numere prime?

11) Este numărul $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 + 5$ prim?

12) Este numărul $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 + 5$ prim?

13) Scrieți toate numerele de 2 cifre, cu cifrele egale, care sunt numere prime.

14) Scrieți un număr format din 3 cifre distincte, pentru care fiecare cifră este un divizor prim al numărului.

15) Aflați două numere care au suma 99, știind că unul este prim și unul este impar.

16) Aflați două numere care au produsul 98, știind că unul este prim și unul este impar.

17) Scrieți numărul 4 ca sumă de 2 numere prime și produs de două numere prime.

18) Scrieți următoarele numere sub formă de puteri de numere prime:
a) $12^2 \cdot 18^3$ **c)** $2^2 \cdot 4^2 \cdot 8^2$ **e)** $(6^3)^5$
b) $36^5 : 24^2$ **d)** $3^3 \cdot 9^3 \cdot 27^3$ **f)** $(18^2)^4$

19) Stabiliți dacă următoarele numere sunt prime sau nu:
a) 143 **b)** 493 **c)** 667 **d)** 899 **e)** 1 333 **f)** 1 739 **g)** 1 741 **h)** 441.

20) Aflați numărul natural n, știind că $(n-3)(n+9)$ este număr prim.

21) Care sunt resturile care se pot obține când împărțim un număr prim mai mare ca 2 la 4?

22) Care sunt resturile care se pot obține când împărțim un număr prim mai mare ca 2 la 6?

Scanned with OKEN Scanner

23) Scrieți numărul 2011 ca sumă de numere prime.

24) Scrieți numărul 2012 ca sumă de numere prime.

25) Scrieți care din următoarele numerele sunt prime:
a) 1 **b)** 2 **c)** 3 **d)** 7 **e)** 10 **f)** 11 **g)** 13 **h)** 15

26) Justificați de ce următoarele numere sunt compuse:
35; 39; 42; 50; 51; 117; 1 035; 3 039; 112 149.

4. Descompunerea numerelor naturale în factori primi

1) Descompuneți în factori primi numerele:
a) 2 001 **c)** 2 003 **e)** 2 005 **g)** 2 007 **i)** 2 010 **k)** 2 011
b) 2 002 **d)** 2 004 **f)** 2 006 **h)** 2 008 **j)** 2 009 **l)** 2 012

2) Descompuneți în factori primi numerele:
a) 143 **c)** 9 **e)** 15 **g)** 21 **i)** 25 **k)** 49
b) 8 **d)** 12 **f)** 18 **h)** 22 **j)** 26 **l)** 50

3) Folosind descompunerile de la exercițiul **2)**, calculați câți divizori naturali are fiecare dintre numere.

4) Aflați numerele x, y, z știind că sunt numere prime și că:
$x^y \cdot y^z \cdot z^x = 48\,600$

5) Fără a-i scrie, aflați câți divizori naturali au numerele de la ex. **1)**

(Obs.: Dacă un număr natural n are descompunerea în factori primi:

$n = p_1^{r_1} \cdot p_2^{r_2} \cdots p_n^{r_n}$ cu $p_1, \ldots, p_n$, numere prime, $r_1, \ldots, r_n \in \mathbb{N}$,

atunci n are $(r_1 + 1)(r_2 + 1)\ldots(r_n + 1)$ divizori naturali.)

6) Utilizând eventual observația anterioară, determinați:
a) Cel mai mic număr de 3 cifre care are exact 3 divizori,
b) Cel mai mic număr de 3 cifre care are exact 4 divizori,
c) Cel mai mare număr de 4 cifre care are exact 4 divizori.

5. Proprietăți ale relației de divizibilitate în $\mathbb{N}$

1) Stabiliți care dintre următoarele propoziții este adevărată și care este falsă:
a) $a \mid a$, $\forall\ a \in \mathbb{N}^*$
b) $a \mid a$ și $b \mid a \Rightarrow a = b$
c) $a \mid a$ și $b \mid c \Rightarrow a \mid c$
d) $1 \mid a$, $\forall\ a \in \mathbb{N}$
e) $a \mid b$ și $a \mid c \Rightarrow a \mid b \pm c$
f) $a \mid b \pm c \Rightarrow a \mid b$ și $a \mid c$
g) $a \mid b \Rightarrow a \mid n \cdot b$, $\forall\ n \in \mathbb{N}$.

Scanned with OKEN Scanner

2) Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a) $2^2 \mid 2 \cdot 3$

b) $3^2 \mid 2 \cdot 3^2 \cdot 5$

c) $5^3 \mid 2^7 \cdot 5^4$

d) $2^8 \mid 2^{10}$

e.) $2^5 \vdots 2^8$

f) $3 \mid 33 + 99$

g) $(77 - 21) \vdots 7$

h) $(15a + 30b) \vdots 5$, $\forall\ a, b \in \mathbb{N}$

i) $(5p + 3) \vdots 5$, $\forall\ p \in \mathbb{N}$.

3) Să se arate că:

a) Dacă $(x + 2y) \vdots 5$, atunci $(6x + 7y) \vdots 5$, $\forall\ x, y \in \mathbb{N}$

b) Dacă $(x + y) \vdots 17$ și $(22x + 5y) \vdots 17$, atunci $(20x + 3y) \vdots 17$

c) Dacă $(x - 2y) \vdots 111$ și $(7x - 14y + 222) \vdots 111$

d) Dacă $x \vdots 23$ și $x \mid y$, atunci $(5x - 3y) \vdots 23$

4) Să se arate că:

a) $12^{1000} + 12^{1001} \vdots 13$

b) $2^{100} + 2^{101} + 2^{102} \vdots 7$

c) $3^{13} + 3^{15} + 3^{17} \vdots 91$

d) $(5a + 3b) + 2(a + 4) + (a + 5b) \vdots 8$

e) $101 + 101^2 + 101^3 + 101^4 \vdots 102$

f) $2^n + 2^{n+1} + 2^{n+3} + 2^{n+5} \vdots 43$, $\forall\ n \in \mathbb{N}$

6. Divizori comuni a două sau mai multe numere naturale • C.m.m.d.c. • Numere prime între ele

1) Determinați:

a) $D_2 \cap D_3$

b) $D_2 \cap D_4$

c) $D_2 \cap D_6$

d) $D_3 \cap D_6$

e) $D_4 \cap D_6$

f) $D_6 \cap D_8$

g) $D_8 \cap D_{12}$

h) $D_{12} \cap D_{16}$

i) $D_{12} \cap D_{18}$

j) $D_{18} \cap D_{24}$

k) $D_{20} \cap D_{36}$

l) $D_{28} \cap D_{35}$

2) Aflați c.m.m.d.c.-ul numerelor:

a) 12 și 18

b) 4 și 8

c) 18 și 24

d) 144 și 196

e) 216 și 192

f) 96 și 128

g) 36; 48 și 72

h) 200; 216 și 272

i) 75; 175 și 275

Scanned with OKEN Scanner

3) Aflați c.m.m.d.c.-ul numerelor:

a) 12 și 3 **d)** 3 și 6 **g)** 8 și 12 **j)** 12 și 24
b) 2 și 4 **e)** 4 și 6 **h)** 12 și 16 **k)** 20 și 36
c) 2 și 6 **f)** 6 și 8 **i)** 12 și 18 **l)** 28 și 35

4) Aflați c.m.m.d.c.-ul numerelor:

a) $2^2 \cdot 3^3$ și $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$
b) $2^4 \cdot 5^7$ și $2^5 \cdot 3^2 \cdot 7$
c) $2^5 \cdot 5^{11} \cdot 3^7$ și $2^2 \cdot 3^5 \cdot 5^2$
d) $5^3 \cdot 7 \cdot 3$ și $3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2$
e) $7^{15} \cdot 11 \cdot 19^2$ și $7 \cdot 11^2 \cdot 19^4 \cdot 5$
f) $2^7 \cdot 3^5 \cdot 7^5$ și $5^3 \cdot 11^2 \cdot 13^5$
g) $2^7 \cdot 3^5 \cdot 7^3$ și $7^2 \cdot 5^3 \cdot 3^7$
h) $2 \cdot 3 \cdot 11$ și $2^2 \cdot 5 \cdot 13$
i) $3 \cdot 5 \cdot 97$ și $3^2 \cdot 5 \cdot 7$
j) $3 \cdot 5$ și $3^2 \cdot 11^2$

5) Aflați c.m.m.d.c.-ul numerelor:

a) 7 și 14 **d)** 45 și 54 **g)** 90; 70 și 110 **j)** 20; 40 și 60
b) 5 și 7 **e)** 15; 20 și 25 **h)** 49; 14 și 63 **k)** 15; 35 și 85
c) 40 și 90 **f)** 12; 15 și 21 **i)** 22; 44 și 66 **l)** 98; 77 și 147

6) Stabiliți care dintre următoarele perechi reprezintă numere prime între ele:

a) 5 și 7 **d)** 22 și 66 **g)** 18 și 25 **j)** 108 și 63
b) 45 și 57 **e)** 2 și 9 **h)** 13 și 15 **k)** 59 și 120
c) 10 și 70 **f)** 16 și 21 **i)** 14 și 95 **l)** 43 și 180

7) Aflați toate perechile de numere prime între ele, care au suma 14.

8) Aflați toate perechile de numere prime între ele, care au produsul 72.

9) Avem 12 foi și 18 pixuri. Care este cel mai mare număr de profesori cărora putem să le împărțim foile și pixurile, astfel încât fiecare să primească același număr de foi și același număr de pixuri?

10) Numerele 1 330 și 344 dau resturile 10, respectiv 8 la împărțirea cu același număr natural. Aflați împărțitorul.

11) Numerele 400, 620 și 830 dau resturile 4, 8 respectiv 2 la împărțirea cu același număr. Aflați împărțitorul.

12) Arătați că numerele $2^{k+1} \cdot 5^k + 1$ și $2^k \cdot 5^{k+1} + 1$ nu sunt prime între ele, $\forall\ k \in \mathbb{N}$.

13) Arătați că următoarele numerele sunt prime între ele, $\forall\ n \in \mathbb{N}$:

a) $A = n + 1$ și $B = 2n + 3$
b) $A = n + 2$ și $B = 3n + 5$
c) $A = 2n + 3$ și $B = 5n + 7$
d) $A = 6n + 13$ și $B = 7n + 15$

Scanned with OKEN Scanner

7. Multipli comuni a 2 sau mai multe numere naturale • C.m.m.m.c. • Relația dintre c.m.m.d.c. și c.m.m.m.c.

1) Determinați:

a) $M_2 \cap M_3$ **d)** $M_3 \cap M_6$ **g)** $M_8 \cap M_{12}$ **j)** $M_{18} \cap M_{24}$

b) $M_2 \cap M_4$ **e)** $M_4 \cap M_6$ **h)** $M_{12} \cap M_{16}$ **k)** $M_{20} \cap M_{36}$

c) $M_2 \cap M_6$ **f)** $M_6 \cap M_8$ **i)** $M_{12} \cap M_{18}$ **l)** $M_{28} \cap M_{35}$

2) Aflați c.m.m.m.c.-ul numerelor:

a) 12 și 18 **d)** 144 și 196 **g)** 36; 48 și 72

b) 4 și 8 **e)** 216 și 192 **h)** 200; 216 și 272

c) 18 și 24 **f)** 96 și 128 **i)** 75; 175 și 275

3) Aflați c.m.m.m.c.-ul numerelor:

a) 2 și 3 **c)** 2 și 6 **e)** 4 și 6 **g)** 8 și 12 **i)** 12 și 18 **k)** 20 și 36

b) 2 și 4 **d)** 3 și 6 **f)** 6 și 8 **h)** 12 și 16 **j)** 18 și 24 **l)** 28 și 35

4) Aflați c.m.m.m.c.-ul numerelor:

a) $2^2 \cdot 3^3$ și $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$

b) $2^4 \cdot 5^7$ și $2^5 \cdot 3^2 \cdot 7$

c) $2^5 \cdot 5^{11} \cdot 3^7$ și $2^2 \cdot 3^5 \cdot 5^2$

d) $5^3 \cdot 7 \cdot 11$ și $3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2$

e) $7^{15} \cdot 11 \cdot 19^2$ și $7 \cdot 11^2 \cdot 19^4 \cdot 5$

f) $2^7 \cdot 3^5 \cdot 7^5$ și $5^3 \cdot 11^2 \cdot 13^5$

g) $2^7 \cdot 3^5 \cdot 7^3$ și $7^2 \cdot 5^3 \cdot 3^7$

h) $2 \cdot 3 \cdot 11$ și $2^2 \cdot 5 \cdot 13$

i) $3 \cdot 5 \cdot 97$ și $3^2 \cdot 5 \cdot 7$

j) $2 \cdot 11$ și $3^2 \cdot 11^2$

5) Aflați c.m.m.m.c.-ul numerelor:

a) 7 și 14 **c)** 40 și 90 **e)** 15; 20 și 25 **g)** 22; 44 și 66

b) 5 și 7 **d)** 45 și 54 **f.)** 12; 15 și 21 **h)** 20; 40 și 60

6) Aflați c.m.m.m.c.-ul numerelor:

a) 90; 70 și 110 **d)** 45 și 57 **g)** 18 și 25

b) 49; 14 și 63 **e)** 10 și 70 **h)** 13 și 15

c) 15; 35 și 85 **f)** 16 și 21 **i)** 108 și 63

7) Dacă $a \cdot b = 144$ și $(a, b) = 6$, aflați $[a, b]$.

Prin (a, b) am notat c.m.m.d.c.-ul numerelor a și b,
Prin $[a, b]$ am notat c.m.m.m.c.-ul numerelor a și b.

8) Dacă $a = 6$, $(a, b) = 2$ și $[a, b] = 24$, aflați b.

Scanned with OKEN Scanner

9) Să se afle cel mai mic număr natural de 3 cifre care împărțit la 12, 16 și 18, dă de fiecare dată restul 10.

10) Să se afle cel mai mic număr natural nenul care împărțit la 24 dă restul 21, împărțit la 30 dă restul 27 și împărțit la 36 dă restul 33.

11) Aflați cel mai mic număr natural care, împărțit pe rând la numerele 15, 12 și 8 dă respectiv resturile 12, 9 și 5.

12) Aflați cel mai mic număr natural care, împărțit pe rând la numerele 8, 40 și 36 dă de fiecare dată restul 5.

13) Aflați cel mai mic număr natural care împărțit la 14 dă restul 7 și care se divide cu 21.

14) Aflați numerele naturale x și y, în cazurile următoare:

a) $[x, y] = 150$ și $xy = 1\ 500$

b) $(x, y) = 6$ și $[x, y] = 36$

c) $(x, y) = 30$ și $xy = 4\ 500$.

Scanned with OKEN Scanner

II. Mulțimea numerelor raționale pozitive

1. Fracții echivalente, fracții ireductibile, forme de scriere a unui număr rațional

• $\mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$

1) Care dintre următoarele fracții sunt echivalente?

$$\frac{6}{14}; \frac{12}{84}; \frac{24}{56}; \frac{36}{84}; \frac{63}{147}; \frac{13}{91}; \frac{14}{68}.$$

2) Simplificați următoarele fracții, pentru a le aduce la forma ireductibilă:
(Obs.: Pentru a deveni ireductibilă, o fracție trebuie simplificată prin c.m.m.d.c.-ul dintre numărător și numitor.)

$$\frac{510}{360}; \frac{135}{180}; \frac{24}{36}; \frac{200}{500}; \frac{81}{27}; \frac{65}{39}.$$

3) Se dă mulțimea:

$$A = \left\{\frac{1}{6}; \frac{2}{5}; \frac{4}{25}; \frac{3}{32}; \frac{8}{21}; \frac{43}{90}; \frac{12}{17}; \frac{16}{125}; 8\frac{11}{50}; \frac{31}{21}; 3\frac{7}{50}; 4\frac{3}{14}; 32\frac{56}{175}; \frac{12}{256}; 43\frac{1}{34}; 8\frac{5}{8}.\right\}$$

Determinați următoarele mulțimi:
$B = \{x \in A \mid x$ este fracție zecimală finită$\}$
$C = \{x \in A \mid x$ este fracție zecimală periodică simplă$\}$
$D = \{x \in A \mid x$ este fracție zecimală periodică mixtă$\}$
(Obs.: Pentru a stabili în ce fel de fracție zecimală se transformă o fracție ordinară, o simplificăm până devine ireductibilă și:
→ dacă numitorul comun are în descompunerea în factori primi numai puteri ale lui 2 și 5, atunci se transformă în fracție zecimală finită;
→ dacă numitorul are în descompunere, pe lângă factorii 2 și 5, și alți factori primi, atunci se transformă în fracție periodică mixtă;
→ dacă numitorul are în descompunerea în factori primi numai factori diferiți de 2 și de 5, atunci se transformă în fracție periodică simplă.)

Scanned with OKEN Scanner

2. Adunarea și scăderea numerelor raționale pozitive

1) Calculați:

a) $\frac{2}{3}+\frac{7}{3}$ **c)** $\frac{3}{4\cdot5}+\frac{17}{4\cdot5}$ **e)** $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}$ **g)** $\frac{1}{5}-\frac{1}{10}$

b) $\frac{20}{15}+\frac{40}{15}$ **d)** $\frac{11}{2^2\cdot5}+\frac{29}{20}$ **f)** $\frac{1}{3}-\frac{1}{6}$ **h)** $\frac{1}{7}-\frac{1}{14}$

2) Obs.: Cel mai mic numitor comun a 2 sau mai multe fracții este c.m.m.m.c.-ul numitorilor. Pentru a fi aduse la cel mai mic numitor comun, fiecare fracție se amplifică cu câtul dintre c.m.m.m.c.-ul numitorilor și numitorul ei.

Calculați:

a) $\frac{2}{3}+\frac{5}{4}$

b) $\frac{3}{5}+\frac{1}{10}$

c) $\frac{1}{14}+\frac{3}{7}$

d) $\frac{7}{45}+\frac{6}{90}+\frac{5}{90}$

e) $5+\frac{8}{9}+\frac{7}{6}+3$

f) $4\frac{1}{5}+5\frac{2}{3}+6\frac{3}{4}$

g) $\frac{2}{3}+\frac{5}{6}+\frac{1}{12}$

h) $\frac{8}{9}+\frac{5}{6}$

i) $\frac{9}{56}+\frac{3}{28}+\frac{5}{42}$

j) $\frac{7}{13}+\frac{8}{26}+\frac{1}{65}$

3) Calculați:

a) $\frac{5}{4}-\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{3}-\frac{1}{6}-\frac{1}{12}$

c) $10-2\frac{1}{5}$

d) $10\frac{14}{13}-10\frac{1}{13}$

e) $5\frac{2}{5}-2\frac{4}{5}-\left(\frac{7}{10}-\frac{3}{20}\right)$

f) $\frac{7}{20}-\frac{3}{100}$

g) $\frac{3}{7}-\frac{1}{4}$

h) $9\frac{1}{4}-7\frac{2}{5}$

i) $2\frac{1}{5}-\frac{4}{5}$

j) $5\frac{1}{5}-2\frac{2}{5}$

Scanned with OKEN Scanner

4) Calculați:

a) $2,4 + 3,2$

b) $3 + 3,7 + 3,3$

c) $124,27 + 35,73$

d) $5,6 + 0,4$

e) $2,3 + 0,5 + 1,4 + 5,2$

f) $1\frac{1}{4} + 0,(6) + 1,2(8)$

g) $1,0(3) + 3,9(2)$

h) $3,12 + 3,9(2) + 3,(12)$

i) $0,2 + 0,(2) - 0,0(2)$

j) $10,8(3) - 2,41(6) - 4$

5) Calculați:

a) $11 + \frac{2}{3} + 2 + \frac{1}{3}$

b) $7\frac{1}{8} - 2\frac{5}{16} - 1\frac{3}{12}$

c) $\frac{1}{2} + \frac{1}{16} - \frac{1}{24} + \frac{1}{48}$

d) $\left(\frac{9}{56} - \frac{3}{28}\right) + \left(\frac{5}{42} - \frac{5}{70}\right)$

e) $\frac{3}{11} + \left[\frac{2}{7} - \left(\frac{5}{28} - \frac{5}{84}\right)\right]$

f) $2 - \frac{4}{9} - 1,(5)$

g) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90}$

h) $\frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{12}{17} - \frac{3}{34}$

i) $\frac{5}{28} - \frac{1}{64} + \frac{3}{100} - \frac{7}{1000}$

j) $\frac{1}{128} - \frac{1}{132} + \frac{17}{48} - \frac{5}{64}$

6) Calculați:

a) $\frac{3}{5} + \frac{4}{7}$

b) $\frac{5}{24} + \frac{7}{18}$

c) $\frac{9}{16} + \frac{5}{24}$

d) $\frac{2}{3} + \frac{3}{5} + \frac{4}{15}$

e) $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{7}{12}$

f) $\frac{3}{4} + \frac{3}{10} + \frac{4}{20} + \frac{5}{8} + \frac{1}{2}$

g) $\frac{5}{6} + 2\frac{1}{3} + 4\frac{1}{2}$

h) $5 - 1\frac{7}{8} - 2\frac{1}{6}$

i) $\frac{13}{16} + \frac{7}{18} + \frac{42}{126}$

j) $\frac{3}{9} + \frac{12}{72} - \frac{5}{99}$

k) $5\frac{14}{25} - 4\frac{13}{50} + 1\frac{7}{10}$

l) $5\frac{5}{32} - 4\frac{9}{16} + 1\frac{5}{6}$

m) $\frac{7}{9} - \left(\frac{5}{12} + \frac{7}{24}\right)$

n) $1\frac{1}{24} - \frac{3}{48}$

o) $10\frac{3}{8} + 5\frac{15}{25} + 1\frac{5}{20}$

p) $3\frac{1}{2} + 2\frac{1}{3} + 1\frac{1}{4}$

Scanned with OKEN Scanner

3. Înmulțirea numerelor raționale pozitive

• Ridicarea la putere a numerelor raționale pozitive

1) Calculați:

a) $\frac{2}{3}\cdot 6$

b) $\frac{5}{6}\cdot 3$

c) $\frac{7}{3}\cdot\frac{9}{28}$

d) $1\frac{1}{2}\cdot 4$

e) $3\frac{5}{4}\cdot\frac{8}{17}$

f) $2\frac{1}{2}\cdot 7\frac{1}{5}$

g) $5\frac{3}{5}\cdot 1\frac{5}{43}$

h) $\frac{2}{3}\cdot\frac{9}{8}\cdot\frac{5}{6}$

i) $2\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{6}{9}$

j) $3\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{10}\cdot 1\frac{1}{8}$

k) $\frac{5}{6}\cdot 3\frac{4}{5}\cdot\frac{30}{19}$

l) $\frac{5}{6}\cdot\frac{7}{15}\cdot\frac{27}{49}$

m) $\frac{18}{12}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{4}{15}$

n) $3\frac{5}{6}\cdot 12\frac{5}{46}\cdot\frac{5}{6}$

o) $\frac{5}{6}\cdot\frac{4}{5}\cdot 2\frac{1}{4}$

2) Calculați:

a) $0{,}25\cdot\frac{4}{9}$

b) $\frac{3}{8}\cdot 0{,}8$

c) $\frac{1}{2}\cdot 0{,}4$

d) $0{,}(3)\cdot\frac{6}{5}$

e) $0{,}(3)\cdot 0{,}(6)$

f) $\frac{4}{2}\cdot 0{,}25\cdot\frac{1}{10}$

g) $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}$

h) $1\frac{1}{2}\cdot 2\frac{1}{3}$

i) $\frac{9}{18}\cdot 6$

j) $2\frac{3}{4}\cdot\frac{8}{22}$

k) $1\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 5\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{8}$

l) $\frac{9}{22}\cdot\frac{11}{18}$

m) $\frac{4}{25}\cdot\frac{15}{6}$

n) $1{,}1(6)\cdot\frac{9}{16}$

o) $2{,}75\cdot\frac{20}{33}$

3) Calculați:

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^{21}$

b) $\left(\frac{7}{8}\right)^{3}$

f) $\left(\frac{3}{4}\right)^{3}\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^{4}$

g) $\left(\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{4}$

k) $\left(\frac{1}{2011}\right)^{0}$

l) $\left(\frac{3}{11}\right)^{2}$

Scanned with OKEN Scanner

c) $\left(2\frac{1}{2}\right)^2$ h) $\left(2\frac{1}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{7}{3}\right)^2$ m) $\left(\frac{7}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{7}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{7}{2}\right)^4$

d) $\left(\frac{1}{2}\right)^4$ i) $\left(\frac{5}{7}\right)^2$ n) $\left(1\frac{1}{10}\right)^2 \cdot \left(\frac{11}{10}\right)^3$

e) $\left(2\frac{1}{3}\right)^0$ j) $\left(\frac{3}{4}\right)^4$ o) $\left(4\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{9}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{9}{2}\right)$

4. Împărțirea numerelor raționale pozitive

1) Scrieți inversele următoarelor numere raționale:

a) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{7}{9}$ g) $0,2$ j) $\frac{4}{9}$ m) $\frac{1}{101}$

b) $\frac{3}{5}$ e) $\frac{5}{2}$ h) $\frac{3}{11}$ k) $\frac{101}{5}$ n) $\frac{7}{12}$

c) $\frac{4}{7}$ f) $\frac{1}{10}$ i) $\frac{7}{2}$ l) $\frac{2}{7}$ o) $\frac{20}{4}$

2) Calculați:

a) $\frac{1}{2}:\frac{1}{3}$ d) $\frac{1}{7}:\frac{1}{10}$ g) $\frac{5}{9}:\frac{10}{27}$ j) $\frac{1}{5}:\frac{1}{50}$ m) $\frac{2}{30}:\frac{1}{15}$

b) $\frac{1}{5}:\frac{2}{10}$ e) $\frac{2}{3}:\frac{4}{7}$ h) $\frac{1}{7}:\frac{2}{10}$ k) $\frac{17}{23}:\frac{34}{46}$ n) $\frac{8}{9}:\frac{1}{7}$

c) $\frac{4}{9}:\frac{9}{4}$ f) $\frac{3}{11}:\frac{4}{22}$ i) $\frac{3}{9}:\frac{10}{3}$ l) $\frac{1}{8}:\frac{1}{1000}$ o) $\frac{1}{11}:\frac{2}{35}$

3) Calculați:

a) $\frac{65}{8}:4\frac{1}{16}$ f) $\frac{1}{16}:\frac{1}{32}$ k) $\frac{5}{29}:\frac{10}{58}$

b) $\left(\frac{11}{8}:\frac{11}{35}\right):\frac{7}{16}$ g) $\frac{1}{45}:\frac{1}{90}$ l) $\frac{1}{8}:\frac{1}{4}$

c) $21:3\frac{1}{2}$ h) $\frac{1}{101}:\frac{1}{2}$ m) $\frac{5}{9}:\frac{4}{7}$

Scanned with OKEN Scanner

d) $\left(\frac{3}{25}:\frac{4}{5}\right):\frac{3}{16}$ **i)** $\frac{1}{11}:\frac{1}{32}$ **n)** $\frac{1}{3}:\frac{1}{9}$

e) $\frac{111}{900}:\left(\frac{1}{900}+\frac{1}{90}+\frac{1}{9}\right)$ **j)** $\frac{4}{30}:\frac{7}{32}$ **o)** $\frac{8}{9}:\frac{2}{3}:\frac{1}{5}$

4) Calculați:

a) $\frac{1}{11}:\frac{15}{12}:\frac{7}{3}$ **c)** $\left(\frac{1}{3}:\frac{1}{4}\right):\frac{1}{2}$ **e)** $\left(\frac{1}{7}:\frac{1}{8}\right):\frac{1}{3}$

b) $\frac{1}{4}:\left(\frac{1}{5}:\frac{1}{2}\right)$ **d)** $\frac{1}{2}:\left(\frac{1}{5}:\frac{1}{4}\right)$ **f)** $\frac{1}{9}:\left(\frac{1}{5}:\frac{1}{2}\right)$

5. Ordinea efectuării operațiilor

1) Calculați:

a) $\frac{15}{23}\cdot\left[2-\frac{4}{9}-1,(5)\right]$ **f)** $\left(\frac{1}{3}\right)^2:\frac{2}{9}+\left(\frac{1}{3}\right)^2:\frac{8}{36}$

b) $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}:\left(2+\frac{1}{2}:2\cdot 4\right)$ **g)** $5\cdot\left[\frac{1}{2}+\left(\frac{7}{24}-\frac{5}{36}\right):\frac{55}{72}\right]\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3$

c) $\frac{111}{900}:\left(\frac{1}{900}+\frac{1}{90}+\frac{1}{9}\right)$ **h)** $\left(2\frac{1}{3}-1\frac{3}{4}\right)\cdot 1\frac{5}{7}$

d) $\left[\frac{5}{9}+1,(4)\cdot\frac{4}{13}\right]\cdot 0,(3)$ **i)** $\left(5\frac{1}{2}-2\frac{3}{5}\right):1\frac{9}{20}$

e) $1\frac{1}{2}\cdot 1\frac{11}{3}\cdot 1\frac{1}{4}\cdot 1\frac{1}{5}$ **j)** $3:4\frac{2}{11}\cdot\left(3+1\frac{2}{11}\right)$

2) Calculați:

a) $\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{5}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{7}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{10}$ **f)** $\left[4,(6)+1\frac{2}{7}-3,5\right]\cdot\frac{37}{82}$

b) $\frac{16}{25}\cdot\left(\frac{7}{20}-\frac{3}{100}\right)$ **g)** $\left(5+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{3}{11}+\frac{1}{3}\right):\left(4+\frac{4}{5}\right)$

Scanned with OKEN Scanner

c) $\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right):8$

d) $\left(\frac{8}{9}+\frac{5}{6}\right)\cdot\frac{12}{31}$

e) $\frac{7}{10}\cdot\left(\frac{3}{7}-\frac{1}{4}\right)$

h) $\frac{7}{10}\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right)\cdot 8$

i) $5\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4}+5\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{16}-5\frac{1}{3}\cdot\frac{5}{16}$

j) $\left(1,9+\frac{3}{5}\right):\frac{5}{2}$

3) Calculați:

a) $\left(0,75+\frac{1}{3}\right):\frac{26}{12}$

b) $\left(1,9-\frac{1}{2}\right):\frac{7}{10}-0,4$

c) $\left(\frac{5}{2}:\frac{3}{7}\right):\left(\frac{14}{9}:\frac{12}{5}\right)$

d) $\frac{34}{3}:\left(\frac{21}{4}:\frac{17}{4}\right)$

e) $\left(2\frac{1}{2}:3\frac{1}{6}\right):\left(6:\frac{19}{3}\right)$

f) $\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)\left(1+\frac{1}{5}\right)$

g) $\left(2-\frac{1}{2}\right)\left(2-\frac{2}{3}\right)\left(2-\frac{3}{4}\right)\left(2-\frac{4}{5}\right)$

h) $\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{4}{5}\right)$

i) $\left(\frac{2}{5}:4+\frac{1}{3}:\frac{5}{6}\right):\left(\frac{4}{10}+1\right)$

j) $3,(2)+\frac{1}{3}:0,(3)+1,(5)$

4) Calculați:

a) $\dfrac{\frac{8}{14}}{\frac{48}{49}}$

b) $\dfrac{\frac{4}{47}}{\frac{16}{94}}$

c) $\dfrac{22}{6\frac{5}{12}}$

d) $\dfrac{\frac{16}{12}}{4}$

h) $\frac{1}{3}:\frac{1}{6}+\frac{2}{3}:\frac{7}{12}$

i) $2,5-2,(5)\cdot\frac{3}{5}$

j) $2,1(3):8\frac{2}{5}+\frac{1}{5}$

k) $\frac{7}{2}-0,(6)\cdot 1\frac{5}{6}$

o) $\left(1-\frac{2}{3}\right)^2\cdot\frac{2}{3^2}$

p) $\left(4:1\frac{1}{3}-2\frac{1}{3}:\frac{7}{9}\right)$

r) $\left(\frac{3}{10}+1\frac{1}{15}\right):\left(\frac{2}{5}+1\frac{1}{3}\right)$

s) $\left(\frac{1}{5}\right)^2\cdot\left(4:\frac{1}{4}+3:\frac{1}{3}\right)$

Scanned with OKEN Scanner

e) $\frac{1}{9}+\frac{1}{9}\cdot 3$

f) $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}:4$

g) $\frac{4}{6}\cdot\frac{9}{8}:\frac{3}{32}$

l) $\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\cdot\frac{7}{3}-\frac{1}{4}:\frac{3}{5}$

m) $5\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{77}+\frac{1}{16}:\frac{7}{12}$

n) $\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)$

t) $\left(0,25+0,25:\frac{1}{4}\right):0,5$

u) $\frac{5}{6}+0,(3):\left(0,5-\frac{2}{3}:3\right)$

v) $0,1(3)\cdot 45-\frac{1}{6}-\left[0,(6)-0,3\right]$

5) Calculați:

a) $\left(0,(6)+\frac{5}{9}\right)\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^2$

b) $(0,4)^3:0,32+2\cdot(0,3-0,1)$

c) $\left(1\frac{1}{3}+2,(3):\frac{7}{3^2}\right):\left(\frac{2}{3}\right)^2$

d) $\left(0,4-\frac{1}{10^2}+0.04\right):\left(\frac{3}{4}+\frac{7}{20}+\frac{10}{100}\right)$

e) $\left(\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3}\right):\frac{2}{3^3}+\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{3}{2}\right)^3-\frac{1}{2^3}$

f) $\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{3^2-1}-\frac{1}{3^2+1}\right)-\frac{1}{3^4-1}$

g) $0,(6)+0,(6):\left[0,41(6)-\frac{1}{9}\right]\cdot 1,8(3)$

h) $\left[1+1\frac{2}{3}-2,(2)+7,(3)\right]:\left[10\cdot 0,(7)\right]$

i) $\left(9\frac{1}{4}-7\frac{2}{5}\right):7\frac{2}{5}$

j) $\left(3\frac{1}{8}+2\frac{13}{20}-5\frac{1}{5}\right):4\frac{3}{5}$

k) $0,35\cdot 10-0,12(2:3-0,5)$

l) $\left(9\frac{1}{4}-7\frac{2}{5}\right):7\frac{2}{5}$

m) $\frac{1}{2}:\frac{5}{2}+1\frac{1}{3}:0,(3)$

n) $1,1(6)+\frac{5}{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}-\frac{1}{3}$

o) $\left(1-\frac{1}{2}\right)^2+2\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)$

p) $\left(1+\frac{1}{2}\right)^2$

6. Media aritmetică ponderată

1) Calculați media ponderată a următoarelor numere:

a) 5; 7 și 9 cu ponderile 2; 3 respectiv 6

b) 1; 2 și 5 cu ponderile 3; 2 și 4

Scanned with OKEN Scanner

c) 2 și 7 cu ponderile 14 și 9

d) 1; 5; 7 și 9 cu ponderile $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{7}$; $\frac{1}{9}$

e) 0,1; 0,2; 0,3; 0,4 și 0,5 cu ponderile 10; 20; 10; 20; 10

f) $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{9}$ cu ponderile 9; 12 și 27

g) $\frac{4}{18}$; $\frac{5}{12}$; $\frac{7}{10}$; $\frac{11}{2}$ cu ponderile 36; 72; 108 și 144

h) 0,(3); 0,(6); 0,(4); 0,(12); 0,(21) cu ponderile 6; 9; 9; 33; 66

i) 0,1; 0,01; 0,001; 0,0001 cu ponderile 10; 10^2; 10^3; 10^4

j) 10; 10^2; 10^3; 10^4 cu ponderile 0,1; 0,01; 0,001; 0,0001

2) Știind că media la matematică este media ponderată dintre media aritmetică a notelor obținute la oral și nota obținută la teză, cu ponderile 3, respectiv 1, calculați mediile următoare. Rotunjiți rezultatul.

a) Oral: 5; 7; 10; 9; 9, teză: 9

b) Oral: 10; 10; 10; 10; 10, teză: 8

c) Oral: 5; 4; 5; 6; 6, teză: 5

d) Oral: 5; 5; 4; 5; 5, teză: 4

e) Oral: 10; 10; 10; 10; 9, teză: 8

f) Oral: 4; 4; 4; 4, teză: 5

g) Oral: 10; 10; 9; 10; 10, teză: 9

h) Oral: 10; 10; 9; 10; 10, teză: 8

7. Ecuații și probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor

1) Rezolvați în $\mathbb{Q}$ următoarele ecuații:

a) $4x+1=2$

b) $3x+2=5$

c) $7x-9=2$

f) $7x-5=9x-14$

g) $20x-19=19x$

h) $41+5x=15x$

k) $x-\frac{3}{4}=\frac{1}{3}$

l) $1\frac{2}{5}\cdot x=\frac{49}{20}$

m) $1\frac{1}{2}+x=2\frac{1}{3}$

Scanned with OKEN Scanner

d) $4x-3=2x+7$ **i)** $6x-23=5x+14$ **n)** $x:\frac{3}{4}=\frac{1}{2}$

e) $3x-1=2x-1$ **j)** $29x-64=36+19x$ **o)** $\frac{7}{2}-x=\frac{1}{4}$

2) Rezolvați în $\mathbb{Q}$ următoarele ecuații:

a) $3x+17=20$ **f)** $6x-\frac{1}{8}=\frac{9}{8}$ **k)** $\frac{7}{5}\cdot x+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

b) $x-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$ **g)** $7x-\frac{1}{10}=\frac{21}{10}$ **l)** $\frac{9}{10}\cdot x-\frac{1}{7}=\frac{4}{7}$

c) $x+\frac{3}{2}=\frac{5}{2}$ **h)** $x-\frac{3}{11}=\frac{4}{11}$ **m)** $\frac{5}{3}\cdot x+\frac{4}{9}=\frac{5}{9}$

d) $4x+\frac{1}{3}=\frac{7}{3}$ **i)** $\frac{1}{2}\cdot x-\frac{1}{7}=\frac{4}{7}$ **n)** $\frac{1}{4}\left(\frac{1}{5}x+7\right)=3$

e) $5x-\frac{1}{7}=\frac{4}{7}$ **j)** $\frac{1}{3}\cdot x+\frac{1}{9}=\frac{8}{9}$ **o)** $1{,}5x+\frac{1}{5}=3{,}75$

3) Rezolvați în $\mathbb{Q}$ următoarele ecuații:

a) $\frac{x+1}{2}=\frac{x+3}{4}$ **f)** $\frac{x}{5}-\frac{x}{6}+\frac{x}{9}=1$ **k)** $\frac{x}{2}+\frac{x}{5}=0{,}2$

b) $\frac{x}{2}+\frac{x+1}{3}=\frac{6x-11}{6}$ **g)** $\frac{2x-1}{3}=\frac{x+1}{2}$ **l)** $\frac{x}{2}-\frac{x}{5}=0{,}3$

c) $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}=\frac{x}{6}$ **h)** $\frac{x+1}{5}=\frac{6}{2}$ **m)** $\frac{3x+1}{2}-\frac{2x-3}{3}=x$

d) $\frac{x}{2}+\frac{x}{4}=\frac{x}{8}+12$ **i)** $\frac{5-x}{7}=\frac{1}{2}$ **n)** $\frac{x+8}{2}+\frac{x+1}{4}=\frac{50}{8}$

e) $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}-\frac{x}{4}=10$ **j)** $\frac{4+2x}{7}=\frac{3}{5}$ **o)** $\frac{x+4}{5}+\frac{2-x}{6}=34$

4) Media aritmetică a trei numere raționale este 2,(4). Aflați suma numerelor.

5) Media aritmetică a trei numere raționale este 2,4 și suma a două dintre

Scanned with OKEN Scanner

numere este 1,3. Determinați al treilea număr.

6) După ce a parcurs $\frac{1}{5}$ din drum, Florin mai are de parcurs 20 km. Ce lungime avea drumul?

7) O persoană cheltuiește o sumă de bani astfel: în prima zi $\frac{1}{2}$ din sumă, în a doua 0,(3) din sumă iar în a treia o șesime din sumă.

a) Aflați în ce zi a cheltuit cel mai mult.

b) Comparați suma cheltuită în prima zi, cu sumele cheltuite în a doua și a treia zi, împreună.

c) Aflați câți lei avea persoana, știind că în a treia zi a cheltuit 12 lei.

8) Un elev parcurge o distanță astfel: în prima zi un sfert din drum, în a doua zi un sfert din rest, în a treia zi un sfert din noul rest și în ultima zi restul de 27 km.

a) Câți km are drumul?

b) În ce zi a mers cel mai mult?

c) Câți km a mers în a doua zi?

9) Un turist are de parcurs un drum. El merge o parte din drum și observă că mai are de mers $\frac{1}{4}$ din drum iar dacă mai mergea 1 km, atunci partea rămasă ar fi reprezentat $\frac{1}{5}$ din drumul parcurs. Aflați lungimea drumului.

10) Aflați două numere naturale consecutive știind că, dacă adunăm $\frac{7}{8}$ din primul cu $\frac{5}{6}$ din al doilea obținem $\frac{146}{3}$.

Scanned with OKEN Scanner

III. Rapoarte și proporții

1. Rapoarte, procente

1) Calculați raportul următoarelor numere:

a) 2 și 3

b) 1,3 și 1,(6)

c) 0,(3) și 2,(14)

d) 1,4 și 2,6

e) 4 și 7

f) $\frac{1}{8}$ și 0,2

g) $\frac{4}{9}$ și 0,(3)

h) $\frac{1}{7}$ și 1,4

i) $\frac{10}{2}$ și 29

j) 7,4 și 8,1

k) $\frac{1}{7}$ și $\frac{1}{9}$

l) 0,1 și 0,01

m) 3,(2) și 0,(3)

n) $\frac{4}{9}$ și $\frac{7}{2}$

o) $\frac{1}{5}$ și $\frac{10}{12}$

2) Se dau rapoartele: $\frac{x}{y}=\frac{5}{7}$ și $\frac{y}{z}=\frac{7}{9}$. Calculați:

a) $\frac{1}{2}\cdot\frac{x}{y}$

b) $\frac{1}{10}\cdot\frac{x}{y}$

c) $\frac{x}{y}\cdot 2$

d) $\frac{x}{y}\cdot 7$

e) $\frac{x}{y}\cdot 0{,}3$

f) $\frac{y}{z}\cdot 3{,}5$

g) $\frac{x}{y}+\frac{y}{z}$

h) $\frac{x}{z}$

i) $\frac{1}{2}\cdot\frac{z}{x}$

j) $10\cdot\frac{z}{y}$

k) dublul raportului $\frac{y}{z}$

l) $\frac{y}{z}-\frac{x}{y}$

m) jumătate din $\frac{x}{z}$

n) un sfert din $\frac{y}{z}$

o) dublul raportului $\frac{z}{y}$

3) Scrieți sub formă de procent următoarele rapoarte:

a) $\frac{1}{2}$

d) $\frac{7}{20}$

g) $\frac{7}{4}$

j) $\frac{11}{10}$

Scanned with OKEN Scanner

b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{1}{10}$ h) $\frac{9}{25}$ k) 2

c) $\frac{1}{5}$ f) $\frac{1}{50}$ i) $\frac{3}{5}$ l) 4,5

4) Calculați:

a) 50% din 16 d) 20% din 300 g) 4% din 30,2

b) 17% din $\frac{20}{34}$ e) 200% din 60 h) 0,5% din 1 200

c) 20% din 1 002 f) 21% din 120 i) 7% din 49,5

2. Proporții • Proprietatea fundamentală a proporțiilor • Aflarea unui termen necunoscut al unei proporții

1) Verificați dacă următoarele egalități de rapoarte sunt proporții:

a) $\frac{3}{5}=\frac{9}{15}$ f) $\frac{10}{9}=\frac{5}{4,5}$ k) $\frac{9,1}{3,(2)}=\frac{2,7}{1,1(3)}$

b) $\frac{7}{10}=\frac{14}{20}$ g) $\frac{32}{27}=\frac{8}{6,75}$ l) $\frac{5}{4}=\frac{\frac{5}{3}}{1,(3)}$

c) $\frac{10}{3}=\frac{30}{9}$ h) $\frac{1}{5}=\frac{3}{15}$ m) $\frac{0,3}{10}=\frac{1}{15}$

d) $\frac{1}{7}=\frac{1}{8}$ i) $\frac{7}{3}=\frac{3,5}{1,5}$ n) $\frac{4,3}{20}=\frac{8,6}{10}$

e) $\frac{7}{2}=\frac{3,5}{1}$ j) $\frac{2}{7}=\frac{3}{8}$ o) $\frac{7,5}{100}=\frac{2}{26,6}$

2) Aflați termenii necunoscuți din proporțiile:

a) $\frac{x}{6}=\frac{10}{12}$ f) $\frac{a}{14}=\frac{3}{7}$ k) $\frac{1}{11}=\frac{22}{x}$

b) $\frac{4}{y}=\frac{20}{15}$ g) $\frac{x}{4}=\frac{6}{12}$ l) $\frac{4x}{50}=\frac{1}{200}$

Scanned with OKEN Scanner

c) $\frac{9}{3}=\frac{z}{5}$ h) $\frac{5}{x}=\frac{10}{6}$ m) $\frac{4}{18}=\frac{24}{x}$

d) $\frac{6}{27}=\frac{2}{t}$ i) $\frac{2}{100}=\frac{x}{50}$ n) $\frac{200}{17}=\frac{x}{34}$

e) $\frac{a}{30}=0,(3)$ j) $\frac{70}{19}=\frac{x}{38}$ o) $\frac{x}{90}=\frac{49}{14}$

3) Aflați termenul necunoscut din proporțiile:

a) $\frac{0,2}{x}=\frac{0,6}{0,3}$ f) $\frac{x}{8}=\frac{9}{12}$ k) $\frac{6}{2x+1}=\frac{12}{7}$

b) $\frac{1}{2}=\frac{x}{6}$ g) $\frac{x}{6}=\frac{36}{5}$ l) $\frac{3x}{2x-1}=\frac{5}{2}$

c) $\frac{1}{4}=\frac{2x-1}{8}$ h) $\frac{4}{x}=\frac{9}{15}$ m) $\frac{x}{9}=\frac{45}{3}$

d) $\frac{1}{6}=\frac{x}{30}$ i) $\frac{4}{2x}=\frac{8}{3}$ n) $\frac{4}{9}=\frac{16}{x}$

e) $\frac{2x-1}{5}=\frac{250}{10}$ j) $\frac{5x}{9}=\frac{30}{10}$ o) $\frac{100-x}{50}=\frac{1}{2}$

3. Proporții derivate

1) Scrieți proporțiile derivate obținute adunând numitorul la numărător, din următoarele proporții:

a) $\frac{1}{2}=\frac{5}{10}$ f) $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ k) $\frac{x}{y}=\frac{2}{3}$

b) $\frac{4}{6}=\frac{40}{60}$ g) $\frac{x+y}{z}=\frac{t+u}{v}$ l) $\frac{x-1}{y+1}=\frac{c-2}{d+3}$

c) $\frac{11}{18}=\frac{22}{36}$ h) $\frac{a}{a-b}=\frac{c}{c-d}$ m) $\frac{a}{b}=\frac{7}{5}$

d) $\frac{1}{4}=\frac{20}{80}$ i) $\frac{b}{a}=\frac{d}{c}$ n) $\frac{a}{7}=\frac{b}{5}$

Scanned with OKEN Scanner

e) $\frac{1}{9}=\frac{11}{99}$ j) $\frac{a+2}{b+1}=\frac{c+3}{d}$ o) $\frac{a-8}{9}=\frac{b-4}{7}$

2) Scrieți proporțiile derivate obținute adunând numărătorul la numitor, din proporțiile de la ex. **1)**

3) Scrieți proporțiile derivate obținute adunând numărătorii între ei și numitorii între ei.

4) Aflați x, y din proporțiile următoare:

a) $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}$ și $x+y=50$ f) $\frac{x}{4}=\frac{y}{3}$ și $x+y=21$

b) $\frac{x}{7}=\frac{y}{5}$ și $x-y=20$ g) $\frac{3x}{2}=\frac{4y}{5}$ și $3x+4y=14$

c) $\frac{2x}{3}=\frac{3y}{5}$ și $2x+3y=32$ h) $\frac{2}{x}=\frac{5}{y}$ și $x+y=7$

d) $\frac{3x}{5}=\frac{2y}{3}$ și $3x-2y=14$ i) $\frac{4}{3x}=\frac{3}{2y}$ și $3x-2y=2$

e) $\frac{x}{7}=\frac{y}{8}$ și $y-x=12$ j) $\frac{3}{2x}=\frac{5}{y}$ și $2x+y=4$

4. Mărimi direct proporționale, mărimi invers proporționale

1) Aflați numerele a și b direct proporționale cu 5 și 7, știind că suma lor este 240.

2) Aflați numerele a și b direct proporționale cu 5 și 7, știind că $b - a = 12$.

3) Aflați numerele a și b direct proporționale cu 5 și 7, știind că media lor aritmetică este 36.

4) Aflați numerele x, y, z direct proporționale cu 2, 3 și 4, știind că $x + y + z = 18$.

5) Aflați numerele x, y, z direct proporționale cu 2, 3 și 4, știind că media lor aritmetică este 30.

6) Aflați numerele x, y, z direct proporționale cu 2, 3 și 4, știind că media lor aritmetică a numerelor x și y este 60.

Scanned with OKEN Scanner

7) Împărțiți numărul 120 în trei părți direct proporționale cu 2; 4 și 5.

8) Scrieți numărul 50 ca diferența dintre două numere direct proporționale cu 7 și 2.

9) Două numere naturale sunt direct proporționale cu 15 și 4 și au produsul 540. Aflați numerele.

10) Doi muncitori primesc salariul proporțional cu numărul de ore lucrate și primesc împreună 3 600 lei. Știind că unul a lucrat 12 ore și celălalt 24 de ore, aflați câți lei a primit fiecare.

11) Aflați numere a, b și c direct proporționale cu $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$ și $\frac{1}{6}$ știind că suma lor este 14.

12) Aflați numerele a și b invers proporționale cu $\frac{1}{5}$ și $\frac{1}{7}$, știind că suma lor este 240.

13) Aflați numerele a și b invers proporționale cu $\frac{1}{5}$ și $\frac{1}{7}$, știind că $b - a = 12$.

14) Numerele a și b sunt invers proporționale cu $\frac{1}{5}$ și $\frac{1}{7}$.

a) Care număr este mai mare?

b) Aflați numerele știind că media lor aritmetică este 36.

15) Aflați numerele x, y și z invers proporționale cu $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$ și $\frac{1}{4}$, știind că $x + y + z = 18$.

16) Numerele a, b, c sunt invers proporționale cu 2, 3 și 8.

a) Comparați $a + b$ cu c.

b) Aflați numerele știind că $2a + 3b + 8c = 24$.

17) Numerele a, b, c sunt invers proporționale cu 8, 7 și 10.

a) Care este numărul cel mai mic?

b) Aflați numerele știind că $8a + 7b - 10c = 45$.

c) Determinați media aritmetică a numerelor

18) Împărțiți numărul 6,37 în părți proporționale cu 1,(3); 2,5 și $\frac{10}{13}$.

19) Împărțiți numărul 609 în părți invers proporționale cu 2; 5 și 11.

20) Aflați numerele a, b, c știind că sunt invers proporționale cu 3; 5 și 11 și $3a + 5b = 60$.

Scanned with OKEN Scanner

21) Determinați numerele x și y știind că sunt invers proporționale cu 3 și 5 și media lor aritmetică este 3,5.

22) Determinați numerele x și y știind că sunt invers proporționale cu 7 și 4 și că unul este cu 0,3 mai mare ca celălalt.

23) $\{2; 3; a\}$ sunt invers proporționale cu $\{6; b; 1\}$. Determinați numerele a și b.

5. Regula de 3 simplă

1) Dacă 5 kg de mere costă 12 lei, cât costă 10 kg de mere de același fel?

2) Dacă din 100 kg de grâu se obțin 80 kg de făină, câte kg de făină se obțin din 150 kg de grâu?

3) Din 20 kg de mere se obțin 12 l de nectar. Din câte kg de mere se obțin 21 l de nectar?

4) 20 de costume sunt realizate din 50 m de stofă. Câți metri de stofă sunt necesari pentru a face 16 costume?

5) 4 bluze de același fel costă 500 lei. Câți lei costă 7 bluze la fel cu primele?

6) Din 15 l de lapte obținem 1,5 kg de unt. Câte kg de unt vom obține din 50 l de lapte?

7) Roata unei biciclete face 50 de rotații în 4 minute. Câte rotații face în 10 minute?

8) Făcând 30 min. de aerobic, Elena arde 200 de kcal. Câte kcal arde în 50 min de aerobic?

9) Șase muncitori termină o lucrare în 9 ore. În câte ore vor termina aceeași lucrare doi muncitori?

10) 5 robinete umplu un bazin în 10 ore. În câte ore vor umple 2 robinete același bazin, dacă toate robinetele au același debit?

11) Pentru ca un teren să fie cultivat într-o zi, sunt necesari 15 lucrători. De câți lucrători este nevoie pentru ca terenul să fie cultivat în 5 zile?

12) 3 robinete umplu o piscină în 12 ore. De câte robinete este nevoie pentru a umple piscina în 6 ore?

Scanned with OKEN Scanner

13) O mașină care merge constant cu viteza de 60 km/h parcurge o anumită distanță în 3 ore. În câte ore parcurge aceeași distanță mașina, dacă merge constant cu viteza de 90 km/h?

14) 3 muncitori termină o lucrare în 6 zile. În câte zile termină lucrarea 6 muncitori?

6. Probabilități și alte rapoarte speciale

1) Calculați probabilitatea ca la aruncarea unui zar să iasă fața 2.

2) Calculați probabilitatea ca dintr-o clasă cu 12 băieți și 14 fete primul elev ascultat să fie o fată.

3) Într-o urnă sunt 10 bile roșii și 14 bile albe. Calculați probabilitatea ca la o extragere să iasă o bilă albă.

4) Un elev scrie toate numerele de la 1 la 15. Aflați probabilitatea ca:
a) Alegând un număr fără a se uita, acesta să fie par.
b) Alegând un număr fără a se uita, acesta să fie prim.
c) Alegând un număr fără a se uita, acesta să fie pătrat perfect.
d) Alegând un număr fără a se uita, acesta să fie divizibil cu 3.
e) Alegând un număr fără a se uita, acesta să conțină cifra 1.

5) **a)** Ce cantitate de metal prețios se află în 520 g aliaj cu titlul 0,450?
b) Care este masa unui aliaj cu titlul de 0,800 care conține 240 g de metal prețios?

6) **a)** Ce cantitate de sare se află în 900 g de soluție cu concentrație de 0,08?
b) În ce cantitate de apă trebuie dizolvate 60 g zahăr, pentru a se obține o soluție cu concentrația 0,10?

7) **a)** O hartă are scara $\frac{1}{800\ 000}$. Ce lungime corespunde pe hartă unei distanțe de 96 km?
b) Știind că distanța de pe hartă dintre două localități este de 8 cm și scara hărții este $\frac{1}{2\ 500\ 000}$, aflați distanța reală dintre cele două localități.

8) **a)** După ce s-a redus cu 20%, prețul unui produs este de 104 lei. Aflați prețul înainte de scumpire.

Scanned with OKEN Scanner

b) După ce s-a scumpit cu 10%, prețul unui produs este de 660 lei. Aflați prețul înainte de scumpire.

c) Aflați prețul final al unui produs care costă 200 lei și se aplică două reduceri succesive de 10%.

IV. Numere întregi

1. Mulțimea numere întregi, opusul unui număr întreg, reprezentarea pe axă, valoarea absolută a unui număr întreg, compararea și ordonarea numerelor întregi

1) Scrieți opusele următoarelor numere naturale:
7; 0; 2 011; 105; 123; 4 007; 201; 29; 1; 7.

2) Scrieți opusele următoarelor numere întregi:
– 7; 0; 109; – 123; 407; – 201; – 29; – 1; 9.

3) Reprezentați pe axă numerele: – 5; 7; – 3; 8; – 1; 5; 6; 2; 0; – 2.

4) Calculați valoarea absolută a următoarelor numere întregi: – 5; – 9; 2 011; 0; 105; – 123; 4; 9; – 21; 205; – 169; – 25; 408; 501; – 15; – 30; 2 001; 3; – 1; 1 010.

5) Pentru fiecare din numerele enumerate mai jos calculați: valoarea absolută (modulul) și opusul.
3; – 5; 7; – 11; 20; 0; 25; – 100; – 201; 305; – 307; 109.

6) Ordonați crescător următoarele nr. întregi:
– 5; – 7; 2; 0; 201; – 407; – 50; – 29; 28; 30; 101.

7) Ordonați descrescător următoarele nr. întregi:
29; 47; – 65; – 500; 0; 400; 30; 75; 106; 180.

8) Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a) $\frac{1}{2} \in \mathbb{Z}$ **f)** $5 \in \mathbb{N}$ **k)** $|-5| \in \mathbb{N}$ **p)** $|x| = x, \ \forall x \in \mathbb{N}$

b) $0 \in \mathbb{N}$ **g)** $7 \in \mathbb{Z}$ **l)** $|-201| \in \mathbb{Z}$ **r)** $|x| = -x, \ \forall x \in \mathbb{N}$

Scanned with OKEN Scanner

c) $0 \in \mathbb{Z}$ **h)** $7 \in \mathbb{Q}$ **m)** $\mathbb{N} \in \mathbb{Z}$ **s)** $|x| = -x,\ \forall x \in \mathbb{Z}$

d) $-5 \in \mathbb{N}$ **i)** $-5 \in \mathbb{Q}$ **n)** $\mathbb{N} \in \mathbb{Q}$ **t)** $7 \in \mathbb{Z} - \mathbb{N}$

e) $-7 \in \mathbb{Z}$ **j)** $0 \in \mathbb{Q}$ **o)** $\mathbb{Z} \in \mathbb{Q}$ **u)** $-8 \in \mathbb{Z} - \mathbb{N}$

9) Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a) $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 2\}$ **f)** $F = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 0\}$

b) $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 5\}$ **g)** $G = \{x \in \mathbb{Z}^* \mid |x| < 2\}$

c) $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 < x \leq 2\}$ **h)** $H = \{x \in \mathbb{N} \mid |x| > 2\}$

d) $D = \{x \in \mathbb{Z} - \mathbb{N} \mid |x| \leq 3\}$ **i)** $I = \{x \in \mathbb{Z} - \mathbb{N} \mid |x| > 3\}$

e) $E = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < -2\}$ **j)** $J = \{x \in \mathbb{N} \mid |x+1| < 4\}$

10) **a)** Scrieți cel mai mic număr întreg de două cifre.
b) Scrieți cel mai mare număr întreg de două cifre.
c) Scrieți un număr întreg care să fie egal cu opusul său.
d) Scrieți produsul numerelor întregi care au modulul mai mic decât 5.
e) Scrieți un număr negativ mai mare decât – 20.
f) Scrieți un număr pozitiv mai mic decât 5.
g) Scrieți un număr mai mic decât – 16.
h) Aflați diferența dintre modulele a două numere întregi opuse.
i) Scrieți câtul dintre un număr întreg și modulul său.
j) Stabiliți inegalitatea dintre un număr întreg și modulul său.

11) Completați cu semnul potrivit pentru a obține propoziții adevărate:

a) $-5 \square 7$ **f)** $-20 \square -21$ **k)** $|-4| \square -7$ **p)** $29 \square -29$
b) $-7 \square -9$ **g)** $17 \square 18$ **l)** $0 \square -|-20|$ **r)** $0 \square |0|$
c) $20 \square 0$ **h)** $-100 \square |-100|$ **m)** $17 \square -|-17|$ **s)** $-8 \square 40$
d) $|-2| \square 20$ **i)** $0 \square |-5|$ **n)** $-17 \square -|-17|$ **t)** $-9 \square 15$
e) $|-100| \square 0$ **j)** $|-5| \square |+3|$ **o)** $108 \square 801$ **u)** $7 \square 6$

Scanned with OKEN Scanner

12) **a)** Aflați cel mai mare număr întreg mai mic decât –3.

b) Aflați cel mai mare număr întreg mai mic decât 3.

2. Adunarea și scăderea numerelor întregi

1) Calculați:

a) $-3+(-5)$ **b)** $-7-(-5)$ **c)** $3-9$ **d)** $2-3$ **e)** $5+(-3)$ **f)** $2-(-7)$ **g)** $3-(-10)$ **h)** $4+(-20)$ **i)** $-25+(-25)$ **j)** $30-(-1)$ **k)** $2+9$ **l)** $-7+10$ **m)** $-7-(-2)$ **n)** $-3-(-4)$ **o)** $-5+(-6)$ **p)** $10-(-10)$ **r)** $10+(-10)$ **s)** $30-(-10)$ **t)** $40-0$ **u)** $0-20$

2) Calculați

a) Suma tuturor numerelor întregi mai mari ca – 5 și mai mici ca 4.

b) Suma tuturor numerelor întregi cu valoare absolută mai mică decât 5.

c) Suma tuturor numerelor întregi nenule, cu valoare absolută mai mică decât 2011.

d) Diferența dintre x și $|x|$, unde $x\in\mathbb{N}$.

e) Diferența dintre x și $|x|$, unde $x\in\mathbb{Z}-\mathbb{N}$.

3) Calculați:

a) $(1-2)+(3-4)+(5-6)$

b) $1-2+3-4+5-6+3$

c) $1-2+3-4+5-6+7-8+...+19-20$

d) $-1+2-3+4-5+6-3$

e) $-1+2-3+4-5+6-...-19+20$

f) $|1+2+3+4+5|-|-1-2-3-4-5|$

g) $|7|-|-7|$

h) $-|7|+|-7|$

i) $-|7|-|-7|$

j) $|-20|+(-5-12-3)$

4) Calculați:

a) $|-19|+[-31+(2-17)]$

b) $-(-23-2)+25$

c) $-(16-5-10)+|-4+3|$

d) $29-|-50+28|$

e) $29-|-50+28|$

f) $17-|17|+|6|-9$

g) $36-(1+2+10+20)$

h) $49-(7+9-10-50)$

Scanned with OKEN Scanner

5) Calculați:

a) $74+(-16)$ **f)** $-17+8$ **k)** $12-(-45)$

b) $-10+(-20)$ **g)** $-999+99$ **l)** $-(-23-2)$

c) $39-(-3)-13$ **h)** $-10+25$ **m)** $23-29$

d) $-(+7)+13$ **i)** $4+(-9)-12+(-13)$ **n)** $47-|90-45|$

e) $(-6)+(-4)$ **j)** $-(-6)+5$ **o)** $-1+6-5$

6) **a)** Aflați suma dintre cel mai mic număr întreg de două cifre distincte și 25.
b) Aflați diferența dintre cel mai mic număr întreg de două cifre distincte și cel mai mare număr întreg de două cifre distincte.
c) Aflați suma dintre cel mai mic număr întreg de trei cifre și 99.
d) Aflați suma dintre două numere întregi opuse.

7) Calculați:

a) $1+(+10)$ **g)** $(-11)-(-11)$ **m)** $-31-(-31)$

b) $7+(-1)$ **h)** $+3-(+3)$ **n)** $-13+13$

c) $(+3)-(+2)$ **i)** $7-2$ **o)** $-5+(-9)$

d) $(+5)-(+8)$ **j)** $11-(-20)$ **p)** $-3+(-27)$

e) $(+3)-(-5)$ **k)** $-23-(+5)$ **r)** $(-2)-0$

f) $0-(-1)$ **l)** $0-7$ **s)** $0-(+3)$

8) Calculați

a) $10-3$ **h)** $0+(-2)$ **o)** $-10+(-10)$

b) $-2-11$ **i)** $(+4)+0$ **p)** $0-(-3)$

c) $15-(+2)$ **j)** $-7+0$ **r)** $0-|-3|$

d) $-37+14$ **k)** $-86-(-21)$ **s)** $(-3)-0$

e) $-26-(-3)$ **l)** $+102-|-102|$ **t)** $|-3|-0$

Scanned with OKEN Scanner

f) $-2-(-9)$ m) $-87-|-7|$ u) $0+(-3)$

g) $-8+(+8)$ n) $-29-|-11|$ v) $0+|-3|$

3. Înmulțirea și împărțirea numerelor întregi

1) Calculați:

a) $(+10):(+5)$ f) $(+31):(-1)$ k) $(-308):11$

b) $(+18):(-6)$ g) $0:(-13)$ l) $-570:(+38)$

c) $(-27):(+3)$ h) $(-14):(-1)$ m) $(-315):(-1)$

d) $(-33):(-3)$ i) $0:(+19)$ n) $0:(-2007)$

e) $(-18):(+1)$ j) $306:(-34)$ o) $0:2011$

2) Calculați:

a) $(+3)\cdot(+5)$ f) $0\cdot(-100)$ k) $9\cdot(-7)$

b) $(+3)\cdot(-5)$ g) $(-19)\cdot(+1)$ l) $(-12)\cdot 11$

c) $(-5)\cdot(+3)$ h) $(-1)\cdot(+200)$ m) $(-14)\cdot(-37)$

d) $(-3)\cdot(-5)$ i) $(-10)\cdot(-10)$ n) $2006\cdot 0$

e) $(-4)\cdot 0$ j) $2\cdot(+7)$ o) $(-21)\cdot(-21)$

3) Calculați:

a) $-4\cdot(-5)$ f) $+15\cdot(-12)$ k) $+27\cdot(+13)$

b) $+2\cdot(+10)$ g) $|-51|\cdot|-47|$ l) $-27\cdot(-13)$

c) $-13\cdot(+30)$ h) $(-51)\cdot(-47)$ m) $(-3)\cdot 2$

d) $+26\cdot(-15)$ i) $0\cdot|-100|$ n) $-2\cdot(+7)$

e) $-14\cdot(+13)$ j) $-1\cdot(-100)$ o) $-4\cdot(+7)$

Scanned with OKEN Scanner

4) Calculați:

a) $(-3)\cdot 7+(-3)\cdot 3$

b) $(-4)\cdot(-5)+(-4)\cdot(-15)$

c) $(-2)\cdot(+7)-(-2)\cdot(-5)$

d) $(-15)\cdot 1000-(-15)\cdot 998$

e) $(-6)\cdot(+8)+42$

f) $-8\cdot(40)-40\cdot(-8)$

g) $100\cdot(-2)+100\cdot(-7)+100\cdot 9$

h) $50\cdot(-6)+(-6)\cdot 49+(-6)\cdot 1$

i) $60\cdot(-61)+60\cdot 62-60$

j) $100\cdot(-3)+100\cdot(-5)+8\cdot 100$

k) $-10\cdot 2+(-10)\cdot 8$

l) $-10\cdot(-5)+(-5)\cdot 20$

m) $-100\cdot(-3)+100\cdot(-13)+16\cdot 100$

n) $10\cdot(-11)+(-11)\cdot 5+(-11)\cdot(-15)$

4. Multiplii și divizorii unui număr întreg

1) Scrieți toți divizorii întregi pentru fiecare din următoarele numere:
15; 6; 24; – 5; 17; – 11; 26; – 10; 20.

2) Scrieți câte 5 multipli întregi pentru fiecare din următoarele numere:
2; – 3; – 1; 4; 5; 0; – 11; 10; 9; – 7.

3) Calculați suma divizorilor întregi ai numerelor: 2; 10; – 20; – 251 612.

4) Notăm cu D_n mulțimea divizorilor întregi ai numărului n și cu M_n mulțimea multiplilor întregi ai numărului n.
Calculați:

a) $D_6 \cap D_3$

b) $D_9 \cap D_{12}$

c) $D_8 \cap D_{10}$

d) $D_9 \cap D_{36}$

e) $D_8 \cap D_{15} \cap \mathbb{N}$

f) $D_6 \cap D_3 \cap \mathbb{N}$

g) $D_9 \cap D_{12} \cap \mathbb{N}$

h) $D_8 \cap D_{10} \cap \mathbb{N}$

i) $D_9 \cap D_{36} \cap (\mathbb{Z}-\mathbb{N})$

j) $D_8 \cap D_{15} \cap (\mathbb{Z}-\mathbb{N})$

k) $M_{10} \cap D_{25}$

l) $M_{14} \cap D_{36}$

m) $M_{10} \cap D_{25} \cap \mathbb{N}$

n) $M_{14} \cap D_{56} \cap (\mathbb{Z}-\mathbb{N})$

o) $M_8 \cap D_9$

Scanned with OKEN Scanner

5) Găsiți un divizor comun pentru fiecare pereche de numere:

a) – 14 și 21
b) – 18 și – 30
c) – 13 și + 17
d) 45 și – 63
e) – 100 și 75
f) 42 și – 43
g) 40 și – 42
h) 51 și – 15
i) 64 și – 28
j) 49 și – 28
k) – 1 și 2
l) 23 și – 30
m) 100 și – 100
n) 56 și – 58
o) – 60 și – 64

6) Găsiți câte un multiplu comun pentru fiecare pereche de numere:

a) – 3 și – 6
b) – 3 și – 2
c) 7 și – 5
d) 2 și – 6
e) – 2 și 8
f) 7 și – 10
g) 8 și (– 3)
h) – 8 și (– 3)
i) 0 și 49
j) – 1 și 15
k) – 15 și 40
l) – 15 și – 20

5. Puterea unui număr întreg cu exponent număr natural • Regului de calcul cu puteri

1) Calculați:

a) $(-3)^0$
b) $(-5)^1$
c) $(-5)^2$
d) $(-5)^3$
e) $(-5)^4$
f) $(-2)^0$
g) $(-2)^1$
h) $(-2)^2$
i) $(-2)^3$
j) $(-2)^4$
k) $(-3)^0$
l) $(-3)^1$
m) $(-3)^2$
n) $(-3)^3$
o) $(-3)^4$
p) $(-1)^0$
r) $(-1)^1$
s) $(-1)^{12}$
t) $(-1)^{23}$
u) $(-1)^{2011}$

2) Calculați, scriind rezultatul sub formă de putere:

a) $11^4 \cdot (-11)^7$

b) $(-15)^6 \cdot (+15)^{31}$

c) $9^{22} \cdot (-9)^{17}$

d) $(-8)^{10} \cdot (-2)^5$

e) $(-3)^1 \cdot (-3)^2 \cdot (-3)^3 \cdot (-3)^4 \cdot (-3)^5$

f) $5^7 \cdot (-5)^5 \cdot 5^5$

g) $\left[(-1)^3\right]^6$

h) $\left\{\left[(-7)^3\right]^5\right\}^0$

i) $-(-3)^{31} : 3^5$

j) $(-4)^{47} \cdot (-4)^{12} : (-4)^{57}$

k) $2^6 \cdot 4^3 \cdot 8^2 \cdot 16^2$

l) $(-6)^{12} \cdot (-36)^5$

m) $(-25)^5 : 125^2$

n) $(-1)^1 \cdot (-1)^2 \cdot (-1)^3 \cdot (-1)^4$

o) $(-3)^{109} : (-29)^{31}$

Scanned with OKEN Scanner

3) Fără a efectua calculele, stabiliți semnele următoarelor numere:

a) $(-1)^7$	**f)** 1^{2011}	**k)** -1^{10}	**p)** $(-1)^{40}$
b) $(-1)^{10}$	**g)** $(-1)^{2011}$	**l)** -2^{201}	**r)** $(-1)^{41}$
c) $(-2)^{201}$	**h)** 2^{23}	**m)** $-(-2)^{2010}$	**s)** $(-1)^{20}$
d) $[(-2)^3]^2$	**i)** -2^{23}	**n)** 10^{105}	**t)** $(-1)^{31}$
e) $(-1)^0$	**j)** -2^{24}	**o)** $[(-5)^3]^0$	**u)** $[-(-7)^2]^5$

4) Calculați:

a) $(-1)^1 \cdot (-1)^2 \cdot (-1)^3 \cdot (-1)^4 \cdots (-1)^{10}$

b) $(-1)^1 + (-1)^2 + (-1)^3 + (-1)^4 + \cdots + (-1)^{10}$

c) $(-1)^1 - (-1)^2 + (-1)^3 - (-1)^4 + \cdots - (-1)^{10}$

d) $(-1)^1 + (-1)^2 - (-1)^3 + (-1)^4 - \cdots + (-1)^{10}$

e) $(-1)^1 + 2 \cdot (-1)^2 + 3 \cdot (-1)^3 + 4 \cdot (-1)^4$

f) $(-1)^1 - 2 \cdot (-1)^2 - 3 \cdot (-1)^3 - 4 \cdot (-1)^4$

g) $(-2)^3 \cdot 2^4 \cdot (-2)^5 \cdot 2^3$

h) $(-2)^3 \cdot (-2)^4 \cdot 2^5 \cdot 2^4$

6. Ordinea efectuării operațiilor cu numere întregi

Calculați:

1) $(7^5 \cdot 2 + 5 \cdot 7^5) : (-7)^5$

2) $10^5 - 11 \cdot 10^4 + 11 \cdot 10^3 - 11 \cdot 10^2$

3) $3^{|-2|} + |-3|^{21} + (-3^{21}) + (-3^2)$

4) $(-5 + 8 - 15) \cdot (+7)$

Scanned with OKEN Scanner

5) $\left[(-10)\cdot(+3)-(-1)^{13}\right]:(-101)^{0}$

6) $\left[(-3)^{4}-(-3)^{100}:(-3)^{96}\right]:3^{2007}$

7) $\left(-3^{3}\right)^{7}-\left(-5^{3}\right)^{7}-\left|-5^{21}+3^{21}\right|$

8) $\left(-3^{5}\right)^{3}-\left(1-3^{15}\right)+(1-3)$

9) $7^{203}:(-7)^{202}+(-5)^{0}$

10) $\left(-3^{101}\right)^{3}:\left(-3^{3}\right)^{100}$

11) $\left[-17-(-17):17\right]:(-16)$

12) $2+\left\{3-\left[(-3)^{2}\cdot(-2)+(-5)\cdot(-3)\right]\cdot(-2)\right\}\cdot 2$

13) $\left(-2^{2}\right)^{3}:\left(-2^{3}\right)^{2}+(+1)^{2008}$

14) $-3^{12}:9^{6}:(-1)^{21}$

15) $\left[(-7)\cdot 5+(-2)\cdot(-5)-(-2)^{2}\cdot(-5)^{2}\right]:(-5)^{3}$

16) $(-3)^{2}-(-2)\cdot(-5)$

17) $6^{2}:(-3)^{2}:(-2)+|-56|:(-7\cdot|-41|)$

18) $\left(1000-0^{3}\right)\left(1000-1^{3}\right)\left(1000-2^{3}\right)\cdots\left(1000-50^{3}\right)$

19) $\left(25-0^{2}\right)\left(25-1^{2}\right)\left(25-2^{2}\right)\cdots\left(25-10^{2}\right)$

20) $(-10)^{2}\cdot\left[(-2)^{6}+(-3)^{3}+432:\left(-6^{2}\right)\right]$

21) $\left\{\left[(-7)^{3}\right]^{5}\right\}^{0}$

22) $(-5)\cdot 100+(-5)\cdot 200+(-5)\cdot 36+(-5)\cdot 64$

23) $30\cdot 23-40\cdot 23-10\cdot 23+19\cdot 23-0\cdot 23$

24) $(-5)\cdot(-8):(-4)$

25) $8:\left[-2+4:(-4)+(-1)\cdot(-8)\right]$

Scanned with OKEN Scanner

26) $10:\left[5-(-4)+(-2)^3:4+(-3)^3:(-9)\right]$

27) $(-2)^3\cdot(-2^3):64$

28) $\left[(-2)^{15}\right]^{30}:(-2)^{448}$

29) $16^2:8^2:(-1)^{2011}$

30) $-3^{12}:9^6:(-1)^{21}$

7. Ecuații și inecuații în $\mathbb{Z}$

• Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor

1) Rezolvați în $\mathbb{Z}$ ecuațiile:

a) $2x+3=-5$
b) $x-7=-9$
c) $-x-7=-9$
d) $3x-12=x-24$
e) $4x+1=3x-6$
f) $3-x=2x+6$
g) $4-3x=-2x+8$
h) $3-4x=7-8x$
i) $2x-5=3x+7$
j) $2x-5=3x+7$

2) Scrieți câte două valori întregi ale lui x care verifică inecuațiile:

a) $x+7<5$
b) $x-8<2$
c) $-x+2>7$
d) $-x+3>2$
e) $-x+3>2$
f) $2x+1<9$
g) $2x-1>-7$
h) $-2x+3>-5$
i) $x-7<-9$
j) $3x-1>-2$
k) $3x+1>2x-6$
l) $2x-7<x+5$
m) $x-12<2x+3$
n) $3x-8<4x+3$
o) $-x-7<-x-6$

3) Rezolvați în $\mathbb{Z}$:

a) $|x|=7$
b) $|x|=0$
c) $|x|=-2$
d) $|x|+1=50$
e) $|x|+1=-50$
f) $|x+1|=4$
g) $|x+1|=0$
h) $|2x+5|=5$
i) $|2x+1|=3$
j) $|2x+1|=-3$
k) $|x|\le 2$
l) $|x|\le 0$
m) $|x+1|\le 13$
n) $|x+1|\le 0$
o) $|x+3|<-2$

Scanned with OKEN Scanner

4) Rezolvați în $\mathbb{Z}$:

a) $-3x-4=17$ **c)** $-4x+3=-13$ **i)** $|x-3|=4$

b) $-8x-2=62$ **f)** $-5x-7=-2$ **j)** $-5x+5=-9x+13$

c) $5x+11=-4$ **g)** $6(x-3)=-42$ **k)** $9x+6=2x-1$

d) $(-x)\cdot 2+1=7$ **h)** $-9+2|x|=-7$ **l)** $9(x+3)=4(5x-7)$

5) Rezolvați în $\mathbb{Z}$:

a) $(x+5)(y-2)=3$ **e)** $|x-1|+|2x-2|+|3x-3|=0$

b) $(x+2)(y-5)=7$ **f)** $(x-2)(x+2)=0$

c) $x\cdot(y-1)=5$ **g)** $(x-7)(x-5)=0$

d) $(x+1)\cdot y=-5$ **h)** $(x+1)(x+8)=0$

6) Aflați numerele întregi x în fiecare din cazurile:

a) $\frac{3}{x+1}\in\mathbb{N}$ **c)** $\frac{3}{x+2}\in\mathbb{Z}$ **e)** $\frac{7}{2x+1}\in\mathbb{N}$

b) $\frac{3}{x+1}\in\mathbb{Z}$ **d)** $\frac{3}{x+2}\in\mathbb{N}$ **f)** $\frac{7}{2x+1}\in\mathbb{Z}$

7) Aflați două numere întregi opuse care au produsul – 25.

8) Aflați două numere întregi opuse care au modulul produsului 49.

9) Scrieți două numere întregi care adunate dau – 1 și înmulțite dau – 12.

10) Scrieți două numere întregi care adunate dau – 7 și înmulțite dau 12.

11) Suma a două numere întregi este – 21. Aflați numerele știind că unul este cu 3 mai mic decât celălalt.

12) Scrieți un număr întreg care înmulțit cu – 5 și adunat cu 7 să dea – 27.

13) Scrieți un număr întreg care adunat cu succesorul său dă – 9.

14) Scrieți un număr întreg care este cu 6 mai mic decât triplul său.

15) Media aritmetică a două numere întregi este – 14. Calculați suma lor.

Scanned with OKEN Scanner

GEOMETRIE

I. Dreapta

1. Punct, dreaptă, plan, semiplan, semidreaptă, segment

1) Câte puncte determină în mod unic o dreaptă?

2) Câte puncte conține un segment?

3) Câte semidrepte diferite determină un punct pe o dreaptă?

4) Câte semiplane diferite determină o dreaptă într-un plan?

5) Cum se numește dreapta care mărginește un semiplan?

6) Cum se numește punctul care mărginește o semidreaptă?

7) Câte puncte necoliniare determină în mod unic un plan?

8) Câte drepte trec printr-un punct?

9) Câte drepte trec prin 2 puncte diferite?

10) Câte plane trec prin 2 puncte diferite?

11) Câte plane trec prin 3 puncte necoliniare?

12) Câte plane trec printr-o dreaptă și un punct exterior dreptei?

13) Câte segmente au ambele capete în 3 puncte necoliniare?

14) Câte mijloace are un segment?

15) Desenați și notați:

a) o dreaptă
b) un segment
c) o semidreaptă
d) un semiplan
e) un punct exterior unei drepte
f) 3 puncte coliniare

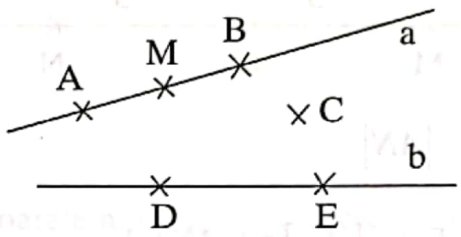
16) Desenați 5 puncte astfel încât unindu-le să obținem 4 drepte.

17) Desenați 5 puncte astfel încât unindu-le să obținem numărul maxim de drepte.

Scanned with OKEN Scanner

2. Poziţiile relative ale unui punct faţă de o dreaptă, poziţiile relative a două drepte, distanţa dintre două puncte, segmente congruente, mijlocul unui segment, simetricul unui punct faţă de alt punct

1) Folosind figura de mai jos, stabiliţi valoarea de adevăr a propoziţiilor:



a) $A \in a$

b) $B \in a$

c) $A \in b$

d) $B \notin b$

e) $D \in b$

f) $C \in a$

g) $C \notin b$

h) C este mijlocul lui $[AB]$

i) $M \in [AB]$

j) $A \in [AB]$

k) $B \in (AB)$

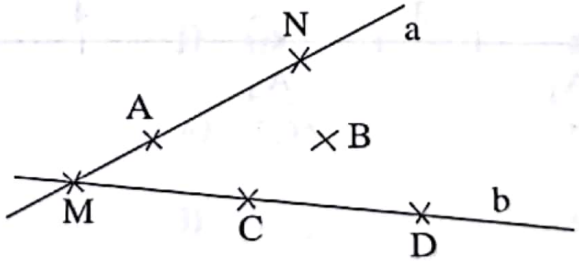
l) $D \in (DE)$

m) $E \in (DE$

n) $D \in (DE$

o) $M \in (BA$

2) Folosind figura de mai jos, stabiliţi valoarea de adevăr a propoziţiilor:



a) $A \in a$

b) $B \in (a, b$

c) $A \in (MA$

f) M, C şi D sunt coliniare

g) $B \in (b, a$

h) $a \cap b = \{M\}$

k) $C \in (MD)$

l) $D \in (MC)$

m) C este punctul exterior dreptei a

Scanned with OKEN Scanner

d) $A \in (AM$

e) $(AM$ și $(AN$ sunt semidrepte opuse

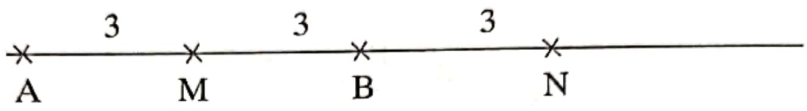
i) $a \cap b = \{B\}$

j) $B \in (a,b)$

n) $D \in (MC$

o) $D \in (MN$

3) În figura de mai jos M este mijlocul segmentului AB a cărui lungime este de 6 cm. Știind că N este simetricul lui M față de B, aflați:



a) $|AM|$

b) $|MB|$

c) $|BN|$

d) $|MN|$

e) $|AN|$

f) Este $[AB] \equiv [MN]$?

g) Este B mijlocul lui MN?

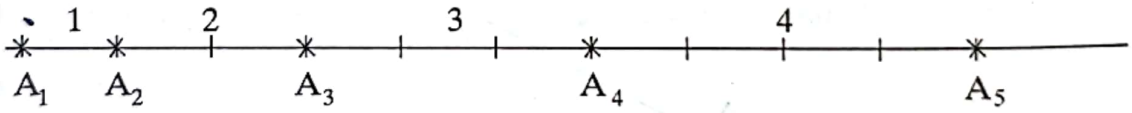
h) Este A simetricul lui B față de M?

i) Câte segmente are un capăt în A?

j) Are loc relația $[AM] \equiv [MB] \equiv [BN]$?

4) În figura de mai jos știm:

$|A_3A_4| = 1$ cm, $|A_2A_3| = 2$ cm, $|A_3A_4| = 3$ cm, $|A_4A_5| = 4$ cm



a) $|A_1A_3| = ?$

b) $|A_1A_4| = ?$

c) Care este cel mai mare segment din figură?

d) Scrieți un segment cu mijlocul său.

e) Care este simetricul lui A_1 față de A_3?

f) Câte segmente diferite apar în figură?

g) Câte segmente cu lungimi diferite apar în figură?

Scanned with OKEN Scanner

II. Unghiul

1. Definiție, notații, elemente, interiorul și exteriorul unui unghi, unghi nul, unghi alungit, clasificarea unghiurilor.

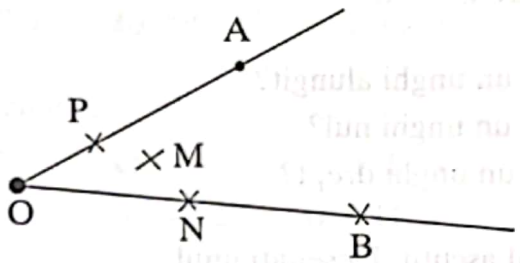
1) Care sunt elementele unui unghi?

2) Ce sunt laturile unghiului?

3) Ce este unghiul nul?

4) Ce este unghiul alungit?

5) Care dintre următoarele notații sunt corecte pentru unghiul din figură?



a) $\widehat{AOB}$

b) $\hat{O}$

c) $\widehat{POM}$

d) $\widehat{POB}$

e) $\widehat{BOA}$

f) $\widehat{NOA}$

g) $\widehat{MOA}$

h) $\widehat{NPA}$

i) $\widehat{BNO}$

j) $\hat{M}$

k) $\widehat{PON}$

l) $\widehat{ONB}$

m) $\widehat{BNM}$

n) $\widehat{AOM}$

o) $\widehat{MNB}$

p) $\widehat{AMB}$

r) $\widehat{NMP}$

s) $\widehat{AMO}$

t) $\widehat{MNB}$

6) Folosind figura de mai sus, stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) $M \in Int\left(\widehat{AOB}\right)$

f) $\widehat{POA}$ este unghi nul

Scanned with OKEN Scanner

b) $P \in \widehat{AOB}$ **g)** $\widehat{ONB}$ este unghi alungit

c) $N \in \widehat{AOB}$ **h)** $\widehat{BNO}$ este unghi nul

d) $N \in Ext\left(\widehat{AOB}\right)$ **i)** $\widehat{AOB}$ este unghi ascuțit

e) $M \in Ext\left(\widehat{PON}\right)$ **j)** $\widehat{AOB}$ este unghi alungit

2. Calcule cu măsuri de unghiuri • Unghiuri suplementare • Unghiuri complementare

1) **a)** Câte minute are un grad?
b) Câte secunde are un minut?
c) Câte secunde are un grad?

2) **a)** Câte grade are un unghi alungit?
b) Câte grade are un unghi nul?
c) Câte grade are un unghi drept?

3) **a)** Definiți unghiul ascuțit. Desenați unul.
b) Definiți unghiul drept. Desenați unul.
c) Definiți unghiul obtuz. Desenați unul.

4) **a)** Definiți unghiurile suplementare.
b) Definiți unghiurile complementare.

5) Pentru fiecare dintre unghiurile de mai jos, aflați mărimea suplementului.

a) 45°	**d)** 17°	**g)** 30°16′	**j)** 30°16′18″	**m)** 15°26″
b) 108°	**e)** 107°	**h)** 45°19′	**k)** 109°26′35″	**n)** 29°46″
c) 90°	**f)** 189°	**i)** 108°32′	**l)** 60°18′49″	**o)** 108°56″

6) Pentru fiecare dintre unghiurile de mai jos, aflați mărimea complementului.

a) 20°	**d)** 79°	**g)** 30°16′	**j)** 14°36′18″	**m)** 15°26″
b) 35°	**e)** 85°	**h)** 45°19′	**k)** 89°26′35″	**n)** 29°46″
c) 64°	**f)** 49°	**i)** 69°32′	**l)** 60°18′49″	**o)** 47°56″

7) **a)** Dați exemplu de un unghi care nu admite complement.
b) Aflați mărimea unui unghi egal cu suplementul său.
c) Aflați mărimea unui unghi egal cu complementul său.
d) Aflați mărimea unui unghi egal cu jumătate din complementul său.

Scanned with OKEN Scanner

c) Aflați mărimea unui unghi de 5 ori mai mic decât suplementul său.
f) Dați exemplu de un unghi mai mare decât suplementul său.
g) Dați exemplu de un unghi mai mare decât complementul său.
h) Aflați măsura unui unghi, știind că suma dintre suplementul său și complementul său este de 210°.

8) Calculați (făcând toate transformările posibile):

a) $12°31'24'' + 15°32'$
b) $72°35'47'' + 43°38'15''$
c) $43°43'34'' + 16°16'38''$
d) $108°43'47'' - 55°40'38''$
e) $49°17'23'' - 47°11'55''$
f) $90° - 42°55'17''$
g) $72°32' + 25°07'$
h) $13°13'13'' - 7°7'7''$
i) $180° - 25°57'17''$
j) $2° + 18°30'5''$

9) Transformați în minute:

a) $12°$ **b)** $7°30'$ **c)** $10°15'$ **d)** $120''$ **e)** $3600''$
f) $12°120'$ **g)** $7200''$ **h)** $59'60''$ **i)** $1°1800''$ **j)** $7°3'60''$

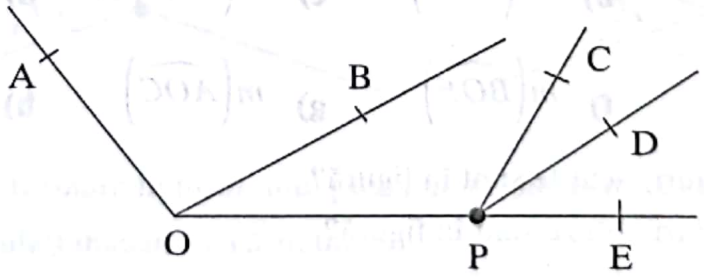
10) Transformați în secunde:

a) $12'$ **b)** $12'30''$ **c)** $2°$ **d)** $2°1'15''$ **e)** $4°8''$
f) $3'14''$ **g)** $2°5'10''$ **h)** $4°12''$ **i)** $7'11''$ **j)** $8'10''$

3. Unghiuri adiacente • Bisectoarea unui unghi

1) **a)** Definiți unghiurile adiacente. Exemplificați prin desen.
b) Definiți bisectoarea unui unghi.

2) Scrieți toate perechile de unghiuri adiacente care apar în desenul alăturat.



3) Folosind desenul de mai sus, dați câte un exemplu de:
a) O pereche de unghiuri neadiacente, care au vârful comun.
b) O pereche de unghiuri neadiacente, care au o latură comună.
c) O pereche de unghiuri neadiacente, care au interioarele disjuncte.

Scanned with OKEN Scanner

4) Se dă $\sphericalangle AOB$ cu bisectoarea OM. Calculați $m(\widehat{AOM})$ în cazurile:

a) $m(\widehat{AOB}) = 70°$ **c)** $m(\widehat{AOB}) = 80°$ **e)** $m(\widehat{BOM}) = 15°$

b) $m(\widehat{AOB}) = 105°$ **d)** $m(\widehat{AOB}) = 40°30'$ **f)** $m(\widehat{BOM}) = 18°30'39'$

5) **a)** Calculați măsura unghiului format de bisectoarele a două unghiuri adiacente complementare.

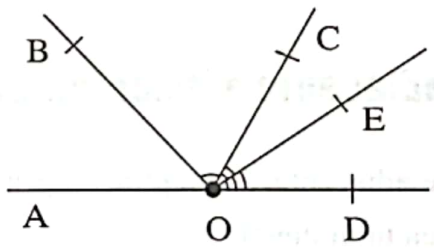
b) Calculați măsura unghiului format de bisectoarele a două unghiuri adiacente suplementare.

c) Calculați măsura unghiului format de bisectoarele a două unghiuri adiacente, care au suma măsurilor de 120°30'.

d) Calculați măsura unghiului format de bisectoarele a două unghiuri adiacente, care au suma măsurilor de 108°40'30''.

6) În figura alăturată se știu:

$m(\widehat{AOB}) = 38°$, (OC bisectoarea $\sphericalangle BOD$, (OE bisectoarea $\sphericalangle COD$.



Aflați:

a) $m(\widehat{BOD})$ **b)** $m(\widehat{BOC})$ **c)** $m(\widehat{COE})$ **d)** $m(\widehat{COD})$

e) $m(\widehat{EOD})$ **f)** $m(\widehat{BOE})$ **g)** $m(\widehat{AOC})$ **h)** $m(\widehat{AOE})$

i) Câte unghiuri ascuțite sunt în figură?

j) Câte unghiuri obtuze sunt în figură?

7) Unghiul format de bisectoarele a două unghiuri adiacente are, pe rând, valorile de mai jos. Aflați pentru fiecare caz suma măsurilor celor două unghiuri:

a) 38° **c)** 15°30' **e)** 46°12'15'' **g)** 20°30''

b) 14° **d)** 60°14' **f)** 70°10'30'' **h)** 40°75''

Scanned with OKEN Scanner

Scanned with OKEN Scanner

8) **a)** Care este raportul dintre măsura unghiului format de bisectoarele a două unghiuri adiacente și suma măsurilor unghiurilor?

b) Care este raportul dintre măsurile celor două unghiuri formate de bisectoare cu laturile unui unghi?

c) Care este raportul dintre măsura unui unghi și măsura unghiului format de bisectoarea sa cu una dintre laturile unghiului?

4. Unghiuri opuse la vârf • Unghiuri formate în jurul unui punct

1) **a)** Definiți unghiurile opuse la vârf.

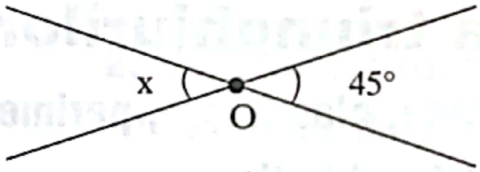
b) Enumerați teorema referitoare la unghiurile opuse la vârf.

c) Definiți unghiurile formate în jurul unui punct.

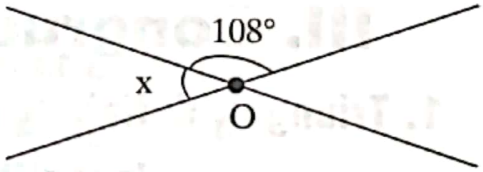
d) Enumerați teorema referitoare la unghiurile formate în jurul unui punct.

2) Pentru fiecare din figurile de mai jos, aflați valoarea lui x.

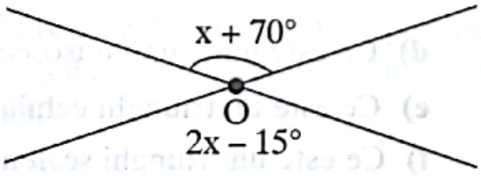
a)



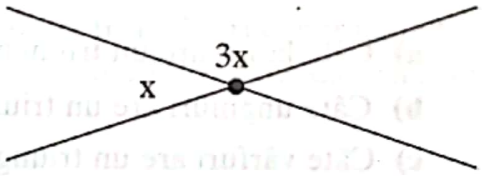
b)



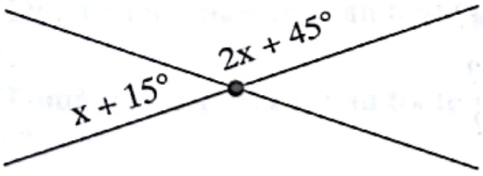
c)



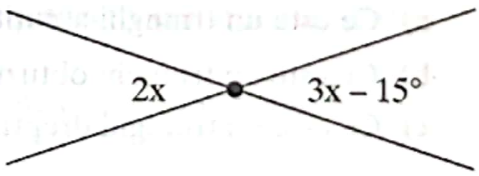
d)



e)



f)



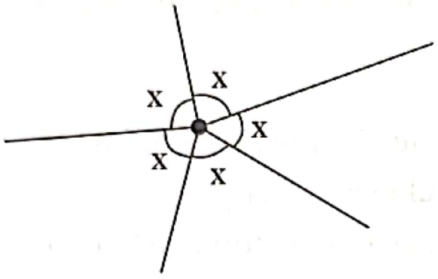
3) 5 unghiuri formate în jurul unui punct au măsurile direct proporționale cu 2; 3; 4; 5 și 10. Calculați măsura fiecărui unghi.

4) 4 unghiuri formate în jurul unui punct au măsurile invers proporționale cu $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$ și $\frac{1}{9}$. Calculați măsura fiecărui unghi.

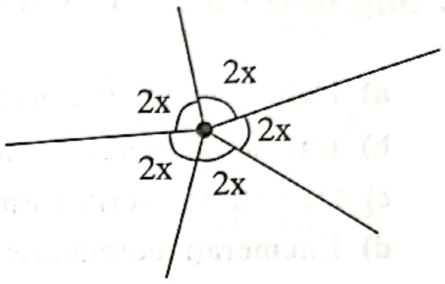
5) 5 unghiuri formate în jurul unui punct au măsurile exprimate prin numere naturale consecutive. Calculați măsura fiecărui unghi.

6) În jurul unui punct se află 6 unghiuri astfel încât al doilea este dublul primului, al treilea este dublul celui de-al doilea, al patrulea este dublul celui de-al treilea, al cincilea este de 15 ori mai mare ca primul iar al șaselea este de 6 ori mai mare ca primul.

7) Determinați valorile lui x din figurile de mai jos:



a)



b)

III. Congruența triunghiurilor

1. Triunghi, definiție, elemente, clasificare, perimetru, inegalitatea triunghiurilor

1) **a)** Câte laturi are un triunghi?
b) Câte unghiuri are un triunghi?
c) Câte vârfuri are un triunghi?
d) Ce este un triunghi isoscel?
e) Ce este un triunghi echilateral?
f) Ce este un triunghi scalen?

2) **a)** Ce este un triunghi ascuțitunghic?
b) Ce este un triunghi obtuzunghic?
c) Ce este un triunghi dreptunghic?

3) **a)** Se poate construi un triunghi cu laturile de 2 cm, 3 cm, 4 cm?
b) Se poate construi un triunghi cu laturile de 2 cm, 2 cm, 4 cm?
c) Se poate construi un triunghi cu laturile de 1 cm, 2 cm, 4 cm?

4) **a)** Un triunghi echilateral are o latură de 5 cm. Calculați perimetrul triunghiului.

b) Un triunghi echilateral are perimetrul de 15 cm. Calculați lungimea unei laturi a triunghiului.

c) Un triunghi isoscel are o latură de 3 cm și una de 7 cm. Calculați

Scanned with OKEN Scanner

perimetrul triunghiului.

d) Un triunghi are laturile proporționale cu 2; 3 și 4 și perimetrul de 27 cm. Aflați lungimea laturilor triunghiului.

e) Un triunghi ABC are laturile $|AB| = 3$ cm; $|AC| = 5$ cm și $|BC| = 7$ cm. Scrieți unghiurile ΔABC în ordinea crescătoare a măsurilor lor.

5) **a)** În ΔABC se consideră $D \in (BC)$. Dacă $P_{\Delta ABD} = 16$ cm, $P_{\Delta ACD} = 18$ cm și $P_{\Delta ABC} =$ 24 cm, să se determine lungimea laturii AD.

b) În ΔABC se consideră $D \in (BC)$. Dacă ΔABD este isoscel cu baza AB, $P_{\Delta ABC} = 56$ cm, $P_{\Delta ADC} = 33$ cm, să se determine lungimea laturii AB.

6) Un triunghi are lungimile laturilor direct proporționale cu primele 3 numere prime. Știind că latura cea mai mare are 15 cm, calculați perimetrul și semiperimetrul triunghiului, dacă este posibil.

2. Congruența triunghiurilor oarecare • Metoda triunghiurilor congruente

1) **a)** Când spunem că sunt două triunghiuri congruente?

b) Care este diferența dintre perimetrele a două triunghiuri congruente?

c) Dați exemplu de două triunghiuri care au perimetrele egale, dar care nu sunt congruente.

2) Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) "Două triunghiuri care au toate laturile respectiv congruente, sunt congruente."

b) "Două triunghiuri care au toate unghiurile respectiv congruente, sunt congruente."

c) "Dacă două triunghiuri au câte 2 laturi congruente și unghiurile formate de cele 2 laturi congruente, atunci triunghiurile sunt congruente."

d) "Dacă două triunghiuri au câte 2 unghiuri respectiv congruente și o latură a primului triunghi congruentă cu o latură a celui de-al doilea, atunci triunghiurile sunt congruente."

3) Se dau $\Delta ABC \equiv \Delta XYZ$.

a) Desenați două astfel de triunghiuri.

b) Marcați pe desen cele 6 perechi de elemente congruente.

Scanned with OKEN Scanner

c) Scrieți cele 6 perechi de elemente congruente.

4) Aceleași cerințe pentru $\Delta MNP \equiv \Delta MNQ$.

5) Ce fel de triunghi este ΔABC, dacă știu $\Delta ABC \equiv \Delta ACB$.

6) ΔABC este isoscel cu $AB = AC \neq BC$ Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor afirmații, scriind și cazul de congruență folosit, dacă este cazul:

a) $\Delta ABC \equiv \Delta ABC$ **b)** $\Delta ABC \equiv \Delta ACB$ **c)** $\Delta ABC \equiv \Delta BAC$

7) ΔABC este echilateral. Precizați care dintre afirmațiile următoare este adevărată, scriind și cazul de congruență dacă e nevoie:

a) $\Delta ABC \equiv \Delta ABC$ **b)** $\Delta ABC \equiv \Delta CBA$ **c)** $\Delta ABC \equiv \Delta BCA$

8) Folosind problema **6)**, comparați unghiurile de la bază ale unui triunghi isoscel.

9) Folosind problema **7)**, comparați unghiurile unui triunghi echilateral.

10) Se consideră ΔABC și ΔMNP. Știm că $AC = MP$, $AB = MN$, $\widehat{A} \equiv \widehat{M}$,

$m\left(\widehat{B}\right) = 65°$, $NP = 3$ cm.

a) Este adevărat că $\Delta ABC \equiv \Delta MNP$? Ce caz de congruență s-a folosit?

b) Calculați $m\left(\widehat{N}\right)$.

c) Calculați BC.

11) Se consideră ΔABC și ΔMNP. Știind că $AC = MP$, $\widehat{A} \equiv \widehat{M}$; $\widehat{C} \equiv \widehat{P}$;

$m\left(\widehat{B}\right) = 65°$; NP = 3 cm. Rezolvați aceleași cerințe ca la problema **10)**

12) Se consideră ΔABC și ΔMNP. Știm că $AC = MN$, $BC = NP$, $AC = MP$,

$m\left(\widehat{B}\right) = 65°$, $m\left(\widehat{P}\right) = 50°$.

a) Justificați de ce $\Delta ABC \equiv \Delta MNP$.

b) Calculați $m\left(\widehat{N}\right)$.

Scanned with OKEN Scanner

c) Calculați $m(\widehat{C})$.

13) Fie $\Delta ABC \equiv \Delta A'B'C'$, M mijlocul lui $[BC]$, M' mijlocul lui $[B'C']$. Arătați că $[AM] \equiv [A'M']$

14) Fie $\Delta ABC \equiv \Delta A'B'C'$, AD bisectoarea unghiului $\widehat{BAC}$, $A'D'$ bisectoarea unghiului $\widehat{B'A'C'}$, cu $D \in BC$, $D' \in B'C'$. Arătați că $[AD] \equiv [A'D']$.

15) Se consideră ΔABC isoscel, $AB = AC$, AD bisectoarea $\widehat{BAC}$, $D \in BC$.

a) Arătați că $\widehat{B} \equiv \widehat{C}$.

b) Arătați că $\Delta ABD \equiv \Delta ACD$.

c) Aflați $m(\widehat{ADB})$.

16) **a)** Se dau $\Delta ABC \equiv \Delta MNP$, $AD = 5$ cm, $NP = 7$ cm. Calculați BC și MN.

b) Se dau $\Delta ABC \equiv \Delta MNP$, $m(\widehat{A}) = 60°$, $m(\widehat{P}) = 80°$. Calculați $m(\widehat{C})$ și $m(\widehat{M})$.

17) Se dau ΔABC și ΔDEF. Dacă $\sphericalangle A \equiv \sphericalangle D$, $\sphericalangle B \equiv \sphericalangle E$, $AB = DE = 8$ cm, $AC = 10$ cm și $BC = 12$ cm, calculați perimetrul ΔDEF.

18) Fie ΔABC echilateral și M mijlocul laturii BC. Să se arate că $\Delta ABM \equiv \Delta ACM$.

Scanned with OKEN Scanner

IV. Perpendicularitate

1. Drepte perpendiculare, oblice, distanța de la un punct la o dreaptă, înălțimea în triunghi

1) **a)** Ce sunt două drepte perpendiculare? Exemplificați prin desen.

b) Ce este perpendiculara dusă dintr-un punct pe o dreaptă? Exemplificați prin desen.

c) Ce este distanța de la un punct la o dreaptă?

d) Câte drepte perpendiculare pe o dreaptă dată putem desena?

e) Câte perpendiculare putem duce dintr-un punct pe o dreaptă?

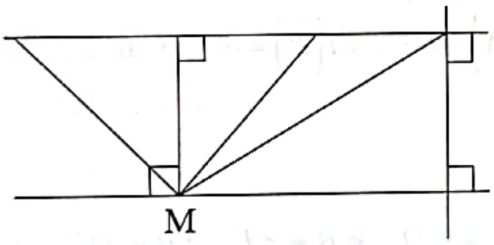
f) Câte oblice putem duce dintr-un punct pe o dreaptă?

2) **a)** Desenați o dreaptă d, un punct M care nu aparține dreptei d și o perpendiculară pe d care să treacă prin M. Câte posibilități există?

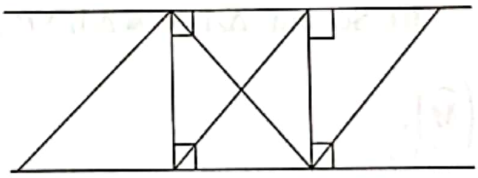
b) Desenați o dreaptă d, un punct M care aparține dreptei d. Desenați o perpendiculară în M pe dreapta d. Câte posibilități există?

3) Câte oblice și câte perpendiculare apar în fiecare din figurile de mai jos?

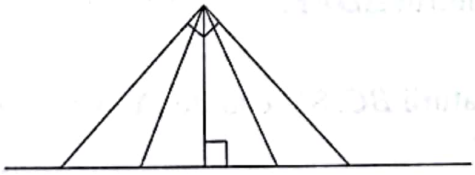
a)



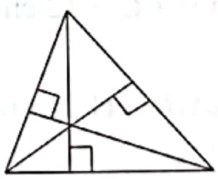
b)



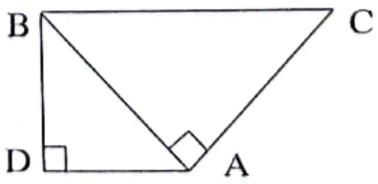
c)



d)



4) În figura de mai jos știm $BD = 4$ cm, $AD = 3$ cm, $AB = 5$ cm, $AC = 12$ cm, $BC = 13$ cm.



Scanned with OKEN Scanner

Calculaţi:

a) $d(B; AC)$

b) $d(B; AD)$

c) $d(C; AB)$

d) $d(A; BD)$

5) În ΔABC avem $m(\widehat{A}) = 90°$. Care sunt înălţimile din B pe AC şi din C pe AB?

2. Mediatoarea unui segment • Proprietatea punctelor de pe bisectoarea unui unghi • Aria unui triunghi

1) **a)** Definiţi mediatoarea unui segment.

b) Câte mediatoare admite un segment?

c) Fie AB un segment şi d mediatoarea lui AB, $M \in d$. Comparaţi segmentele MA şi MB.

d) Câte puncte egal depărtate de capetele unui segment dat putem găsi într-un plan?

2) Fie $\sphericalangle AOB$ şi (OM bisectoarea acestui unghi. Comparaţi $d(M, OA)$ şi $d(M, OB)$.

3) Fie ΔABC ascuţitunghic, $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm. Mediatoarea laturii BC intersectează pe AC în D. Calculaţi $P_{\Delta ABD}$.

4) Fie ΔABC cu $m(\widehat{A}) > 90°$, $AC = 8$ cm, $BC = 20$ cm. Mediatoarea laturii AB intersectează pe BC în D. Calculaţi $P_{\Delta ACD}$.

5) Se dau punctele A, B, C în interiorul unghiului $\widehat{xOy}$ astfel încât $dist(A, Ox) = dist(A, Oy)$; $dist(B, Ox) = dist(B, Oy)$ şi $dist(C, Ox) = dist(C, Oy)$. Sunt punctele A, B, C coliniare?

6) Arătaţi că mediatoarele laturilor unui triunghi sunt concurente.

7) Unde se află punctul de intersecţie a mediatoarelor laturilor unui triunghi dreptunghic?

Scanned with OKEN Scanner

8) Arătați că bisectoarele unghiurilor unui triunghi sunt concurente.

9) Un triunghi are o înălțime de 7 cm și latura corespunzătoare ei de 8 cm. Care este aria triunghiului?

10) Un triunghi dreptunghic are catetele de 4 cm și 5 cm. Care este aria triunghiului?

11) Arătați că în orice triunghi produsul dintre o înălțime și latura corespunzătoare ei este același, oricum am alege înălțimea.

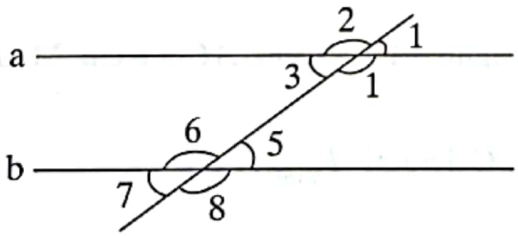
12) Arătați că cele 2 triunghiuri formate de mediana unui triunghi au aceeași arie.

V. Paralelism

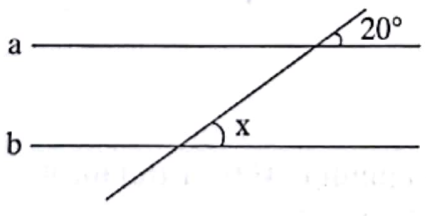
1. Drepte paralele • Axioma paralelelor • Criterii de paralelism

1) **a)** Dacă $a \| b$ și $b \| c$, aflați $a \cap c$.
b) Câte paralele se pot duce la o dreaptă, printr-un punct exterior ei?

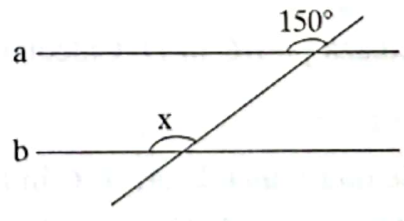
2) În figura de mai jos, indicați:
a) unghiurile alterne interne
b) unghiurile alterne externe
c) unghiurile corespondente
d) unghiurile interne, de aceeași parte a secantei



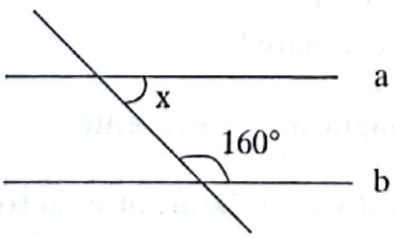
3) În figurile de mai jos se știe $a \| b$. Aflați x.



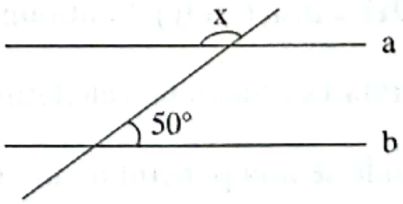
a)



b)



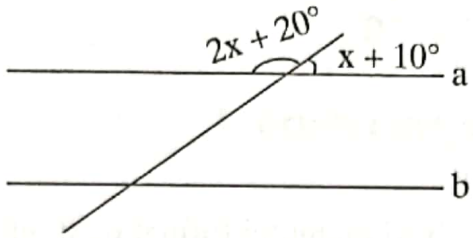
c)



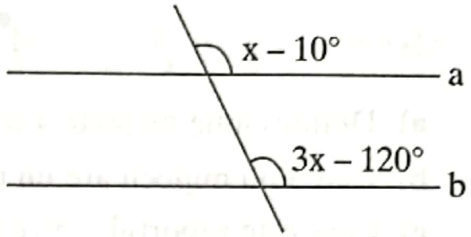
d)

Scanned with OKEN Scanner

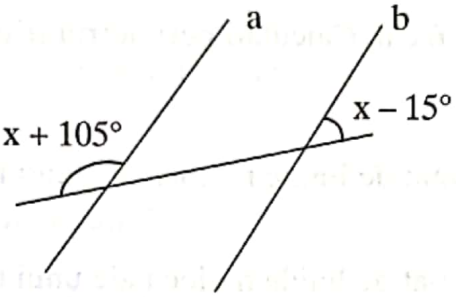
4) În figurile de mai jos se știe $a \parallel b$. Aflați x.



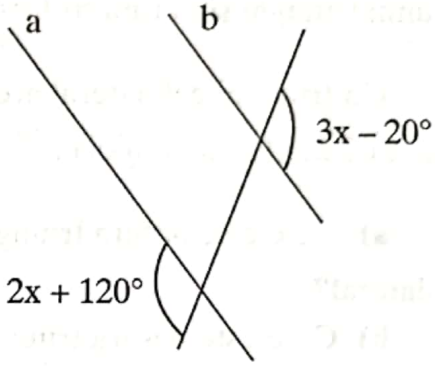
a)



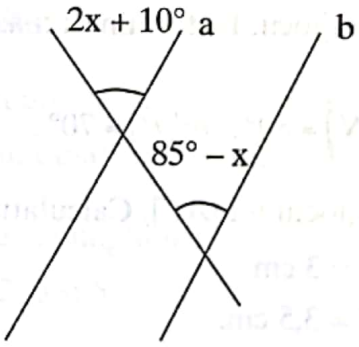
b)



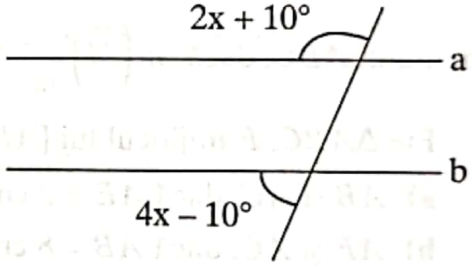
c)



d)

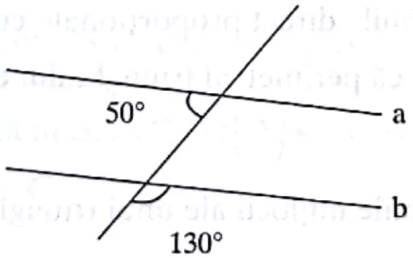


e)

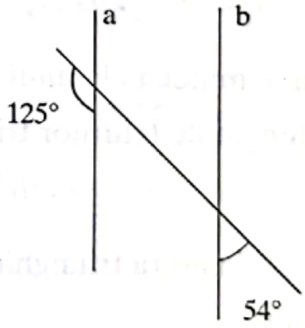


f)

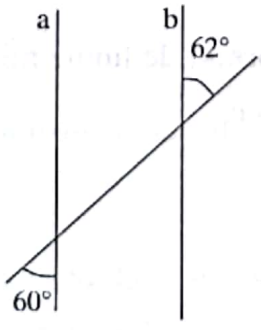
5) Stabiliți dacă dreptele a și b sunt paralele:



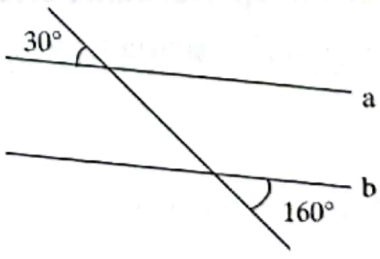
a)



b)



c)



d)

Scanned with OKEN Scanner

2. Linia mijlocie a unui triunghi • Teorema liniei mijlocii • Reciproce

1) **a)** Definiți linia mijlocie a unui triunghi.

b) Câte linii mijlocii are un triunghi?

c) Care este raportul dintre perimetrul triunghiului format de liniile mijlocii ale unui triunghi și perimetrul triunghiului?

2) Un triunghi echilateral are latura de 6 cm. Calculați perimetrul triunghiului format de liniile sale mijlocii.

3) **a)** Care este natura triunghiului format de liniile mijlocii ale unui triunghi echilateral?

b) Care este natura triunghiului format de liniile mijlocii ale unui triunghi?

4) În ΔABC, MN, NP și MP sunt linii mijlocii. Determinați măsurile unghiurilor triunghiului ABC, dacă $m(\widehat{M}) = 30°$, $m(\widehat{N}) = 80°$, $m(\widehat{P}) = 70°$.

5) Fie ΔABC, E mijlocul lui $[AB]$, F mijlocul lui $[AC]$. Calculați:

a) AB și AC, dacă $AE = 2$ cm și $FC = 3$ cm.

b) AE și AC, dacă $AB = 8$ cm și $FC = 3{,}5$ cm.

c) FC și AB, dacă $AC = 9$ cm și $EB = 3{,}5$ cm.

d) $P_{\Delta ABC}$ și $P_{\Delta AEF}$, dacă $AE = 5$ cm, $CF = 3{,}5$ cm și $BC = 8$ cm.

6) Liniile mijlocii ale unui triunghi au lungimile direct proporționale cu 3; 4 și 5. Calculați lungimile laturilor triunghiului, știind că perimetrul triunghiului este de 240 cm.

7) Stabiliți natura triunghiului format de liniile mijlocii ale unui triunghi dreptunghic.

8) Calculați raportul dintre aria triunghiului format de liniile mijlocii ale unui triunghi dreptunghic și aria triunghiului dreptunghic.

Scanned with OKEN Scanner

VI. Proprietăți ale triunghiurilor

1. Suma măsurilor unghiurilor unui triunghi, unghi exterior, teorema unghiului exterior

1) Care este suma măsurilor unghiurilor unui triunghi?

2) Câte grade are fiecare unghi al unui triunghi echilateral?

3) Care este măsura unui unghi ascuțit al unui triunghi dreptunghic isoscel?

4) Dacă un triunghi dreptunghic are un unghi ascuțit de 46°, câte grade are celălalt unghi ascuțit?

5) Câte grade are un unghi exterior corespunzător unghiului drept al unui triunghi dreptunghic?

6) Un triunghi are un unghi de 36°30′ și un alt unghi egal cu dublul acestuia. Aflați măsura celui de-al treilea unghi al triunghiului.

7) Aflați măsurile unghiurilor unui triunghi, știind că ele sunt direct proporționale cu 2, 3 și 5.

8) În ΔABC avem $m(\hat{A}) = 30°$, $m(\hat{B}) = 124°$. Calculați $m(\hat{C})$, măsura unghiului exterior cu vârful în $\hat{A}$ și măsura unghiului exterior cu vârful în $\hat{B}$.

9) Calculați suma măsurilor exterioare ale unghiurilor unui Δ.

10) Dacă în ΔABC, $m(\hat{A}) = 60°$ și $m(\hat{B}) = 80°$, aflați măsura unghiului exterior cu vârful în C.

11) Un triunghi isoscel are unghiul de la vârf de 80°. Calculați măsura unuia din unghiurile de la bază.

12) Un triunghi isoscel are un unghi de la bază de 35°. Aflați măsura unghiului de la vârf.

13) Un triunghi isoscel are măsurile direct proporționale cu 3 și 6. Calculați măsurile unghiurilor, luând în calcul toate posibilitățile.

Scanned with OKEN Scanner

2. Linii importante în triunghi

1) Cum se numește punctul de intersecție a celor 3 mediane ale unui triunghi?

2) Cum se numește punctul de intersecție a celor 3 bisectoare ale unghiurilor unui triunghi?

3) Cum se numește punctul de intersecție a celor 3 înălțimi ale unui triunghi?

4) Cum se numește punctul de intersecție a celor 3 mediatoare ale laturilor unui triunghi?

5) Fie ΔABC și G centrul de greutate al triunghiului, M mijlocul segmentului BC, N mijlocul segmentului AC. Determinați valorile rapoartelor $\frac{AG}{GM}; \frac{BG}{BN}; \frac{GM}{AM}; \frac{BN}{BG}$.

6) În ΔABC echilateral știm $AB = 6$ cm și $AM = 5$ cm, unde M este mijlocul segmentului BC. Calculați perimetrele ΔABC și ΔABM.

7) Un ΔABC echilateral are perimetrul de 30 cm iar perimetrul ΔABM este de 22 cm, unde M este mijlocul lui BC. Care este lungimea segmentului AM.

8) Un triunghi isoscel are $AB = AC = 10$ cm și $BM = 4$ cm, unde M este mijlocul laturii BC. Calculați $P_{\Delta ABC}$ și $P_{\Delta ABM}$, știind că $AM = 7$ cm.

9) În ΔABC știm că O este centrul cercului circumscris și că $OA = 5$ cm. Calculați $OA + OB + OC$.

10) În ΔABC știm că I este centrul cercului înscris, notăm cu ID; IE și IF distanțele de la I la AB; AC respectiv BC și știm $ID = 2$ cm. Calculați $IE + ID + IF$.

3. Proprietățile triunghiului isoscel

1) **a)** Un triunghi isoscel are unghiul de la vârf de 80°. Calculați măsurile unghiurilor de la bază.

b) Un triunghi isoscel are un unghi de la bază de 35°. Calculați măsura unghiului de la vârf.

Scanned with OKEN Scanner

2) **a)** În ΔABC isoscel cu $AB = AC$, AD este bisectoarea unghiului $\widehat{BAC}$, $D \in BC$. Aflați $m\left(\widehat{ADB}\right)$.

b) În ΔABC isoscel cu $AB = AC$, M este mijlocul laturii BC. Aflați $m\left(\widehat{AMB}\right)$.

c) În ΔABC isoscel cu $AB = AC$, M este mijlocul laturii BC și $m\left(\widehat{BAC}\right) = 80°$. Calculați $m\left(\widehat{BAM}\right)$.

3) Un triunghi isoscel are un unghi de 110°. Calculați mărimile celorlalte două unghiuri ale triunghiului.

4) Un unghi exterior alăturat bazei unui triunghi isoscel are măsura de 135°. Aflați măsura unghiului de la vârful triunghiului.

5) Aflați lungimea celei de-a treia laturi a unui triunghi isoscel, știind că lungimile a două laturi sunt:

a) 3 cm și 4 cm **b)** 3 cm și 6 cm **c)** 3 cm și 7 cm

6) În ΔABC isoscel cu $AB = AC$, construim bisectoarea AD, $D \in BC$. Știind că $P_{\Delta ABC} = 18$ cm și $P_{\Delta ABD} = 12$ cm, să se calculeze lungimea lui AD.

7) Un triunghi isoscel are un unghi de 60°. Arătați că triunghiul este echilateral.

8) Fie CD bisectoarea unghiului $\widehat{ACB}$ al ΔABC isoscel cu baza AC. Calculați măsurile unghiurilor triunghiurilor, știind că:

a) $m\left(\widehat{DCA}\right) = 40°$ **b)** $m\left(\widehat{CDA}\right) = 75°$

9) În ΔABC isoscel cu baza BC, BE și CF sunt înălțimi, $E \in AC$, $F \in AB$ și $BE \cap CF = \{H\}$. Dacă $m\left(\widehat{BHF}\right) = 40°$, aflați măsurile unghiurilor triunghiului.

10) În ΔABC în care $m\left(\hat{B}\right) = m\left(\hat{C}\right) = 36°$, mediatoarea laturii AC taie AB în D. Să se arate că ΔBCD este isoscel.

Scanned with OKEN Scanner

4. Proprietățile triunghiului echilateral

1) **a)** Calculați măsurile unghiurilor unui triunghi echilateral.

b) Un triunghi echilateral are perimetrul de 63 cm. Aflați lungimea unei laturi a triunghiului.

2) În ΔABC echilateral, ducem bisectoarele BI și CI. Calculați măsura unghiului $\widehat{BIC}$.

3) În ΔABC echilateral, ducem înălțimile BH și CH. Calculați măsura unghiului $\widehat{BHC}$.

4) În ΔABC echilateral, AD este înălțime, $D \in BC$. Calculați $m\left(\widehat{BAD}\right)$.

5) Aflați măsura unui unghi exterior al unui triunghi echilateral.

6) În ΔABC echilateral, $BE \perp AC$, $E \in AC$, $AE = 3$ cm. Calculați perimetrul triunghiului ABC.

7) Distanța de la centrul de greutate al unui triunghi echilateral la o latură este de 4 cm. Calculați lungimea înălțimii triunghiului.

8) Într-un triunghi echilateral înălțimea este de 12 cm. Calculați distanța de la un vârf al triunghiului la centrul său de greutate.

9) Un triunghi echilateral are raza cercului circumscris de 5 cm. Calculați înălțimea triunghiului.

10) Un triunghi echilateral are raza cercului înscris de 2 cm. Calculați lungimea unei mediane a triunghiului.

11) Semiperimetrul unui triunghi echilateral este de 6 cm și o înălțime a sa are 4 cm. Calculați aria triunghiului echilateral.

12) Fie ΔABC echilateral și M un punct situat în interiorul său. Să se arate că suma distanțelor de la punctul M la laturile ΔABC nu depinde de poziționarea punctului M.

Scanned with OKEN Scanner

5. Proprietățile triunghiului dreptunghic

1) **a)** Câte unghiuri drepte poate avea un triunghi?

b) Cum se numește latura care se opune unghiului drept al unui triunghi?

c) Cum se numesc laturile care formează unghiul drept într-un triunghi?

2) Care latură a unui triunghi dreptunghic este cea mai mare?

3) Un triunghi dreptunghic ABC are $m(\widehat{A}) = 90°$, $m(\widehat{B}) = 45°$, $BC = 8$ cm și $AB = 5$ cm. Să se calculeze perimetrul și aria ΔABC.

4) Unde este situat ortocentrul unui triunghi dreptunghic?

5) Unde este situat centrul cercului circumscris unui triunghi dreptunghic?

6) Un triunghi dreptunghic ABC, $m(\widehat{A}) = 90°$, are $BC = 10$ cm și M mijlocul laturii BC. Să se calculeze AM.

7) Un ΔABC, $m(\widehat{A}) = 90°$ cu G ortocentru, are $AG = 6$ cm. Să se calculeze BC.

8) Un $\Delta A\ m(\widehat{A}) = 90°\quad m(\widehat{B}) = 30°$

Dacă $BC = 8$ cm, calculați lungimea catetei AC.

9) Un ΔABC are $m(\widehat{A}) = 90°$, $m(\widehat{C}) = 30°$. Stabiliți natura ΔABM, unde M este mijlocul ipotenuzei BC.

10) Un ΔABC are $m(\widehat{A}) = 90°$, $m(\widehat{C}) = 30°$, M mijlocul ipotenuzei BC și

$AM = 4$ cm. Calculați $P_{\Delta ABM}$.

11) Un triunghi dreptunghic are raza cercului circumscris de 5 cm. Calculați lungimea medianei dusă pe ipotenuză.

12) Fie ΔABC cu $m(\widehat{A}) = 90°$ și $m(\widehat{B}) = 60°$, $AB = 3$ cm. Calculați lungimea ipotenuzei și a medianei duse pe ipotenuză.

Scanned with OKEN Scanner

SOLUȚII

Exerciții și probleme pentru lucrul la clasă

ALGEBRĂ

I. Mulțimea numerelor naturale

1. Operații cu numere naturale

• Reguli de calcul cu puteri

1) **a)** 1 **b)** 8 **c)** 77 **d)** 2 **e)** 35 **f)** 0 **g)** 1 **h)** 6 **i)** 100

2) **a)** 0 **b)** 5 **c)** 4 **d)** 100 **e)** 27 028 **f)** 0

3) 10 lei.

4) Notăm numerele cu a și b. Avem $a + b = 30$ și $a : b = 3$ rest 2. Din teorema de împărțire cu rest $a = 3b + 2$, deci $4b + 2 = 30$, de unde $4b = 28$ și $b = 7$. Deci $a = 23$.

5) Notăm numerele cu a și b. Avem $a + b = 3\,945$ și $a - b = 33$, de unde $a = 33 + b$ și $2b + 33 = 3\,945$, de unde $2b = 3\,912$ și $b = 1\,956$, deci $a = 1\,989$.

6) Notăm cu a și b cele două numere.

Avem $a + b = 700$ și $a + 100 + b - 50 = a + b + 50 = 750$.

7) $102 + 306 = 408$

8) **a)** 2 007 **b)** 1 **c)** 1 **d)** 1 **e)** 1 **f)** 125 **g)** 1 **h)** 4 **i)** 1 **j)** 1

9) **a)** 2^{12} **b)** 2^{12} **c)** 5^{14} **d)** 2^{19} **e)** 3^{17} **f)** $3^{13} \cdot 2^9$ **g)** 5^{11} **h)** $2^5 \cdot 3^5$ **i)** $2^2 \cdot 5^6 \cdot 3^3$ **j)** $2^2 \cdot 3^7 \cdot 5^4$

10) **a)** $2^{12} \cdot 5^9$ **b)** $2^8 \cdot 5^8$ **c)** $2^4 \cdot 5^2$ **d)** 7^{18} **e)** 3^{12} **f)** 19 400 **g)** 129 **h)** 2^7 **i)** 48 **j)** 56

Scanned with OKEN Scanner

2. Divizor, multiplu

• Criteriile de divizibilitate cu 10, 2, 5, 3, 9

1) 1, 2, 3, 6; **2)** 984; **3)** 984; **4)** 50 de nr.; **5)** 20; **6)** 0, 7, 14, 28; **7)** 108; **8)** 120, 125;

9) **a)** $a = 0$ **d)** $a \in \{0;\ 3;\ 6;\ 9\}$ **g)** $a \in \{0;\ 6\}$

b) $a \in \{0;\ 2;\ 4;\ 6;\ 8\}$ **e)** $a = 6$ **h)** $a = 6$

c) $a \in \{0;\ 5\}$ **f)** $a \in \{0;\ 4;\ 8\}$ **i)** $a = 0$

10) 10 numere; **11)** 15 + 12; **12)** 4 divizori; **13)** 293 157;

14) $1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 8 + 9 + 12 + 18 + 24 + 36 + 72 = 195$;

15) $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 7 = 22$, deci scrierea nu este posibilă, pentru că suma nu se divide cu 3.

16) $1 + 2 + \ldots + 10 = 55$, deci scrierea nu este posibilă, pentru că suma nu se divide cu 3.

17) Nu, deoarece 3 ar trebui să aibă un vecin multiplu de 3, ceea ce nu găsim în șir.

18) Numărul A este divizibil cu 9, deci suma cifrelor sale se divide cu 9

$\Rightarrow S_1 \vdots 9 \Rightarrow S_2 \vdots 9 \Rightarrow \cdots \Rightarrow S_n \vdots 9$ și S_n are o cifră. Cum $S_n \neq 0 \Rightarrow S_n = 9$.

19) 24 456, 65 343, 1 230 123; **20)** 18, 24, 30, 36, 42, 48; **21)** 90; **22)** 100; **23)** 121;

24) $998 = 2 \cdot 449$ ⇨ are divizorii: 1; 2; 449 și 998.

25) 997 : 17 = 58 rest 11

26) 110 : 21 = 5 rest 5

27) 102; 108; ... ; 996. Sunt 150 de numere.

28) 106; 112; ... ; 994. Sunt 149 de numere; **29)** 18; **30)** 114

Scanned with OKEN Scanner

3. Numere prime și numere compuse

1) 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29; 31; 37; 41; 43; 47; 53; 59; 61; 67; 71; 73; 79; 83; 89; 97.

2) Nu; **3)** 2; **4)** Impar; **5)** 3 numere: 2; 3; 23.

6) Nu, deoarece suma ar fi pară și mai mare ca 2, deci nu poate fi număr prim.

7) $2\,305 = 2 + 2\,303$; **8)** 97; 101; 71; 911.

9) **a)** 2 și 3 **b)** 2 **c)** 2 și 5 **d)** 2 și 3 **e)** 17 **f)** 5 **g)** 2; 3; 5 **h)** 2; 5 **i)** 3; 7

10) 11; 13; 17; 37; 31; 71; 73; 79; 97.

11) Da; **12)** Nu. Este divizibil cu 5; **13)** 11; **14)** 735; **15)** $99 = 2 + 97$

16) $98 = 2 \cdot 49$; **17)** $4 = 2 + 2$ și $4 = 2 \cdot 2$

18) **a)** $2^7 \cdot 3^8$, **b)** $2^4 \cdot 3^8$, **c)** 2^{12}, **d)** 3^{18}, **e)** $2^{15} \cdot 3^{15}$, **f)** $2^{16} \cdot 3^8$

19) **a)** nu, **b)** nu, **c)** nu, **d)** nu, **e)** nu, **f)** nu, **g)** da, **h)** nu

20) $(n-3)(n+9)$ este număr prim $\Rightarrow n - 3 = 1$ sau $n + 9 = 1$. Din prima ecuație avem $n = 4$ iar a doua nu are soluții numere naturale. Deci $n = 4$.

21) 1 sau 3, deoarece în caz contrar numărul ar fi par și mai mare ca 2.

22) 1; 3 sau 5, deoarece în caz contrar numărul ar fi par și mai mare ca 2.

23) $2011 = \underbrace{2 + \ldots + 2}_{1004 \text{ ori}} + 3$ **24)** $2012 = \underbrace{2 + 2 + \ldots + 2}_{\text{de } 1006 \text{ ori}}$

25) **a)** nu **b)** da **c)** da **d)** da **e)** nu **f)** da **g)** da **h)** nu

26) 35:5; 39:3; 42:2; 50:2; 51:3; 117:3; 1035:5; 3039:3; 112149:3.

Scanned with OKEN Scanner

4. Descompunerea numerelor naturale în factori primi

1) Descompuneți în factori primi numerele:

a) $2\,001 = 3 \cdot 29 \cdot 23$
b) $2\,002 = 2 \cdot 13 \cdot 7 \cdot 11$
c) $2\,003 = 2\,003$
d) $2\,004 = 2^2 \cdot 3 \cdot 167$
e) $2\,005 = 5 \cdot 401$
f) $2\,006 = 2 \cdot 17 \cdot 59$
g) $2\,007 = 3^2 \cdot 223$
h) $2\,008 = 2^3 \cdot 251$
i) $2\,009 = 7^2 \cdot 41$
j) $2\,010 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 67$
k) $2\,011 = 2\,011$
l) $2\,012 = 2^2 \cdot 503$

2)

a) $143 = 11 \cdot 13$
b) $8 = 2^3$
c) $9 = 3^2$
d) $12 = 2^2 \cdot 3$
e) $15 = 3 \cdot 5$
f) $18 = 2 \cdot 3^2$
g) $21 = 3 \cdot 7$
h) $22 = 2 \cdot 11$
i) $25 = 5^2$
j) $26 = 2 \cdot 13$
k) $49 = 7^2$
l) $50 = 2 \cdot 5^2$

3)

a) 4 divizori
b) 4 divizori
c) 4 divizori
d) 6 divizori
e) 4 divizori
f) 6 divizori
g) 4 divizori
h) 4 divizori
i) 3 divizori
j) 4 divizori
k) 3 divizori
l) 6 divizori

4) $48\,600 = 2^3 \cdot 3^5 \cdot 5^2 \Rightarrow x = 2, y = 3, z = 5.$

5)

a) 8 divizori
b) 16 divizori
c) 2 divizori
d) 12 divizori
e) 4 divizori
f) 8 divizori
g) 6 divizori
h) 8 divizori
i) 6 divizori
j) 16 divizori
k) 2 divizori
l) 6 divizori

6) **a)** 121 are divizorii: 1; 11; 121, **b)** 106 are divizorii: 1; 2; 53 și 106,
c) 9 998 are divizorii: 1; 2; 4 999 și 9 998

5. Proprietăți ale relației de divizibilitate în $\mathbb{N}$

1) **a)** A, **b)** A, **c)** A, **d)** A, **e)** A, **f)** F, **g)** A.

2) **a)** F, **b)** A, **c)** A, **d)** A, **e)** F, **f)** A, **g)** A, **h)** A, **i)** F.

3) **a)** $6x + 7y = \underbrace{x + 2y}_{\vdots 5} + \underbrace{5(x + y)}_{\vdots 5} \vdots 5$ **b)** $7x - 14y + 222 = 7\underbrace{(x - 2y)}_{\vdots 111} + 222 \vdots 111$

c) $7x - 14y + 222 = 7\underbrace{(x - 2y)}_{\vdots 111} + 222 \vdots 111$ **d)** $\left.\begin{matrix} x \vdots 23 \\ y \vdots x \end{matrix}\right\} \Rightarrow y \vdots 23 \Rightarrow (5x - 3y) \vdots 23$

Scanned with OKEN Scanner

4) **a)** $12^{1000}+12^{1001}=12^{1000}\left(1+12\right)=12^{1000}\cdot 13\vdots 13$

b) $2^{100}+2^{101}+2^{102}=2^{100}\left(1+2+2^2\right)=2^{100}\cdot 7\vdots 7$

c) $3^{13}+3^{15}+3^{17}=3^{13}\left(1+3^2+3^4\right)=3^{13}\cdot 91\vdots 91$

d) $\left(5a+3b\right)+2\left(a+4\right)+\left(a+5b\right)=8a+8b+8=8\left(a+b+1\right)\vdots 8$

e) $101+101^2+101^3+101^4=101\left(1+101\right)+101^3\left(1+101\right)=102\left(101+101^3\right)\vdots 102$

f) $2^n+2^{n+1}+2^{n+3}+2^{n+5}=2^n\left(1+2+2^3+2^5\right)=2^n\cdot 43\vdots 43$

6. Divizori comuni a două sau mai multe numere naturale • C.m.m.d.c. • Numere prime între ele

1) **a)** $D_2\cap D_3=\{1\}$

b) $D_2\cap D_4=\{1;\ 2\}$

c) $D_2\cap D_6=\{1;\ 2\}$

d) $D_3\cap D_6=\{1;\ 3\}$

e) $D_4\cap D_6=\{1;\ 2\}$

f) $D_6\cap D_8=\{1;\ 2\}$

g) $D_8\cap D_{12}=\{1;\ 2;\ 4\}$

h) $D_{12}\cap D_{16}=\{1;\ 2;\ 4\}$

i) $D_{12}\cap D_{18}=\{1;\ 2;\ 3;\ 6\}$

j) $D_{18}\cap D_{24}=\{1;\ 2;\ 3;\ 6\}$

k) $D_{20}\cap D_{36}=\{1;\ 2;\ 4\}$

l) $D_{28}\cap D_{35}=\{1;\ 7\}$

2) **a)** $(12;\ 18)=6$ **b)** $(4;\ 8)=4$ **c)** $(18;\ 24)=6$ **d)** $(144;\ 196)=4$ **e)** $(216;\ 192)=24$ **f)** $(96;\ 128)=32$ **g)** $(36;\ 48;\ 72)=12$ **h)** $(200;\ 216;\ 272)=8$ **i)** $(75;\ 175;\ 275)=25$

3) **a)** $(12;\ 3)=1$ **b)** $(2;\ 4)=2$ **c)** $(2;\ 6)=2$ **d)** $(3;\ 6)=3$ **e)** $(4;\ 6)=2$ **f)** $(6;\ 8)=2$ **g)** $(8;\ 12)=4$ **h)** $(12;\ 16)=4$ **i)** $(12;\ 18)=6$ **j)** $(12;\ 24)=6$ **k)** $(20;\ 36)=4$ **l)** $(28;\ 35)=7$

4) **a)** $2^2\cdot 3^2$, **b)** 2^4, **c)** $2^2\cdot 3^5\cdot 5^2$, **d)** $5^2\cdot 7$, **e)** $7\cdot 11\cdot 19^2$, **f)** 1, **g)** $3^5\cdot 7^2$, **h)** 2, **i)** $3\cdot 5$, **j)** 11.

Scanned with OKEN Scanner

5) **a)** $(7; 14) = 7$ **d)** $(45; 54) = 9$ **g)** $(90; 70; 110) = 10$ **j)** $(20; 40; 60) = 20$
b) $(5; 7) = 1$ **e)** $(15; 20; 25) = 5$ **h)** $(49; 14; 63) = 7$ **k)** $(15; 35; 85) = 5$
c) $(40; 9) = 10$ **f)** $(12; 15; 21) = 3$ **i)** $(22; 44; 66) = 22$ **l)** $(98; 77; 147) = 7$

6) **a)** da **d)** nu **g)** da **j)** nu
b) nu **e)** da **h)** da **k)** da
c) nu **f)** da **i)** da **l)** da

7) $(1; 13); (3; 11); (5; 9); (9; 5); (11; 3); (13; 1)$

8) $(1; 72); (8; 9); (9; 8); (72; 1)$

9) 6 profesori

10) $1330 : n = C_1 \ \ rest \ \ 10 \Rightarrow 1330 = n \cdot C_1 + 10 \Rightarrow 1320 = n \cdot C_1$

$344 : n = C_2 \ \ rest \ \ 8 \Rightarrow 344 = n \cdot C_2 + 8 \Rightarrow 336 = n \cdot C_2$

$$\left.\begin{array}{l} \Rightarrow 1320 \vdots n \\ 336 \vdots n \\ n > 10 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} n \in D_{24} \\ n \geq 11 \end{array}\right\} \Rightarrow n \in \{12;\ 24\}$$

11) $400 : n = C_1 \ \ rest \ \ 4 \Rightarrow 400 = n \cdot C_1 + 4 \Rightarrow 396 = n \cdot C_1$
$620 : n = C_2 \ \ rest \ \ 8 \Rightarrow 620 = n \cdot C_2 + 8 \Rightarrow 612 = n \cdot C_2$
$830 : n = C_3 \ \ rest \ \ 2 \Rightarrow 830 = n \cdot C_3 + 2 \Rightarrow 828 = n \cdot C_3$

$$\left.\begin{array}{l} \Rightarrow 396 \vdots n \\ 612 \vdots n \\ 828 \vdots n \\ n \geq 9 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} n \in D_{36} \\ n \geq 9 \end{array}\right\} \Rightarrow n \in \{9;\ 18;\ 36\}$$

12) $2^{k+1} \cdot 5^k + 1 = 2^k \cdot 5^k \cdot 2 + 1 = 2 \cdot 10^k + 1 = \underbrace{20...01}_{k-1 \ ori} \vdots 3$

$2^k \cdot 5^{k+1} + 1 = 2^k \cdot 5^k \cdot 5 + 1 = 5 \cdot 10^k + 1 = \underbrace{50...01}_{k-1 \ ori} \vdots 3$

Scanned with OKEN Scanner

13) **a)** Fie $d = (A, B)$. Avem $B - 2A = 1 \Rightarrow d \mid 1 \Rightarrow d = 1$

b) Fie $d = (A, B)$. Avem $3A - B = 1 \Rightarrow d \mid 1 \Rightarrow d = 1$

c) Fie $d = (A, B)$. Avem $5A - 2B = 1 \Rightarrow d \mid 1 \Rightarrow d = 1$

d) Fie $d = (A, B)$. Avem $7A - 6B = 1 \Rightarrow d \mid 1 \Rightarrow d = 1$

7. Multipli comuni a 2 sau mai multe numere naturale • C.m.m.m.c. • Relația dintre c.m.m.d.c. și c.m.m.m.c.

1) **a)** $M_2 \cap M_3 = M_6$ **e)** $M_4 \cap M_6 = M_{12}$ **i)** $M_{12} \cap M_{18} = M_{36}$

b) $M_2 \cap M_4 = M_4$ **f)** $M_6 \cap M_8 = M_{24}$ **j)** $M_{18} \cap M_{24} = M_{72}$

c) $M_2 \cap M_6 = M_6$ **g)** $M_8 \cap M_{12} = M_{24}$ **k)** $M_{20} \cap M_{36} = M_{180}$

d) $M_3 \cap M_6 = M_6$ **h)** $M_{12} \cap M_{16} = M_{48}$ **l)** $M_{28} \cap M_{35} = M_{140}$

2) **a)** $[12; 18] = 36$ **d)** $[144; 196] = 7\,056$ **g)** $[36; 48; 72] = 144$

b) $[4; 8] = 8$ **e)** $[216; 192] = 1\,728$ **h)** $[200; 216; 272] = 183\,600$

c) $[18; 24] = 72$ **f)** $[96; 128] = 384$ **i)** $[75; 175; 275] = 5\,775$

3) **a)** $[2; 3] = 6$ **e)** $[4; 6] = 12$ **i)** $[12; 18] = 36$

b) $[2; 4] = 4$ **f)** $[6; 8] = 24$ **j)** $[18; 24] = 72$

c) $[2; 6] = 6$ **g)** $[8; 12] = 24$ **k)** $[20; 36] = 180$

d) $[3; 6] = 6$ **h)** $[12; 16] = 48$ **l)** $[28; 35] = 140$

4) **a)** $2^3 \cdot 3^3 \cdot 5$ **f)** $2^7 \cdot 3^5 \cdot 5^3 \cdot 7^5 \cdot 11^2 \cdot 13^5$

b) $2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^7 \cdot 7$ **g)** $2^7 \cdot 3^7 \cdot 7^3 \cdot 5^3$

c) $2^5 \cdot 3^7 \cdot 5^{11}$ **h)** $2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 13$

d) $3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2 \cdot 11$ **i)** $3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 97$

e) $5 \cdot 7^{15} \cdot 11^2 \cdot 19^4$ **j)** $2 \cdot 11^2 \cdot 3^2$

5) **a)** $[7; 14] = 14$ **c)** $[40; 90] = 360$ **e)** $[15; 20; 25] = 300$ **g)** $[22; 44; 66] = 132$

b) $[5; 7] = 35$ **d)** $[45; 54] = 270$ **f)** $[12; 15; 21] = 420$ **h)** $[20; 40; 60] = 120$

Scanned with OKEN Scanner

6) **a)** $[90; 70; 110] = 6\,930$ **d)** $[45; 57] = 14$ **g)** $[18; 25] = 450$
b) $[49; 14; 63] = 882$ **e)** $[10; 70] = 70$ **h)** $[13; 15] = 195$
c) $[15; 35; 85] = 1\,785$ **f)** $[16; 21] = 336$ **i)** $[108; 63] = 756$

7) $a \cdot b = (a, b) \cdot [a, b] \Rightarrow 144 = 6 \cdot [a, b] \Rightarrow [a, b] = 24$

8) $(a, b) \cdot [a, b] = a \cdot b \Rightarrow 2 \cdot 24 = 6 \cdot b \Rightarrow b = 8$

9)
$$\left.\begin{array}{l} a:12 = C_1 \ \ rest \ \ 10 \Rightarrow a = 12 \cdot C_1 + 10 \Rightarrow a - 10 = 12 \cdot C_1 \\ a:16 = C_2 \ \ rest \ \ 10 \Rightarrow a = 16 \cdot C_2 + 10 \Rightarrow a - 10 = 16 \cdot C_2 \\ a:18 = C_3 \ \ rest \ \ 10 \Rightarrow a = 18 \cdot C_3 + 10 \Rightarrow a - 10 = 18 \cdot C_3 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$a - 10 \in M_{12} \cap M_{16} \cap M_{18} \Rightarrow a - 10 \in M_{144} \Rightarrow a \in M_{144} + 10$$

Cum a trebuie să fie cel mai mic număr natural de 3 cifre, de forma $M_{144} + 10$, rezultă că $a = 154$.

10)
$$\left.\begin{array}{l} a:24 = C_1 \ \ rest \ \ 21 \Rightarrow a = 24 \cdot C_1 + 21 \Rightarrow a + 3 = 12(C_1 + 1) \\ a:30 = C_2 \ \ rest \ \ 27 \Rightarrow a = 30 \cdot C_2 + 27 \Rightarrow a + 3 = 16(C_2 + 1) \\ a:36 = C_3 \ \ rest \ \ 33 \Rightarrow a = 36 \cdot C_3 + 33 \Rightarrow a + 3 = 18(C_3 + 1) \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$a + 3 \in M_{24} \cap M_{30} \cap M_{36} = M_{360} \Rightarrow a = 357$ (deoarece trebuie să fie cel mai mic).

11)
$$\left.\begin{array}{l} a:15 = C_1 \ \ rest \ \ 12 \Rightarrow a = 15 \cdot C_1 + 12 \Rightarrow a + 3 = 15(C_1 + 1) \\ a:12 = C_2 \ \ rest \ \ 9 \Rightarrow a = 12 \cdot C_2 + 9 \ \Rightarrow a + 3 = 12(C_2 + 1) \\ a:8 = C_3 \ \ rest \ \ 5 \Rightarrow a = 8 \cdot C_3 + 5 \ \Rightarrow a + 3 = 8(C_3 + 1) \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$a + 3 \in M_{15} \cap M_{12} \cap M_8 = M_{120} \Rightarrow a = 117$ (cel mai mic).

12)
$$\left.\begin{array}{l} a:8 = C_1 \ \ rest \ \ 5 \Rightarrow a - 5 = 8 \cdot C_1 \\ a:40 = C_2 \ \ rest \ \ 5 \Rightarrow a - 5 = 40 \cdot C_2 \\ a:36 = C_3 \ \ rest \ \ 5 \Rightarrow a - 5 = 36 \cdot C_3 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$a - 3 \in M_8 \cap M_{40} \cap M_{36} = M_{360} \Rightarrow a = 365$ (cel mai mic).

Scanned with OKEN Scanner

13) $\left.\begin{matrix} a:14=C_1 \ \ rest\ \ 7 \\ a\vdots 21 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} a=14\cdot C_1+7 \\ a\vdots 21 \end{matrix}\right\} \Rightarrow a=63$ (cel mai mic).

14) **a)** $(x,\ y)$ și $xy=4500 \Rightarrow [x,\ y]=150 \Rightarrow$

$\Rightarrow (a,\ b)\in\{(1;\ 15);(15;\ 1);(3;\ 5);(5;\ 3)\} \Rightarrow$

$\Rightarrow (x,\ y)\in\{(10;\ 150);(150;\ 10);(30;\ 50);(50;\ 30)\}$

$\Rightarrow (a,\ b)\in\{(1;\ 15);(15;\ 1);(3;\ 5);(5;\ 3)\}$

$\Rightarrow (x,\ y)\in\{(30;\ 150);(150;\ 30)\}$

b) $(x,\ y)=150$ și $[x,\ y]=36 \Rightarrow x\cdot y=216$

$\left.\begin{matrix} x=6a \\ y=6b \\ (a,\ b)=1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} 36ab=216 \Rightarrow ab=6 \\ (a,\ b) \end{matrix}\right\} \Rightarrow (a,\ b)\in\{(1;\ 6);(2;\ 3);(3;\ 2);(6;\ 1)\}$

$\Rightarrow (x,\ y)\in\{(6;\ 36);(12;\ 18);(18;\ 12);(36;\ 6)\}$

c)

$(x,\ y)$ și $xy=4500 \Rightarrow [x,\ y]=150 \Rightarrow$

$\left.\begin{matrix} x=30a \\ y=30b \\ (a,\ b)=1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} 900ab-4500 \Rightarrow ab=5 \\ (a,\ b)=1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow (a,\ b)\in\{(1;\ 5);(5;\ 1)\}$

$\Rightarrow (x,\ y)\in\{(30;\ 150);(150;\ 30)\}$

II. Mulțimea numerelor raționale pozitive

1. Fracții echivalente, fracții ireductibile, forme de scriere a unui număr rațional • $\mathbb{N}\subset\mathbb{Q}$

1) $\frac{6}{14}=\frac{36}{84}=\frac{24}{56}=\frac{63}{147};\ \frac{12}{84}=\frac{13}{81}$

2) $\frac{510^{(30}}{360}=\frac{17}{12};\ \frac{135^{(4}}{180}=\frac{3}{4};\ \frac{24^{(12}}{36}=\frac{2}{3};\ \frac{200^{(100}}{500}=\frac{2}{5};\ \frac{81^{(27}}{27}=3;\ \frac{65^{(30}}{39}=\frac{5}{3}.$

Scanned with OKEN Scanner

3) $B = \left\{\frac{2}{5}; \frac{4}{25}; \frac{3}{32}; \frac{16}{125}; 8\frac{11}{50}; 3\frac{7}{50}; 32\frac{56}{175}; \frac{12}{256}; 8\frac{5}{8}\right\}$

$C = \left\{\frac{8}{21}; \frac{12}{17}; \frac{31}{21}\right\}$ $D = \left\{\frac{1}{6}; \frac{43}{90}; 4\frac{3}{14}; 43\frac{1}{34}\right\}$

2. Adunarea și scăderea numerelor raționale pozitive

1) **a)** $\frac{9}{3}$, **b)** $\frac{60}{15}$, **c)** $\frac{20}{20}$, **d)** $\frac{40}{20}$, **e)** $\frac{1}{4}$, **f)** $\frac{1}{6}$, **g)** $\frac{1}{10}$

2) **a)** $\frac{23}{12}$, **b)** $\frac{7}{10}$, **c)** $\frac{7}{7}$, **d)** $\frac{25}{90}$, **e)** $\frac{181}{18}$, **f)** $\frac{997}{60}$, **g)** $\frac{19}{12}$, **h)** $\frac{31}{18}$, **i)** $\frac{65}{168}$, **j)** $\frac{128}{130}$

3) **a)** $\frac{1}{4}$, **b)** $\frac{1}{12}$, **c)** $\frac{39}{5}$, **d)** 1, **e)** $\frac{41}{20}$, **f)** $\frac{32}{100}$, **g)** $\frac{5}{28}$, **h)** $\frac{37}{20}$, **i)** $\frac{7}{5}$, **j)** $\frac{14}{5}$

4) **a)** 5,6, **b)** 10, **c)** 160, **d)** 6, **e)** 9,4, **f)** $\frac{577}{180}$, **g)** $4\frac{86}{90}$, **h)** $9\frac{1429}{990}$, **i)** $\frac{36}{90}$, **j)** $4\frac{5}{12}$

5) **a)** 14, **b)** $\frac{171}{48}$, **c)** $\frac{26}{48}$, **d)** $\frac{17}{168}$, **e)** $\frac{406}{924}$,

f) 0, **g)** $\frac{2268}{2520}$, **h)** $\frac{269}{408}$, **i)** $\frac{83304}{448000}$, **j)** $\frac{1167}{4224}$

6) **a)** $\frac{41}{35}$, **b)** $\frac{43}{72}$, **c)** $\frac{37}{48}$, **d)** $\frac{23}{15}$, **e)** $\frac{26}{12}$, **f)** $\frac{1547}{1008}$, **g)** $\frac{356}{792}$, **h)** 3,

i) $2\frac{41}{96}$, **j)** $\frac{5}{72}$, **k)** $\frac{95}{40}$, **l)** $\frac{46}{6}$, **m)** $\frac{23}{24}$, **n)** $\frac{47}{48}$, **o)** $17\frac{9}{40}$, **p)** $7\frac{1}{12}$

3. Înmulțirea numerelor raționale pozitive

• Ridicarea la putere a numerelor raționale pozitive

1) **a)** 4, **b)** $\frac{5}{2}$, **c)** $\frac{3}{4}$, **d)** 6, **e)** 2, **f)** 18, **g)** 6, **h)** $\frac{5}{8}$,

i) $\frac{4}{3}$, **j)** $\frac{3}{2}$, **k)** 5, **l)** $\frac{3}{14}$, **m)** $\frac{1}{3}$, **n)** $\frac{2785}{72}$, **o)** $\frac{3}{2}$.

Scanned with OKEN Scanner

2) a) $\frac{1}{9}$, b) $\frac{3}{10}$, c) $\frac{1}{5}$, d) $\frac{2}{5}$, e) $\frac{2}{9}$, f) $\frac{1}{20}$, g) $\frac{1}{6}$, h) $\frac{7}{2}$,

i) 3, j) 1, k) $\frac{51}{4}$, l) $\frac{1}{4}$, m) $\frac{2}{5}$, n) $\frac{5}{32}$, o) $\frac{5}{3}$.

3) a) $\frac{4}{9}$, b) $\frac{343}{512}$, c) $\frac{25}{4}$, d) $\frac{1}{16}$, e) 1, f) $\left(\frac{3}{4}\right)^7$, g) $\left(\frac{1}{2}\right)^7$, h) $\left(\frac{7}{3}\right)^7$,

i) $\frac{25}{49}$, j) $\frac{81}{256}$, k) 1, l) $\frac{9}{121}$, m) $\left(\frac{7}{2}\right)^{12}$, n) $\left(\frac{11}{10}\right)^5$, o) $\left(\frac{9}{2}\right)^{10}$.

4. Împărțirea numerelor raționale pozitive

1) a) $\frac{2}{1}$, b) $\frac{5}{3}$, c) $\frac{7}{4}$, d) $\frac{9}{7}$, e) $\frac{2}{5}$, f) 10, g) $\frac{10}{2}$, h) $\frac{11}{3}$,

i) $\frac{2}{7}$, j) $\frac{9}{4}$, k) $\frac{5}{101}$, l) $\frac{7}{2}$, m) $\frac{101}{1}$, n) $\frac{12}{7}$, o) $\frac{4}{20}$.

2) a) $\frac{3}{2}$, b) 1, c) $\frac{16}{81}$, d) $\frac{10}{7}$, e) $\frac{14}{12}$, f) $\frac{3}{2}$, g) $\frac{3}{2}$, h) $\frac{5}{7}$,

i) $\frac{1}{10}$, j) 10, k) 1, l) 125, m) 1, n) $\frac{56}{9}$, o) $\frac{35}{22}$.

3) a) 8, b) 10, c) 6, d) $\frac{4}{5}$, e) 1, f) 2, g) 2, h) $\frac{2}{101}$,

i) $\frac{32}{11}$, j) $\frac{44}{210}$, k) 1, l) $\frac{1}{2}$, m) $\frac{35}{36}$, n) 1, o) $\frac{20}{3}$.

4) a) $\frac{36}{385}$, b) $\frac{5}{8}$, c) $\frac{8}{3}$, d) $\frac{5}{8}$, e) $\frac{24}{7}$, f) $\frac{5}{18}$.

5. Ordinea efectuării operațiilor

1) a) 0, b) $\frac{4}{9}$, c) 1, d) $\frac{1}{3}$, e) 3, f) 1, g) $\frac{7}{16}$, h) 1, i) 2, j) 3.

2) a) $\frac{45}{210}$, b) $\frac{128}{625}$, c) 6, d) $\frac{2}{3}$, e) $\frac{1}{8}$, f) $\frac{6031}{3444}$, g) 1, h) $\frac{21}{5}$, i) $\frac{2}{3}$, j) 1

Scanned with OKEN Scanner

Scanned with OKEN Scanner

3) a) $\frac{1}{2}$, b) $\frac{8}{5}$, c) 9, d) $\frac{578}{63}$, e) $\frac{15}{18}$, f) 3, g) 3, h) $\frac{1}{5}$, i) $\frac{5}{14}$, j) $\frac{52}{9}$.

4) a) $\frac{7}{12}$, b) $\frac{1}{2}$, c) $\frac{24}{7}$, d) $\frac{1}{3}$, e) $\frac{4}{9}$, f) $\frac{5}{8}$, g) 8, h) $\frac{22}{7}$, i) $\frac{29}{30}$, j) $\frac{143}{315}$

. k) $\frac{41}{18}$, l) $\frac{18}{12}$, m) $\frac{9}{28}$, n) $\frac{1}{2}$, o) $\frac{1}{2}$, p) 0, r) $\frac{37}{16}$, s) 1, t) $\frac{5}{2}$, u) $\frac{61}{30}$, v) $\frac{17}{3}$

5) a) $\frac{11}{4}$, b) $0,6$, c) $\frac{39}{4}$, d) $\frac{43}{100}$, e) $\frac{25}{4}$, f) 0, g) $\frac{42}{9}$, h) 1,

i) $\frac{1}{4}$, j) $\frac{1}{8}$, k) $\frac{15}{10}$, l) $\frac{11}{4}$, m) $\frac{21}{5}$, n) $\frac{615}{90}$, o) 4.

6. Media aritmetică ponderată

1) a) $M_p = \frac{5\cdot 2+7\cdot 3+9\cdot 6}{2+3+6} = \frac{10+21+54}{11} = \frac{85}{11}$

b) $M_p = \frac{1\cdot 3+2\cdot 2+5\cdot 4}{3+2+4} = \frac{27}{9} = 3$ c) $M_p = \frac{2\cdot 14+7\cdot 9}{14+9} = \frac{91}{23}$

d) $M_p = \frac{1\cdot\frac{1}{2}+5\cdot\frac{1}{5}+7\cdot\frac{1}{7}+9\cdot\frac{1}{9}}{\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}+\frac{1}{9}} = \frac{\frac{7}{2}}{\frac{601}{630}} = \frac{2205}{601}$

e) $M_p = \frac{0,1\cdot 10+0,2\cdot 20+0,3\cdot 10+0,4\cdot 20+0,5\cdot 10}{70} = \frac{1+4+3+8+5}{70} = \frac{21}{70}$

f) $M_p = \frac{\frac{1}{3}\cdot 9+\frac{1}{6}\cdot 12+\frac{1}{9}\cdot 27}{9+12+27} = \frac{8}{48}$

g) $M_p = \frac{\frac{4}{18}\cdot 36+\frac{5}{12}\cdot 72+\frac{7}{10}\cdot 108+\frac{11}{2}\cdot 144}{36+72+108+144} = \frac{905,6}{360} = 2,51(5)$

h) $M_p = \dfrac{\frac{3}{9}\cdot 6+\frac{6}{9}\cdot 9+\frac{4}{9}\cdot 9+\frac{12}{99}\cdot 33+\frac{21}{99}\cdot 66}{6+9+9+33+66} = \dfrac{30}{132}$

i) $M_p = \dfrac{0{,}1\cdot 10+0{,}01\cdot 10^2+0{,}001\cdot 10^3+0{,}0001\cdot 10^4}{10+10^2+10^3+10^4} = \dfrac{4}{11110}$

j) $M_p = \dfrac{10\cdot 0{,}1+10^2\cdot 0{,}01+10^3\cdot 0{,}001+10^4\cdot 0{,}0001}{0{,}1+0{,}01+0{,}001+0{,}0001} = \dfrac{4}{0{,}1111} = 36,\overline{(0036)}$

2) **a)** 8,25, **b)** 9,5, **c)** 5,15, **d)** 4,6, **e)** 9,35, **f)** 4,25, **g)** 9,6, **h)** 9,35.

7. Ecuații și probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor

1) **a)** $x=\frac{1}{4}$, **b)** $x=1$, **c)** $x=\frac{11}{7}$, **d)** $x=5$, **e)** $x=0$, **f)** $x=\frac{9}{2}$, **g)** $x=19$,

h) $x=\frac{41}{10}$, **i)** $x=37$, **j)** $x=\frac{100}{13}$, **k)** $x=\frac{13}{12}$, **l)** $x=\frac{7}{4}$, **m)** $x=\frac{5}{6}$,

n) $x=\frac{2}{3}$, **o)** $x=\frac{13}{4}$.

2) **a)** $x=1$, **b)** $x=1$, **c)** $x=1$, **d)** $x=\frac{1}{2}$, **e)** $x=\frac{1}{7}$, **f)** $x=\frac{10}{48}$, **g)** $x=\frac{22}{70}$,

h) $x=\frac{7}{11}$, **i)** $x=\frac{10}{7}$, **j)** $x=\frac{21}{9}$, **k)** $x=\frac{5}{7}$, **l)** $x=\frac{50}{63}$, **m)** $x=\frac{3}{45}$,

n) $x=25$, **o)** $x=2\frac{33}{90}$.

3) **a)** $x=1$, **b)** $x=13$, **c)** $x=0$, **d)** $x=\frac{96}{5}$, **e)** $x=\frac{120}{7}$, **f)** $x=\frac{90}{13}$,

g) $x=5$, **h)** $x=14$, **i)** $x=\frac{3}{2}$, **j)** $x=\frac{1}{10}$, **k)** $x=\frac{2}{7}$, **l)** $x=1$,

m) $x=9$, **n)** $x=\frac{16}{6}$, **o)** $x=986$.

4) Notăm numerele cu a, b și c. Avem:

$$M_a = \frac{a+b+c}{3} = 2,\overline{(4)} \Rightarrow a+b+c = 2,\overline{(4)}\cdot 3 = 2\frac{4}{9}\cdot 3 = \frac{22}{9}\cdot 3 = \frac{22}{3}$$

Scanned with OKEN Scanner

5) Notăm numerele cu a, b și c. Avem:

$$M_a = \frac{a+b+c}{3} = 2,4 \Rightarrow a+b+c = 2,4 \cdot 3 = 7,2. \text{ Cum } a+b = 1,3 \Rightarrow c = 5,9$$

6) Notăm cu x lungimea drumului. După ce a parcurs $\frac{1}{5}$ din drum, mai are de parcurs $\frac{4x}{5} = 20 \Rightarrow x = 25$ km .

7) Notăm cu x suma.

a) Cele 3 sume cheltuite sunt $\frac{x}{2}$; $\frac{3x}{9}$ și $\frac{x}{6}$. Cel mai mult cheltuiește în prima zi, deoarece $\frac{x}{2}$ este cel mai mare.

b) $\frac{3x}{9} + \frac{x}{6} = \frac{3x}{6} = \frac{x}{2} \Rightarrow$ sumele cheltuite în a doua și a treia zi împreună sunt egale cu suma cheltuită în prima zi.

c) $\frac{x}{6} = 12 \Rightarrow x = 72$ lei.

8) **a)** Notăm cu x distanța. În prima zi merge $\frac{x}{4}$, în a doua zi merge $\frac{1}{4} \cdot \left(x - \frac{x}{4}\right) = \frac{1}{4} \cdot \frac{3x}{16} = \frac{3x}{16}$, în a treia zi merge $\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{3x}{4} - \frac{3x}{16}\right) = \frac{1}{4} \cdot \frac{9x}{16} = \frac{9x}{64}$

$$\overset{16)}{\frac{x}{4}} + \overset{4)}{\frac{3x}{16}} + \frac{9x}{64} + \overset{64)}{27} = \overset{64)}{x} \Rightarrow 37x + 1728 = 64x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 27x = 1728 \Rightarrow x = 64$$

b) În prima zi a mers 16 km. În a doua zi a mers 12 km. În a treia zi a mers 9 km. Deci cel mai mult a mers în a patra zi, 27 km.

c) 12 km.

9) Notăm cu x lungimea drumului.

Scanned with OKEN Scanner

$$x-\left(\frac{3x}{4}+1\right)=\frac{1}{5}\cdot\frac{3x}{4}$$

$$^{20)}x-\ ^{5)}\frac{3x}{4}-\ ^{20)}1=\frac{3x}{20}$$

$$20x-15x-20=3x$$

$$2x=20$$

$$x=10$$

10) Notăm cu a și $a+1$ cele două numere.

$$\frac{7}{8}\cdot a+\frac{5}{6}\cdot(a+1)=\frac{146}{3}\Rightarrow 21a+20a+20=1168\Rightarrow$$

$\Rightarrow 41a=1148\Rightarrow a=28$. Numerele sunt 28 și 29.

III. Rapoarte și proporții

1. Rapoarte, procente

1) **a)** $\frac{2}{3}$, **b)** $\frac{39}{50}$, **c)** $\frac{33}{212}$, **d)** $\frac{14}{26}$, **e)** $\frac{4}{7}$, **f)** $\frac{10}{16}$, **g)** $\frac{4}{3}$, **h)** $\frac{10}{98}$, **i)** $\frac{10}{58}$,

j) $\frac{74}{81}$, **k)** $\frac{9}{7}$, **l)** 10, **m)** $\frac{29}{3}$, **n)** $\frac{8}{63}$, **o)** $\frac{12}{50}$.

2) **a)** $\frac{5}{14}$, **b)** $\frac{5}{50}$, **c)** $\frac{10}{7}$, **d)** 5, **e)** $\frac{3}{14}$, **f)** $\frac{49}{18}$, **g)** $\frac{94}{63}$, **h)** $\frac{5}{9}$, **i)** $\frac{9}{10}$,

j) $\frac{90}{7}$, **k)** $\frac{14}{9}$, **l)** $\frac{2}{63}$, **m)** $\frac{5}{18}$, **n)** $\frac{7}{36}$, **o)** $\frac{18}{7}$.

3) **a)** 50%, **b)** 75%, **c)** 20%, **d)** 35%, **e)** 10%, **f)** 2%,
g) 175%, **h)** 36%, **i)** 60%, **j)** 110%, **k)** 200%, **l)** 450%.

4) **a)** 8; **b)** $\frac{2}{63}$; **c)** 200,4; **d)** 60; **e)** 120; **f)** 25,2; **g)** 1,208; **h)** 6; **i)** 3,465.

2. Proporții • Proprietatea fundamentală a proporțiilor • Aflarea unui termen necunoscut al unei proporții

1) **a)** $3\cdot 15=9\cdot 5$ "A" **f)** $10\cdot 4{,}5=9\cdot 5$ "A" **k)** $9{,}1\cdot 1{,}1(3)=3{,}(2)\cdot 2{,}7$ "F"

Scanned with OKEN Scanner

b) $7\cdot 20 = 14\cdot 10$ "A" **g)** $32\cdot 6{,}75 = 8\cdot 27$ "A" **l)** $5\cdot 1{,}(3) = \frac{20}{3}$ "A"

c) $10\cdot 9 = 30\cdot 3$ "A" **h)** $1\cdot 15 = 3\cdot 5$ "A" **m)** $0{,}3\cdot 15 = 10$ "F"

d) $1\cdot 8 = 1\cdot 7$ "F" **i)** $7\cdot 1{,}5 = 3{,}5\cdot 3$ "A" **n)** $4{,}3\cdot 10 = 8{,}6\cdot 20$ "A"

e) $7\cdot 1 = 2\cdot 3{,}5$ "A" **j)** $2\cdot 8 = 3\cdot 7$ "F" **o)** $7{,}5\cdot 26{,}6 = 200$ "F"

2) **a)** $x = 5$ **d)** $t = 9$ **g)** $x = 2$ **j)** $x = 140$ **m)** $x = 108$

b) $y = 3$ **e)** $a = 10$ **h)** $x = 3$ **k)** $x = 0{,}0625$ **n)** $x = 400$

c) $z = 15$ **f)** $a = 6$ **i)** $x = 1$ **l)** $x = 108$ **o)** $x = 315$

3) **a)** $x = 0{,}1$ **d)** $x = 5$ **g)** $x = 43{,}2$ **j)** $x = \frac{27}{5}$ **m)** $x = 108$

b) $x = 3$ **e)** $x = 63$ **h)** $x = \frac{60}{9}$ **k)** $x = \frac{15}{12}$ **n)** $x = 36$

c) $x = 1{,}5$ **f)** $x = 6$ **i)** $x = \frac{3}{4}$ **l)** $x = \frac{5}{4}$ **o)** $x = 75$

3. Proporții derivate

1) **a)** $\frac{3}{2} = \frac{15}{10}$ **f)** $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ **k)** $\frac{x+y}{y} = \frac{5}{3}$

b) $\frac{10}{6} = \frac{100}{60}$ **g)** $\frac{x+y+z}{z} = \frac{t+u+v}{v}$ **l)** $\frac{x+y}{y+1} = \frac{c+d+1}{d+3}$

c) $\frac{29}{18} = \frac{58}{36}$ **h)** $\frac{2a-b}{a-b} = \frac{2c-d}{c-d}$ **m)** $\frac{a+b}{b} = \frac{12}{5}$

d) $\frac{1}{4} = \frac{20}{80}$ **i)** $\frac{b+a}{a} = \frac{d+c}{c}$ **n)** $\frac{a+7}{7} = \frac{b+5}{5}$

e) $\frac{5}{4} = \frac{100}{80}$ **j)** $\frac{a+b+3}{b+1} = \frac{c+d+3}{d}$ **o)** $\frac{a+1}{9} = \frac{b+3}{7}$

2) **a)** $\frac{1}{3} = \frac{5}{15}$ **f)** $\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$ **k)** $\frac{x}{x+y} = \frac{2}{5}$

Scanned with OKEN Scanner

b) $\frac{4}{10}=\frac{40}{100}$ **g)** $\frac{x+y}{x+y+z}=\frac{t+u}{t+u+v}$ **l)** $\frac{x-1}{x+y}=\frac{c-2}{c+d+1}$

c) $\frac{11}{29}=\frac{22}{58}$ **h)** $\frac{a}{2a-b}=\frac{c}{2c-d}$ **m)** $\frac{a}{a+b}=\frac{7}{12}$

d) $\frac{1}{5}=\frac{20}{100}$ **i)** $\frac{b}{a+b}=\frac{d}{c+d}$ **n)** $\frac{a}{a+7}=\frac{b}{b+5}$

e) $\frac{1}{10}=\frac{11}{110}$ **j)** $\frac{a+2}{a+b+3}=\frac{c+3}{c+d+3}$ **o)** $\frac{a-8}{a+1}=\frac{b-4}{b+3}$

3) **a)** $\frac{1}{2}=\frac{5}{10}=\frac{6}{12}$ **i)** $\frac{b}{a}=\frac{d}{c}=\frac{b+d}{a+c}$

b) $\frac{4}{6}=\frac{40}{60}=\frac{44}{66}$ **j)** $\frac{a+2}{b+1}=\frac{c+3}{d}=\frac{a+c+5}{b+d+1}$

c) $\frac{11}{18}=\frac{22}{36}=\frac{33}{54}$ **k)** $\frac{x}{y}=\frac{2}{3}=\frac{x+2}{y+3}$

d) $\frac{1}{4}=\frac{20}{80}=\frac{21}{84}$ **l)** $\frac{x-1}{y+1}=\frac{c-2}{d+3}=\frac{x+c-3}{y+d+4}$

e) $\frac{1}{9}=\frac{11}{99}=\frac{12}{108}$ **m)** $\frac{a}{b}=\frac{7}{5}=\frac{a+7}{b+5}$

f) $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{a+c}{b+d}$ **n)** $\frac{a}{7}=\frac{b}{5}=\frac{a+b}{12}$

g) $\frac{x+y}{z}=\frac{t+u}{v}=\frac{x+y+t+u}{z+v}$ **o)** $\frac{a-8}{9}=\frac{b-4}{7}=\frac{a+b-12}{16}$

h) $\frac{a}{a-b}=\frac{c}{c-d}=\frac{a+c}{a+c-b-d}$

4) **a)** $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{x+y}{5}=\frac{50}{5}\Rightarrow x=20$ și $y=30$

b) $\frac{x}{7}=\frac{y}{5}=\frac{x-y}{2}=\frac{20}{2}\Rightarrow x=70$ și $y=50$

c) $\frac{2x}{3}=\frac{3y}{5}=\frac{2x+3y}{8}=\frac{32}{8}\Rightarrow x=6$ și $y=\frac{20}{3}$

Scanned with OKEN Scanner

d) $\frac{3x}{5}=\frac{2y}{3}=\frac{3x-2y}{2}=\frac{14}{2}\Rightarrow x=\frac{35}{3}$ și $y=\frac{21}{2}$

e) $\frac{x}{7}=\frac{y}{8}=\frac{y-x}{8-7}=\frac{2}{1}\Rightarrow x=14$ și $y=16$

f) $\frac{x}{4}=\frac{y}{3}=\frac{x+y}{7}=\frac{21}{7}\Rightarrow x=12$ și $y=9$

g) $\frac{3x}{2}=\frac{4y}{5}=\frac{3x+4y}{7}=\frac{14}{7}\Rightarrow x=\frac{4}{3}$ și $y=\frac{5}{2}$

h) $\frac{2}{x}=\frac{5}{y}=\frac{7}{x+y}=\frac{7}{7}\Rightarrow x=2$ și $y=5$

i) $\frac{4}{3x}=\frac{3}{2y}=\frac{4-3}{3x-2y}=\frac{1}{2}\Rightarrow x=\frac{8}{2}$ și $y=3$

j) $\frac{3}{2x}=\frac{5}{y}=\frac{3+5}{2x+y}=\frac{8}{4}\Rightarrow x=\frac{3}{4}$ și $y=\frac{5}{2}$

4. Mărimi direct proporționale, mărimi invers proporționale

1) $\frac{a}{5}=\frac{b}{7}=\frac{a+b}{5+7}=\frac{240}{12}=20\Rightarrow a=100$ și $b=140$

2) $\frac{a}{5}=\frac{b}{7}=\frac{b-a}{7-5}=\frac{12}{2}=6\Rightarrow a=30$ și $b=42$

3) $\frac{a}{5}=\frac{b}{7}=\frac{a+b}{12}$

Cum $\frac{a+b}{2}=36\Rightarrow a+b=72\Rightarrow \frac{a}{5}=\frac{b}{7}=\frac{72}{12}=6\Rightarrow a=30$ și $b=42$

4) $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{4}=\frac{x+y+z}{2+3+4}=\frac{18}{9}=2\Rightarrow x=4;\ y=6$ și $z=8$

5) $\frac{x+y+z}{3}=30\Rightarrow x+y+z=90$

$\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{4}=\frac{x+y+z}{2+3+4}=\frac{90}{9}=10\Rightarrow x=20;\ y=30$ și $z=40$

Scanned with OKEN Scanner

6) $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{4};\ \frac{y+z}{2}=60\Rightarrow x+z=120$

$\frac{x}{2}=\frac{z}{4}=\frac{x+z}{2+4}=\frac{120}{6}=20\Rightarrow x=40;\ z=80;\ y=60$

7) Notăm cu a, b și c cele trei părți

$a+b+c=120$ și $\frac{a}{2}=\frac{b}{4}=\frac{c}{6}=\frac{a+b+c}{12}=\frac{120}{12}=10$

$\Rightarrow a=20;\ b=40;\ c=60$

8) $a-b=50$ și $\frac{a}{7}=\frac{b}{2}=\frac{a-b}{7-2}=\frac{50}{5}=10\Rightarrow a=70$ și $b=20$

9) Avem $\frac{a}{15}=\frac{b}{4}=k\Rightarrow a=15k$ și $b=4k$.

Cum $a\cdot b=540\Rightarrow 15k\cdot 4k=540\Rightarrow$

$\Rightarrow 60k^2=540\Rightarrow k^2=9\Rightarrow k=3\Rightarrow a=45$ și $b=12$

10) Cum $a+b=3600$ și $\frac{a}{12}=\frac{b}{24}=\frac{a+b}{36}=\frac{3600}{36}=100\Rightarrow a=1200$ și $b=2400$.

11) $\frac{a}{\frac{1}{2}}=\frac{b}{\frac{1}{3}}=\frac{c}{\frac{1}{6}}=\frac{a+b+c}{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}}=\frac{14}{1}=14\Rightarrow$

$a=\frac{1}{2}\cdot 14=7;\ b=\frac{1}{3}\cdot 14=\frac{14}{3};\ c=\frac{1}{6}\cdot 14=\frac{7}{3}$

12) $a=\frac{1}{5}=b\cdot\frac{1}{7}=\frac{a+b}{5+7}=\frac{240}{12}=20\Rightarrow a=100$ și $b=140$.

13) $a=\frac{1}{5}=b\cdot\frac{1}{7}=\frac{b-a}{2}=\frac{12}{2}=6\Rightarrow a=30$ și $b=42$.

14) **a)** $a=\frac{1}{5}=b\cdot\frac{1}{7}\Rightarrow a<b$

b) $\frac{a+b}{2}=36\Rightarrow a+b=72\Rightarrow\frac{a}{5}=\frac{b}{7}=\frac{a+b}{12}=\frac{72}{12}\Rightarrow a=30$ și $b=42$.

15) $x\cdot\frac{1}{2}=y\cdot\frac{1}{3}=z\cdot\frac{1}{4}=\frac{x+y+z}{2+3+4}=\frac{18}{9}=2\Rightarrow$

$\Rightarrow x=4;\ y=6$ și $z=8$.

Scanned with OKEN Scanner

16) $a\cdot 2 = b\cdot 3 = c\cdot 8 \overset{not}{=} k \Rightarrow a = \frac{k}{2};\ b = \frac{k}{3};\ c = \frac{k}{8}$

a) $a + b = \frac{k}{2} + \frac{k}{3} = \frac{5k}{6} = \frac{20k}{24}$. Cum $c = \frac{3k}{24} \Rightarrow a + b > c$

b) $2a + 3b + 8c = 24 \Rightarrow 2\cdot\frac{k}{2} + 3\cdot\frac{k}{3} + 8\cdot\frac{k}{8} = 24 \Rightarrow 3k = 24$

$\Rightarrow k = 8 \Rightarrow a = 4;\ b = \frac{8}{3};\ c = 1.$

17) $a\cdot 8 = b\cdot 7 = c\cdot 10 \overset{not}{=} k \Rightarrow a = \frac{k}{8};\ b = \frac{k}{7};\ c = \frac{k}{10}.$

a) Numărul cel mai mic este c.

b) $8a + 7b - 10c = 45 \Rightarrow k + k - k = 45 \Rightarrow k = 45 \Rightarrow a = \frac{45}{8};\ b = \frac{45}{7};\ c = \frac{45}{10}.$

c) $M_a = \frac{a+b+c}{3} = \frac{\frac{45}{8} + \frac{45}{7} + \frac{45}{10}}{3} = \frac{309}{56}$

18) Notăm cu x, y și z cele trei părți. Avem $x + y + z = 6{,}37$ și

$x\cdot 1{,}(3) = y\cdot 2{,}5 = z\cdot\frac{10}{13} = k \Rightarrow x = \frac{k}{1{,}(3)} = \frac{k}{1\frac{1}{3}} = \frac{3k}{4}$

$y = \frac{k}{2{,}5} = \frac{10k}{25};\ z = \frac{13k}{10}$, de unde $\frac{^{25)}3k}{4} + \frac{^{4)}10k}{25} + \frac{^{10)}13k}{10} = {}^{100)}6{,}37$

$\Rightarrow 75k + 340k + 130k = 637 \Rightarrow 545k = 637 \Rightarrow k = \frac{637}{545} \Rightarrow$

$\Rightarrow x = \frac{1911}{2180};\ y = \frac{6370}{13625};\ z = \frac{8281}{5450}$

19) Notăm cu x, y și z cele trei părți. Avem $x + y + z = 609$ și

$x\cdot 2 = y\cdot 5 = z\cdot 11 \overset{not}{=} k \Rightarrow x = \frac{k}{2};\ y = \frac{k}{5};\ z = \frac{k}{11}$, de unde

$\frac{k}{2} + \frac{k}{5} + \frac{k}{11} = 609 \Rightarrow 55k + 22k + 10k = 66990 \Rightarrow 87k = 66990$

$\Rightarrow k = 770 \Rightarrow x = 385;\ y = 154;\ z = 70.$

Scanned with OKEN Scanner

20) $a\cdot 3 = b\cdot 5 \overset{not}{=} c\cdot 11 = k \Rightarrow a = \frac{k}{3};\ b = \frac{k}{5};\ c = \frac{k}{11}$

$3a + 5b = k + k = 60 \Rightarrow k = 30 \Rightarrow a = 10;\ b = 6;\ c = \frac{30}{11}.$

21) $x\cdot 3 = y\cdot 5 \overset{not}{=} k \Rightarrow x = \frac{k}{3};\ y = \frac{k}{5}$

$M_a = \frac{x+y}{2} = \frac{\frac{k}{3}+\frac{k}{5}}{2} = \frac{8k}{15\cdot 2} = \frac{4k}{15} = 3{,}5 \Rightarrow k = 13{,}125 \Rightarrow$

$\Rightarrow x = 4{,}375;\ y = 2{,}625.$

22) $x\cdot 7 = y\cdot 4 \overset{not}{=} k \Rightarrow x = \frac{k}{7};\ y = \frac{k}{4}$

$y = x + 0{,}3 \Rightarrow \frac{k}{4} = \frac{k}{7} + 0{,}3 \Rightarrow 7k = 4k + 8{,}4 \Rightarrow 3k = 8{,}4$

$\Rightarrow k = 2{,}8 \Rightarrow x = 0{,}4;\ y = 0{,}7.$

23) $2\cdot 6 = 3\cdot b = a\cdot 1 \Rightarrow a = 12;\ b = 4.$

5. Regula de 3 simplă

1) 5 kg ..... 12 lei

10 kg x

Mărimi direct proporționale $\Rightarrow x = \frac{10\cdot 12}{5} = 24$ lei

2) 100 kg grâu ..... 80 kg făină

150 kg grâu x

Mărimi direct proporționale $\Rightarrow x = \frac{150\cdot 80}{100} = 120$ kg

3) 20 kg mere ..... 12 l nectar

x kg mere ..... 21 l nectar

Mărimi direct proporționale $\Rightarrow x = \frac{20\cdot 21}{12} = 35$ kg

4) 20 costume ..... 50 m

16 costume x

Scanned with OKEN Scanner

Mărimi direct proporționale $\Rightarrow x = \frac{16 \cdot 50}{20} = 40$ m

5) 4 bluze ..... 500 lei

7 bluze x

Mărimi direct proporționale $\Rightarrow x = \frac{7 \cdot 500}{4} = 875$ lei

6) 15 l ..... 1,5 kg

50 l x

Mărimi direct proporționale $\Rightarrow x = 5$ kg

7) 50 rotații ..... 4 min

x rotații ..... 10 min

Mărimi direct proporționale $\Rightarrow x = \frac{50 \cdot 10}{4} = 125$ rotații

8) 30 min ..... 200 kcal

50 min x

Mărimi direct proporționale $\Rightarrow x = \frac{50 \cdot 200}{30} = 333,\left(3\right)$ kcal

9) 6 muncitori ..... 9 h

2 muncitori x

Mărimi direct proporționale $\Rightarrow x = \frac{6 \cdot 9}{2} = 27$ h

10) 5 robinete ..... 10 h

2 robinete x

Mărimi direct proporționale $\Rightarrow x = \frac{5 \cdot 10}{2} = 25$ h

11) 15 lucrători ..... 1 zi

x lucrători ..... 5 zi

Mărimi direct proporționale $\Rightarrow x = \frac{15 \cdot 1}{5} = 3$ lucrători

12) 3 robinete ..... 12 h

x ..... 6 h

Mărimi direct proporționale $\Rightarrow x = \frac{3 \cdot 12}{6} = 6$ robinete

Scanned with OKEN Scanner

13) 60 km/h ..... 3 h
90 km/h x

Mărimi direct proporționale $\Rightarrow x = \frac{60 \cdot 3}{90} = 2$ h

14) 3 muncitori ..... 6 zile
6 muncitori ..... x zile

Mărimi direct proporționale $\Rightarrow x = \frac{3 \cdot 6}{6} = 3$ zile

6. Probabilități și alte rapoarte speciale

1) $\frac{1}{6}$, **2)** $\frac{14}{26}$) **3)** $\frac{14}{24}$.

4) **a)** $\frac{7}{15}$, **b)** $\frac{7}{15}$, **c)** $\frac{3}{15}$, **d)** $\frac{5}{15}$, **e)** $\frac{7}{15}$.

5) **a)** $0{,}450 \cdot 520 = 234$ g) **b)** $0{,}8 \cdot \text{masa} = 240 \Rightarrow \text{masa} = 300$ g.

6) **a)** $0{,}08 \cdot 900 = 72$ g) **b)** $x \cdot 0{,}10 = 60 \Rightarrow x = 600$.

7) **a)** $96 \cdot \frac{1}{800000} = 0{,}00012$ km $= 12$ cm.

b) distanța $\cdot \frac{1}{2\ 500\ 000} = 8$ cm $\Rightarrow$ distanța $= 20\ 000\ 000$ cm $= 200$ km.

8) **a)** Notăm cu x prețul înainte de reducere. După ce s-a scumpit cu 20%, a devenit $\frac{80}{100} \cdot x = 104 \Rightarrow x = 130$ lei.

b) Notăm cu x prețul înainte de reducere. După ce s-a scumpit cu 10%, a devenit $\frac{110}{100} \cdot x = 660$ lei $\Rightarrow x = 600$ lei.

Scanned with OKEN Scanner

c) După prima reducere: $200 \cdot \frac{90}{100} = 180$ lei;

După a doua reducere: $180 \cdot \frac{90}{100} = 162$ lei.

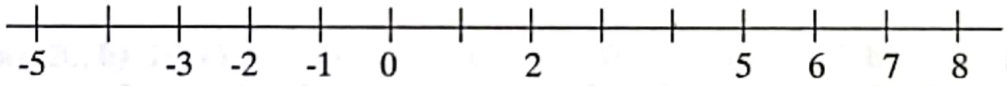
IV. Numere întregi

1. Mulțimea numere întregi, opusul unui numărului întreg, reprezentarea pe axă, valoarea absolută a unui număr întreg, compararea și ordonarea numerelor întregi

1) $-7; 0; -2\,011; -105; -123; -4\,007; -201; -29; -1; -7.$

2) $7; 0; -109; 123; -407; 201; 29; 1; -9.$

3)



4) $|-5| = 5$, $|-9| = 9$, $|2011| = 2011$, $|0| = 0$, $|105| = 105$, $|-123| = 123$, $|4| = 4$,

$|9| = 9$, $|-21| = 21$, $|205| = 205$, $|-169| = 169$, $|-25| = 25$, $|408| = 408$, $|501| = 501$,

$|-15| = 15$, $|-30| = 30$, $|2001| = 2001$, $|3| = 3$, $|-1| = 1$, $|1010| = 1010$.

5)

x	3	–5	7	–11	20	0	25	–100	–201	305	–307	109
$\|x\|$	3	5	7	11	20	0	25	100	201	305	307	109
$-x$	–3	5	–7	11	–20	0	–25	100	201	–305	307	–109

6) $-407; -50; -29; -7; -5; 0; 2; 28; 30; 101; 201.$

7) $400; 180; 106; 75; 47; 30; 29; 0; -65; -500.$

8) **a)** F, **b)** A, **c)** A, **d)** F, **e)** A, **f)** A, **g)** A, **h)** A, **i)** A, **j)** A, **k)** A, **l)** A, **m)** A, **n)** A, **o)** A, **p)** A, **r)** F, **s)** A, **t)** F, **u)** A.

Scanned with OKEN Scanner

9) **a)** $A=\{-2;\ -1;\ 0;\ 1;\ 2\}$ **f)** $F=\{0\}$

b) $B=\{0;\ 1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5\}$ **g)** $G=\{-1;\ 1\}$

c) $C=\{-2;\ -1;\ 0;\ 1;\ 2\}$ **h)** $H=\{3;\ 4;\ 5;\ 6...\}$

d) $D=\{-3;\ -2;\ -1\}$ **i)** $I=\{-4;\ -5;\ -5;\ -6;...\}$

e) $E=\{-1;\ 0;\ 1\}$ **j)** $J=\{-4;\ -3;\ -2;\ -1;\ 0;\ 1;\ 2\}$

10) **a)** -99; **b)** 99; **c)** 0; **d)** 0; **e)** -5; **f)** 3; **g)** -20; **h)** 0; **i)** 1; **j)** $x\le|x|,\ \forall x\in\mathbb{Z}$.

11)

a) $-5<7$	**f)** $-20>-21$	**k)** $\lvert-4\rvert>-7$	**p)** $29>-29$
b) $-7>-9$	**g)** $17<18$	**l)** $0>-\lvert-20\rvert$	**r)** $0=\lvert0\rvert$
c) $20>0$	**h)** $-100<\lvert-100\rvert$	**m)** $17>-\lvert-17\rvert$	**s)** $-8<40$
d) $\lvert-2\rvert=20$	**i)** $0<\lvert-5\rvert$	**n)** $-17=-\lvert-17\rvert$	**t)** $-9<15$
e) $\lvert-100\rvert>0$	**j)** $\lvert-5\rvert>\lvert+3\rvert$	**o)** $108<801$	**u)** $7>6$.

12) **a)** -4; **b)** 2.

2. Adunarea și scăderea numerelor întregi

1)

a) $-3+(-5)=-8$	**f)** 9	**k)** 11	**p)** 20
b) $-7-(-5)=-7+5=-2$	**g)** 13	**l)** 3	**r)** 0
c) $3-9=-2$	**h)** -16	**m)** -5	**s)** 40
d) $2-3=-1$	**i)** -50	**n)** 1	**t)** 40
e) $5+(-3)=2$	**j)** 31	**o)** -11	**u)** -20

2) **a)** $-4+(-3)+(-2)+(-1)+0+1+2+3=-4$;

b) $-4+(-3)+(-2)+(-1)+0+1+2+3+4=0$;

c) $-2010+(-2009)+...+(-1)+0+1+...+2009+2010=0$;

d) $x-|x|=0,\ \forall x\in\mathbb{N}$; **e)** $x-|x|=x-x=0,\ \forall x\in\mathbb{Z}-\mathbb{N}$.

3) **a)** -3; **b)** 0; **c)** -10; **d)** 0; **e)** 10; **f)** 0; **g)** 0; **h)** 0; **i)** -14; **j)** 0.

4) **a)** -27; **b)** 50; **c)** 0; **d)** 0; **e)** 7; **f)** -3; **g)** 0; **h)** 93.

Scanned with OKEN Scanner

5) **a)** 58; **b)** –30; **c)** 29; **d)** 6; **e)** –10; **f)** –9; **g)** –900; **h)** 15; **i)** –30; **j)** 11; **k)** 57; **l)** 25; **m)** –6; **n)** 2; **o)** 0.

6) **a)** $-98+25=-72$; **b)** $-98-98=-196$; **c)** $-999+99=-900$; **d)** 0.

7) **a)** 11; **b)** 6; **c)** 1; **d)** –3; **e)** 8; **f)** 1; **g)** 0; **h)** 0; **i)** 5; **j)** 31; **k)** –28; **l)** –7; **m)** 0; **n)** 0; **o)** –14; **p)** –30; **r)** –2; **s)** –3.

8) **a)** 7; **b)** –13; **c)** 13; **d)** –23; **e)** –23; **f)** 7; **g)** 0; **h)** –2; **i)** 4; **j)** –7; **k)** –65; **l)** 0; **m)** –80; **n)** –18; **o)** –20; **p)** 3; **r)** –3; **s)** –3; **t)** 3; **u)** –3; **v)** 3.

3. Înmulțirea și împărțirea numerelor întregi

1) **a)** 2; **b)** –2; **c)** –3; **d)** 11; **e)** –18; **f)** –31; **g)** 0; **h)** 14; **i)** 0; **j)** –9; **k)** –28; **l)** –15; **m)** 315; **n)** 0; **o)** 0.

2) **a)** 15; **b)** –15; **c)** –15; **d)** 15; **e)** 0; **f)** 0; **g)** –19; **h)** –200; **i)** 100; **j)** 14; **k)** –63; **l)** –132; **m)** 518; **n)** 0; **o)** 441.

3) **a)** 20; **b)** 20; **c)** –390; **d)** –390; **e)** –182; **f)** –180; **g)** 2397; **h)** 2397; **i)** 0; **j)** 100; **k)** 351; **l)** 351; **m)** –6; **n)** –14; **o)** –28.

4) **a)** –30; **b)** 80; **c)** –24; **d)** –30; **e)** –6; **f)** 0; **g)** 0; **h)** –600; **i)** 0; **j)** 0; **k)** –100; **l)** –50; **m)** 0; **n)** 0.

4. Multiplii și divizorii unui număr întreg

1) $D_{15}=\{\pm1;\ \pm3;\ \pm5;\ \pm15;\}$; $D_{6}=\{\pm1;\ \pm2;\ \pm3;\ \pm6;\}$;

$D_{24}=\{\pm1;\ \pm2;\ \pm3;\ \pm4;\ \pm6;\ \pm12;\ \pm24;\}$; $D_{-5}=\{\pm1;\ \pm5\}$;

$D_{-18}=\{\pm1;\ \pm2;\ \pm3;\ \pm6;\ \pm9;\ \pm18\}$; $D_{17}=\{\pm1;\ \pm17\}$; $D_{11}=\{\pm1;\ \pm11\}$;

$D_{26}=\{\pm1;\ \pm2;\ \pm13;\ \pm26\}$; $D_{-10}=\{\pm1;\ \pm2;\ \pm5;\ \pm10\}$;

$D_{20}=\{\pm1;\ \pm2;\ \pm4;\ \pm5;\ \pm10;\ \pm20;\}$;

2) $2 \rightarrow -10;\ 0;\ -2;\ 4;\ -6;$

$-2 \rightarrow -9;\ -6;\ 6;\ 0;\ 12;$

Scanned with OKEN Scanner

$-1 \to -5; -3; -4; 0; 1;$
$4 \to -8; -16; 0; 8; 12;$
$5 \to -5; -25; 0; 25; 20;$
$0 \to 10; 1; -1; 2; 3;$
$-11 \to -22; -33; -55; -99; 44;$
$10 \to -50; -60; -80; -90; 0;$
$9 \to -18; 18; 27; -27; -81;$
$-7 \to -49; 7; -7; 0; 14;$

3) $-2 + (-1) + 1 + 2 = 0;$

$-10 + (-5) + (-2) + (-1) + 1 + 2 + 5 + 10 = 0;$

Observând că divizorii întregi se organizează în perechi de câte 2 numere opuse, deducem că și suma divizorilor întregi ai lui – 20 este 0 și suma divizorilor întregi ai lui – 251 612 este 0.

4) **a)** $D_6 \cap D_3 = D_3$; **b)** $D_9 \cap D_{12} = D_3$; **c)** $D_8 \cap D_{10} = D_2$;

d) $D_9 \cap D_{39} = D_9$; **e)** $D_8 \cap D_{15} \cap \mathbb{N} = \{1\}$; **f)** $D_6 \cap D_3 \cap \mathbb{N} = D_3 \cap \mathbb{N} = \{1;\ 3\}$;

g) $D_9 \cap D_{12} \cap \mathbb{N} = D_3 \cap \mathbb{N} = \{1;\ 3\}$; **h)** $D_8 \cap D_{10} \cap \mathbb{N} = D_2 \cap \mathbb{N} = \{1;\ 2\}$;

i) $D_9 \cap D_{36} \cap (\mathbb{Z} - \mathbb{N}) = D_9 \cap (\mathbb{Z} - \mathbb{N}) = \{-1;\ -3;\ -5\}$;

j) $D_8 \cap D_{15} \cap (\mathbb{Z} - \mathbb{N}) = \{-1\}$; **k)** $M_{10} \cap D_{25} = \varnothing$; **l)** $M_{14} \cap D_{56} = \{\pm 14;\ \pm 28\}$;

m) $M_{10} \cap D_{25} \cap \mathbb{N} = \varnothing$; **n)** $M_{14} \cap D_{56} \cap (\mathbb{Z} - \mathbb{N}) = \{-14;\ -28\}$;

o) $M_8 \cap M_9 = M_{72}$.

5) **a)** –7; **b)** 6; **c)** –1; **d)** 9; **e)** –25; **f)** 1; **g)** –2; **h)** 3; **i)** –4;
j) –1; **k)** –1; **l)** 1; **m)** –10; **n)** 2; **o)** –4.

6) **a)** –6; **b)** –6; **c)** 35; **d)** 16; **e)** –16; **f)** 70; **g)** 24; **h)** –24; **i)** 49;
j) –30; **k)** 120; **l)** –300.

5. Puterea unui număr întreg cu exponent număr natural • Reguli de calcul cu puteri

1) **a)** 1; **b)** –5; **c)** 25; **d)** –125; **e)** 625; **f)** 1; **g)** –2; **h)** 4; **i)** –8; **j)** 16;

Scanned with OKEN Scanner

k) 1; **l)** –3; **m)** 9; **n)** –27; **o)** 18; **p)** 1; **r)** –1; **s)** 1; **t)** –1; **u)** –1.

2) **a)** -11^{11}; **b)** 15^{37}; **c)** -9^{5}; **d)** -2^{35}; **e)** -3^{15}; **f)** 5^{16}; **g)** 1; **h)** 1; **i)** 3^{26}; **j)** 4^{2}; **k)** 2^{14}; **l)** -6^{22}; **m)** -5^{4}; **n)** 1; **o)** 3^{4}.

3) **a)** –; **b)** +; **c)** –; **d)** +; **e)** +; **f)** +; **g)** –; **h)** +; **i)** –; **j)** –; **k)** –; **l)** –; **m)** –; **n)** +; **o)** +; **p)** –; **r)** –; **s)** +; **t)** –; **u)** –.

4) **a)** –1; **b)** 0; **c)** –10; **d)** 8; **e)** 2; **f)** –10; **g)** 2^{15}; **h)** -2^{16}.

6. Ordinea efectuării operațiilor cu numere întregi

1) –7; **2)** –100; **3)** 0; **4)** –84; **5)** –29; **6)** 0; **7)** 0; **8)** –3; **9)** 8; **10)** –24; **11)** 1; **12)** –4; **13)** 0; **14)** 1; **15)** 1; **16)** –1; **17)** –4; **18)** 0; **19)** 0; **20)** 2500; **21)** 1; **22)** –2000; **23)** –23; **24)** –10; **25)** –8; **26)** 1; **27)** 1; **28)** 4; **29)** –4; **30)** 1;

7. Ecuații și inecuații în $\mathbb{Z}$

• Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor

1) **a)** $x=-4$; **b)** $x=-2$; **c)** $x=-2$; **d)** $x=-6$; **e)** $x=-7$; **f)** $x=-1$; **g)** $x=-4$; **h)** $x=1$; **i)** $x=-12$; **j)** $x=-10$;

2) **a)** –3 și –4; **b)** 0 și 5; **c)** –6 și –8; **d)** –1 și 0; **e)** 5 și 3; **f)** 0 și 2; **g)** –3 și 0; **h)** 0 și 3; **i)** –3 și –5; **j)** 1 și 7; **k)** –3 și –1; **l)** 10 și 11; **m)** –7 și 7; **n)** –10 și 3; **o)** 3 și 5.

3) **a)** $x=\{-7;\ 7\}$; **b)** $x=0$; **c)** $x=\varnothing$; **d)** $x=\{-49;\ 49\}$; **e)** $x=\varnothing$; **f)** $x=\{-5;\ 3\}$; **g)** $x=-1$; **h)** $x=\{0;\ -5\}$; **i)** $x=\{1;\ -2\}$; **j)** $x=\varnothing$; **k)** $x=\{-2;\ -1;\ 0;\ 1;\ 2\}$; **l)** $x=0$; **m)** $x=\{-4;\ -3;\ -2;\ -1;\ 0;\ 1;\ 2\}$; **n)** $x=-1$; **o)** $x=\varnothing$.

4) **a)** $x=-7$; **b)** $x=-8$; **c)** $x=-3$; **d)** $x=3$; **e)** $x=4$; **f)** $x=-1$; **g)** $x=-4$; **h)** $x=\{\pm 1\}$; **i)** $x=\{7;\ -1\}$; **j)** $x=2$; **k)** $x=-1$; **l)** $x=5$.

Scanned with OKEN Scanner

5) **a)** $(-2;\ 3);\ (-8;\ 1);\ (-4;\ 5);\ (-6;\ -1)$ **e)** $x = 1$

b) $(-1;\ 12);\ (5;\ 6);\ (-3;\ -2);\ (-9;\ 4)$ **f)** $x = \{-2;\ 2\}$

c) $(1;\ 6);\ (5;\ 2);\ (-1;\ -4);\ (-5;\ 0)$ **g)** $x = \{7;\ 5\}$

d) $(4;\ -1);\ (-6;\ 1);\ (0;\ -5);\ (-2;\ 5)$ **h)** $x = \{-1;\ -8\}$

6) **a)** $x \in \{0;\ 2\}$ **c)** $x \in \{1;\ -1;\ -5;\ -3\}$ **e)** $x \in \{0;\ 3\}$

b) $x \in \{0;\ -2;\ 2;\ -4\}$ **d)** $x \in \{-1;\ 1\}$ **f)** $x \in \{0;\ -1;\ 3;\ -4\}$

7) 5 și – 5; **8)** – 7 și 7; **9)** – 4 și 3; **10)** – 3 și – 4;

11) Notăm numerele cu a și b. Avem $a + b = -21$ și $a = b - 3$, de unde $2b - 3 = 21$, adică $b = 21$ și $a = 9$.

12) Notăm cu x numărul căutat. Avem: $x \cdot (-5) + 7 = -23 \Rightarrow x = 6$.

13) Notăm cu x numărul căutat. Succesorul său este $x + 1$. Avem: $x + x + 1 = -9 \Rightarrow x = -5$.

14) Notăm cu x numărul căutat $\Rightarrow x = 3x - 6 \Rightarrow x = 3$.

15) $M_a = \dfrac{a+b}{2} = -14 \Rightarrow a + b = -28$.

GEOMETRIE

I. Dreapta

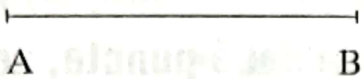
1. Punct, dreaptă, plan, semiplan, semidreaptă, segment

1) 2; **2)** O infinitate; **3)** 2; **4)** 2; **5)** Frontieră; **6)** Origine; **7)** 3; **8)** O infinitate;

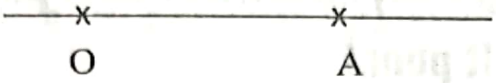
9) 1; **10)** O infinitate; **11)** 1; **12)** 1; **13)** 3; **14)** 1;

15) **a)** d

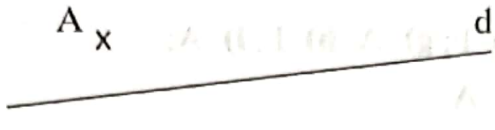
Scanned with OKEN Scanner

b) 

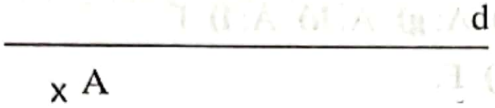
$[AB]$ sau $[AB)$ sau $(AB]$ sau (AB)

c) 

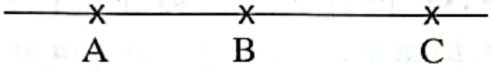
$[OA$ sau $(OA$

d) 

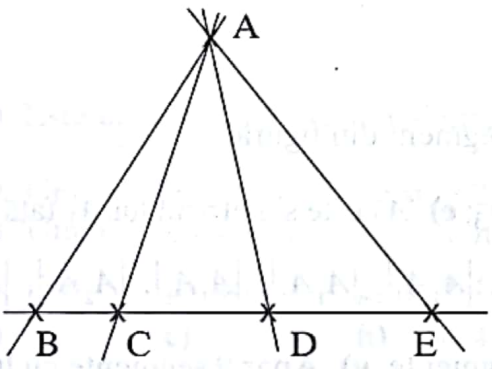
$(d,\ A$ sau $[d,\ A$

e) 

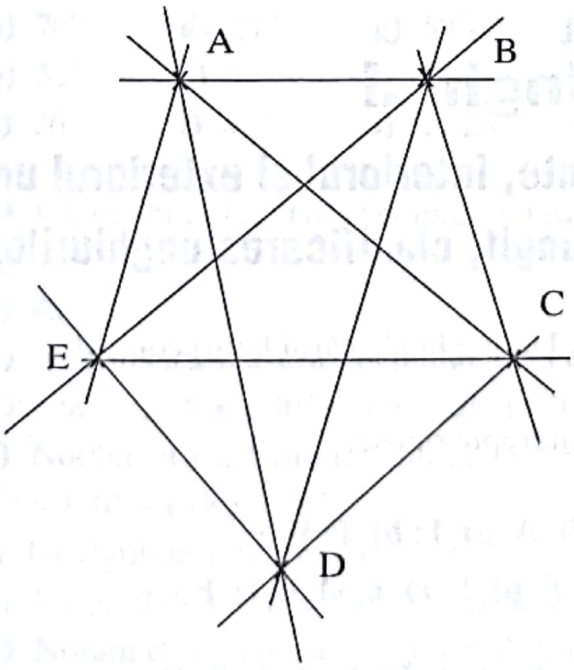
$A \notin d$

f) 

$A,\ B,\ C$ coliniare

16) 

Cele 5 drepte sunt: AB; AC; AD; AE; BC.

17) 

Dreptele sunt: AB; AC; AD; AE; BC; BD; BE; CD; CE; DE, adică 10 drepte. Punctele trebuie desenate astfel încât să fie oricare 3 necoliniare.

Scanned with OKEN Scanner

2. Poziţiile relative ale unui punct faţă de o dreaptă, poziţiile relative a două drepte, distanţa dintre două puncte, segmente congruente, mijlocul unui segment, simetricul unui punct faţă de alt punct

1) **a)** A; **b)** A; **c)** F; **d)** A; **e)** A; **f)** F; **g)** A; **h)** F; **i)** A;
j) A; **k)** F; **l)** F; **m)** A; **n)** F; **o)** A.

2) **a)** A; **b)** A; **c)** A; **d)** F; **e)** A; **f)** A; **g)** A; **h)** A; **i)** F;
j) A; **k)** A; **l)** F; **m)** A; **n)** A; **o)** F.

3) **a)** $|AM| = 3$ cm; **b)** $|BM| = 3$ cm; **c)** $|BN| = 3$ cm; **d)** $|MN| = 6$ cm;

e) $|AN| = 9$ cm; **f)** da; **g)** da; **h)** da; **i)** 3 segmente: $[AM]$; $[AB]$; $[AN]$; **j)** Da.

4) **a)** $|A_1A_3| = 3$ cm; **b)** $|A_1A_4| = 6$ cm;

c) $|A_1A_5| = 10$ cm este cel mai lung segment din figură;

d) Mijlocul segmentului $|A_1A_4|$ este A_3; **e)** A_4 este simetricul lui A_1 faţă de A_3;

f) Îm figură apar segmentele: $|A_1A_2|$, $|A_1A_3|$, $|A_1A_4|$, $|A_1A_5|$, $|A_2A_3|$, $|A_2A_4|$ $|A_2A_5|$, $|A_3A_4|$, $|A_3A_5|$, $|A_4A_5|$, adică 10 segmente. **g)** Apar 9 segmente cu lungimi diferite: 1 cm; 2 cm; 3 cm; 4 cm; 5 cm; 6 cm; 7 cm; 9 cm şi 10 cm.

II. Unghiul

1. Definiţie, notaţii, elemente, interiorul şi exteriorul unui unghi, unghi nul, unghi alungit, clasificarea unghiurilor.

1) Laturile, vârful; **2)** Segmente; **3.** Un unghi ale cărui laturi coincid;

4) Un unghi ale cărui laturi sunt semidrepte opuse;

5) **a)** A; **b)** A; **c)** A; **d)** A; **e)** A; **f)** A; **g)** F; **h)** F; **i)** F;
j) F; **k)** A; **l)** F; **m)** F; **n)** F; **o)** F; **p)** F; **r)** F; **s)** F; **t)** F.

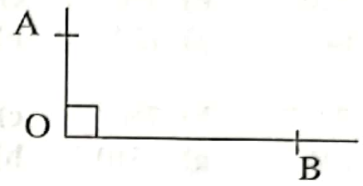
6) **a)** A; **b)** A; **c)** A; **d)** F; **e)** F; **f)** A; **g)** A; **h)** F; **i)** A; **j)** F.

Scanned with OKEN Scanner

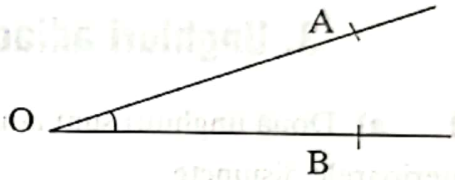
2. Calcule cu măsuri de unghiuri • Unghiuri suplementare • Unghiuri complementare

1) **a)** 60′; **b)** 60″; **c)** 3 600″) **2)** **a)** 180°; **b)** 0°; **c)** 90°.

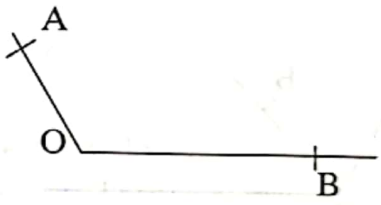
3) **a)** Este unghiul cu măsura de 90°.



b) Este unghiul cu măsura mai mică de 90°.



c) Este unghiul cu măsura mai mare de 90°.



4) **a)** Unghiurile suplementare sunt 2 unghiuri care au suma măsurilor de 180°.
b) Unghiurile complementare sunt 2 unghiuri care au suma măsurilor de 90°.

5)

a) 135°	**d)** 163°	**g)** 149°44′	**j)** 165°23′42″	**m)** 164°59′34″
b) 72°	**e)** 73°	**h)** 134°41′	**k)** 70°33′325″	**n)** 150°59′14″
c) 90°	**f)** 1°	**i)** 71°28′	**l)** 119°41′11″	**o)** 71°59′4″

6)

a) 70°	**d)** 11°	**g)** 59°44′	**j)** 75°23′42″	**m)** 74°59′34″
b) 55°	**e)** 5°	**h)** 44°41′	**k)** 33′25″	**n)** 60°59′14″
c) 26°	**f)** 41°	**i)** 20°28′	**l)** 29°41′11″	**o)** 42°59′4″

7) **a)** Un unghi obtuz. De exemplu un unghi cu măsura de 100°.

b) 90°.

c) 45°.

d) Notăm cu x măsura unghiului, deci măsura complementului este $90° - x$. Avem $2x = 90° - x \Rightarrow x = 30°$ ⇨ unghiul are 30° și complementul are 60°.

e) Notăm cu x măsura unghiului, deci măsura suplementului este $180° - x$. Avem $5x = 180° - x \Rightarrow x = 30°$.

f) Unghiul de 100° are suplementul de 80°, deci mai mic.

g) Unghiul de 60° are complementul de 30°, deci mai mic.

h) Notăm cu x măsura unghiului, deci măsura complementului este $90° - x$ și măsura suplementului este $180° - x$. Avem $180° - x + 90° - x = 210° \Rightarrow x = 30°$.

Scanned with OKEN Scanner

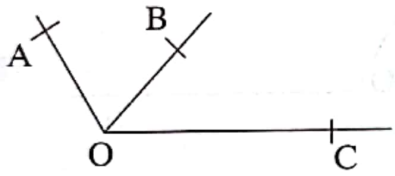
8) **a)** $28°3'24''$
b) $116°14'2''$
c) $60°$
d) $53°3'9''$
e) $2°5'28''$
f) $47°4'43''$
g) $97°39'$
h) $6°6'6''$
i) $154°2'43''$
j) $20°30'5''$

9) **a)** $720'$ **b)** $450'$ **c)** $615'$ **d)** $2'$ **e)** $60'$
f) $14'$ **g)** $120'$ **h)** $60'$ **i)** $90'$ **j)** $424'$

10) **a)** $720''$ **b)** $750''$ **c)** $7200''$ **d)** $7275''$ **e)** $14408''$
f) $194''$ **g)** $7510''$ **h)** $14412''$ **i)** $431''$ **j)** $490''$

3. Unghiuri adiacente • Bisectoarea unui unghi

1) **a)** Două unghiuri sunt adiacente dacă au vârful comun, o latură comună și interioarele disjuncte.



$\widehat{AOB}$ și $\widehat{BOC}$ sunt unghiuri adiacente.

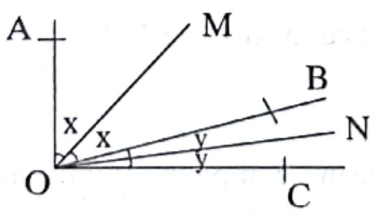
b) Bisectoarea unui unghi este o semidreaptă situată în interiorul unghiului, cu originea în vârful unghiului, care împarte unghiul în două unghiuri cu mărimi egale.

2) $\widehat{AOB}$ și $\widehat{BOE}$; $\widehat{CPD}$ și $\widehat{DPE}$; $\widehat{CPO}$ și $\widehat{CPD}$; $\widehat{CPO}$ și $\widehat{CPE}$.

3) **a)** $\widehat{CPO}$ și $\widehat{DPE}$; **b)** $\widehat{AOB}$ și $\widehat{AOE}$; **c)** $\widehat{OPC}$ și $\widehat{DPE}$.

4) **a)** $35°$; **b)** $52°30'$; **c)** $40°$; **d)** $20°15'$; **e)** $15°$; **f)** $18°30'39''$.

5) **a)**



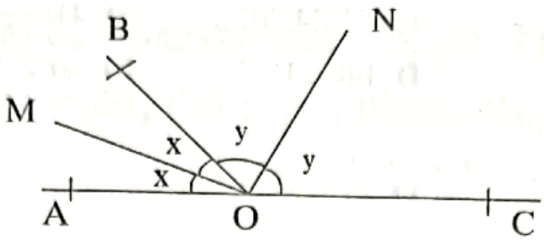
Fie $\widehat{AOB}$ și $\widehat{BOC}$ unghiuri adiacente complementare, OM bisectoarea lui $\widehat{AOB}$ și OP bisectoarea lui $\widehat{BOC}$. Notăm

$m(\widehat{AOM}) = m(\widehat{MOB}) = x$ și $m(\widehat{BON}) = m(\widehat{NOC}) = y$. Avem:

$m(\widehat{MON}) = m(\widehat{MOB}) + m(\widehat{BON}) = x + y = 90° : 2 = 45°$.

Scanned with OKEN Scanner

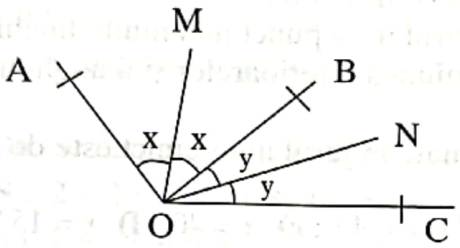
b)



Cu notațiile de la subpunctul **a)** avem $2x + 2y = 180°$ ⇨

$\Rightarrow 2(x+y) = 180° \Rightarrow x + y = 90° \Rightarrow m(\widehat{MON}) = x + y = 90°$.

c)



Cu notațiile de la subpunctul **a)** avem $2x + 2y = 120°30'$ ⇨

$\Rightarrow 2(x+y) = 120°30' \Rightarrow x + y = 60°15' \Rightarrow m(\widehat{MON}) = x + y = 60°15'$.

d) Cu notațiile de la subpunctul **a)** și figura de la subpunctul **c)** avem:

$2x + 2y = 108°40'30'' \Rightarrow 2(x+y) = 108°40'30'' \Rightarrow x + y = 54°20'15''$

$\Rightarrow m(\widehat{MON}) = x + y = 54°20'15''$

6) **a)** $m(\widehat{BOD}) = 180° - 38° = 142°$

b) $m(\widehat{BOC}) = \frac{142°}{2} = 71°$

c) $m(\widehat{COE}) = 35°30'$

d) $m(\widehat{COD}) = 71° = m(\widehat{BOC})$

e) $m(\widehat{EOD}) = 35°30' = m(\widehat{COE})$

f) $m(\widehat{BOE}) = m(\widehat{BOC}) + m(\widehat{COE}) = 106°30'$

g) $m(\widehat{AOC}) = m(\widehat{AOB}) + m(\widehat{BOC}) = 38° + 71° = 109°$

h) $m(\widehat{AOE}) = 180° - m(\widehat{EOE}) = 180° - 35°30' = 144°30'$

i) 5 unghiuri: $\widehat{AOB}$; $\widehat{BOC}$; $\widehat{COD}$; $\widehat{COE}$; $\widehat{EOD}$.

j) 4 unghiuri: $\widehat{AOC}$; $\widehat{AOE}$; $\widehat{BOE}$; $\widehat{BOD}$.

Scanned with OKEN Scanner

7) **a)** $76°$ **c)** $31°$ **e)** $92°24'30''$ **g)** $41°$
b) $28°$ **d)** $120°28'$ **f)** $140°21'$ **h)** $80°2'30''$

8) **a)** $\frac{1}{2}$ **b)** 1 **c)** 2

4. Unghiuri opuse la vârf • Unghiuri formate în jurul unui punct

1) **a)** Două unghiuri se numesc opuse la vârf dacă au vârful comun iar laturile unuia sunt semidrepte opuse ale laturilor celuilalt.
b) Două unghiuri opuse la vârf sunt congruente.
c) Se numesc unghiuri formate în jurul unui punct mai multe unghiuri cu vârful comun, interioarele disjuncte și reuniunea interioarelor și a unghiurilor egală cu tot planul.
d) Suma măsurilor unghiurilor formate în jurul unui punct este de $360°$.

2) **a)** $x = 45°$; **b)** $x = 72°$; **c)** $x = 85°$; **d)** $x = 45°$; **e)** $x = 40°$; **f)** $x = 15°$.

3) Notăm cu a, b, c, d, e mărimile celor 5 unghiuri. Avem:

$$\frac{a}{2}=\frac{b}{3}=\frac{c}{4}=\frac{d}{5}=\frac{e}{10}=\frac{a+b+c+d+e}{2+3+4+5+10}=\frac{360°}{24}=15°.$$

Deci unghiurile au măsurile de $30°$; $45°$; 60; $75°$; $150°$.

4) Notăm cu a, b, c, d mărimile celor 4 unghiuri. Avem:

$$a\cdot\frac{1}{2}=b\cdot\frac{1}{3}=c\cdot\frac{1}{4}=d\cdot\frac{1}{9}=\frac{a+b+c+d}{20}=\frac{360°}{20}=18°\Rightarrow$$
$$\Rightarrow a=36°,\ b=90°,\ c=72°,\ d=162°.$$

5) Notăm cu x, $x+1$, $x+2$, $x+3$ și $x+4$ măsurile celor 5 unghiuri. Avem $x + x + 1 + x + 2 + x + 3 + x + 4 = 360°$, adică $5x + 10° = 360°$, de unde $x = 70°$. Unghiurile au $70°$, $71°$, $72°$, $73°$, $74°$.

6) Notăm cu x măsura primului unghi. Celelalte unghiuri vor avea măsurile: $2x$, $4x$, $8x$, $15x$, $6x$. Avem $x + 2x + 4x + 8x + 15x + 6x = 360°$, adică $36x = 360°$, de unde $\Rightarrow x = 10°$. Unghiurile au $10°$, $20°$, $40°$, $80°$, $150°$ și $60°$.

7) **a)** $x = 360° : 5 = 72°$; **b)** $x = 360° : 10 = 36°$.

Scanned with OKEN Scanner

III. Congruența triunghiurilor

1. Triunghi, definiție, elemente, clasificare, perimetru, inegalitatea triunghiurilor

1) **a)** 3 **d)** Un triunghi care are 2 laturi egale.
b) 3 **e)** Un triunghi care are toate laturile egale.
c) 3 **f)** Un triunghi oarecare.

2) **a)** Un triunghi care are toate unghiurile mai mici de 90°.
b) Un triunghi care are un unghi mai mare de 90°.
c) Un triunghi care are un unghi de 90°.

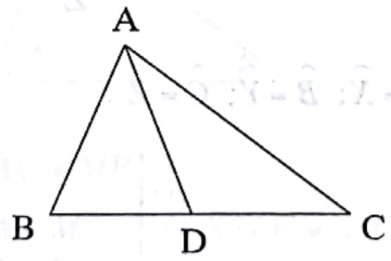
3) **a)** Da. Se respectă inegalitățile triunghiului ($2+3>4; 2+4>3; 3+4>2$)
b) Nu. $2+2=4 \Rightarrow$ nu se respectă inegalitățile triunghiului
c) Nu. $1+2<4 \Rightarrow$ nu se respectă inegalitățile triunghiului

4) **a)** 15 cm. **b)** 5 cm.
c) Deoarece $3+3<7 \Rightarrow$ cele două laturi egale au fiecare 7 cm $\Rightarrow$ perimetrul este $3+3+7=13$ cm.
d) Notăm cu a, b, c lungimile laturilor triunghiului. Avem:

$$\frac{a}{2}=\frac{b}{3}=\frac{c}{4}=\frac{a+b+c}{2+3+4}=\frac{27}{9}=3 \Rightarrow a=6 \text{ cm},\ b=9 \text{ cm},\ c=12 \text{ cm}.$$

e) Latura cea mai mare se opune unghiului cel mai mare. Avem $\hat{C}<\hat{B}<\hat{A}$.

5) **a)**

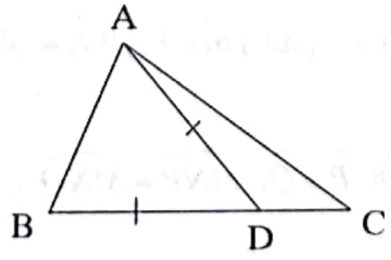


$$\left.\begin{aligned} P_{ABD} &= AB+BD+AD=16 \text{ cm} \\ P_{\Delta ADC} &= AD+AC+DC=18 \text{ cm} \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AB+AC+\underbrace{BD+DC}_{BC}+2AD=34 \text{ cm} \Rightarrow P_{\Delta ABC}+2AD=34 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow 24 \text{ cm}+2AD=34 \text{ cm} \Rightarrow AD=5 \text{ cm}$$

b)



ΔABD isoscel cu baza $AB \Rightarrow AD=BD$

$$P_{\Delta ADC}=AD+DC+AC=\underbrace{BD+DC}_{BC}+AC=$$

$$=BC+AC=33 \text{ cm}$$

Scanned with OKEN Scanner

Dar $P_{\Delta ABC} = AB + BC + AC = 56$ cm $\Rightarrow AB + 33$ cm $= 56$ cm $\Rightarrow AB = 23$ cm.

6) Notăm cu a și b laturile necunoscute. Avem $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{15}{5} \Rightarrow a = 6$ cm și $b = 9$ cm. Deci nu există triunghiul căutat, deoarece nu se respectă inegalitățile triunghiului ($6 + 9 = 15$ cm).

2. Congruența triunghiurilor oarecare

• Metoda triunghiurilor congruente

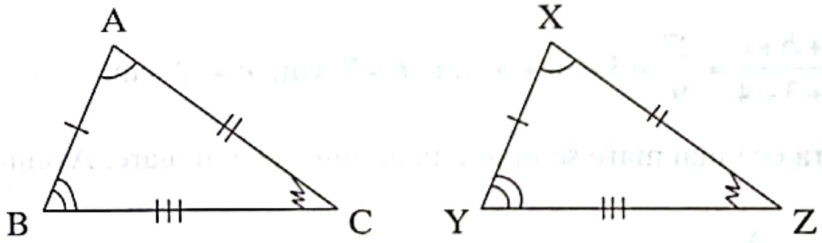
1) **a)** Când au toate laturile respectiv congruente și toate unghiurile respectiv congruente;

b) 0;

c) Un triunghi echilateral cu latura de 5 cm are perimetrul de 15 cm. Un triunghi cu lungimile laturilor de 2 cm, 6 cm și 7 cm există și are perimetrul tot de 15 cm. Cele două triunghiuri nu sunt egale.

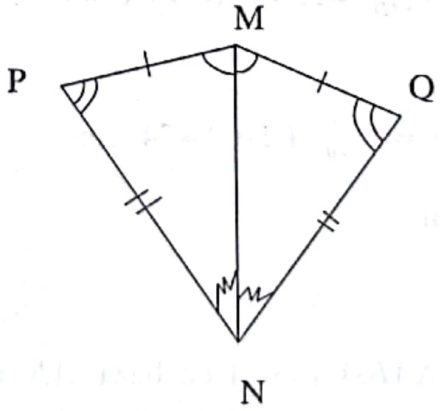
2) **a)** A; **b)** F; **c)** A; **d)** A.

3) **a) b)**



c) $AB = XY$; $AC = XZ$; $BC = YZ$; $\hat{A} = \hat{X}$; $\hat{B} = \hat{Y}$; $\hat{C} = \hat{Z}$.

4) **a) b)**



c) $MP = MQ$; $PN = NQ$; $\widehat{PMN} = \widehat{NMQ}$; $\hat{P} = \hat{Q}$; $\widehat{MNP} = \widehat{MNQ}$.

Scanned with OKEN Scanner

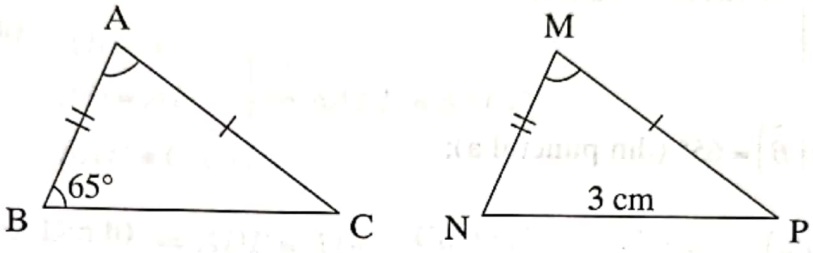
5) $\Delta ABC \equiv \Delta ACB \Rightarrow AB = AC \Rightarrow$ triunghiul este isoscel.

6) **a)** A (LLL); **b)** A (LLL); **c)** F (LLL). **7)** **a)** A; **b)** A; **c)** A.

8) Din problema **6.** unghiurile sunt congruente.

9) Din problema **7.** unghiurile sunt congruente.

10)

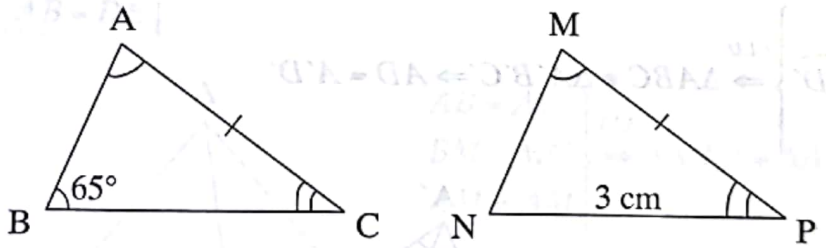


a) $\left.\begin{array}{l} AB = MN \\ AC = MP \\ \widehat{A} = \widehat{M} \end{array}\right\} \overset{LUL}{\Rightarrow} \Delta ABC \equiv \Delta MNP$

b) $m\left(\widehat{N}\right) = m\left(\widehat{B}\right) = 65°$ (din pct. a);

c) $BC = NP = 3$ cm (din pct. a)

11)



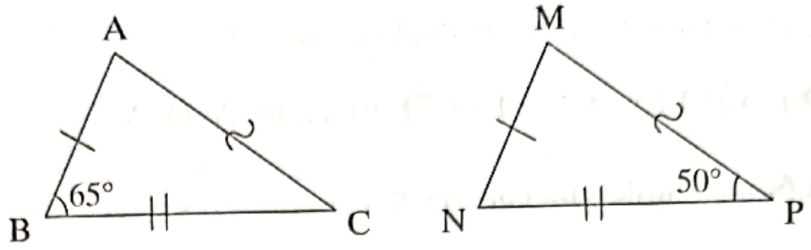
a) $\left.\begin{array}{l} AC = MP \\ \widehat{A} = \widehat{M} \\ \widehat{C} = \widehat{P} \end{array}\right\} \overset{ULU}{\Rightarrow} \Delta ABC \equiv \Delta MNP$

b) $m\left(\widehat{N}\right) = m\left(\widehat{B}\right) = 65°$ (din punctul a);

c) $BC = NP = 3$ cm (din punctul a)

Scanned with OKEN Scanner

12)

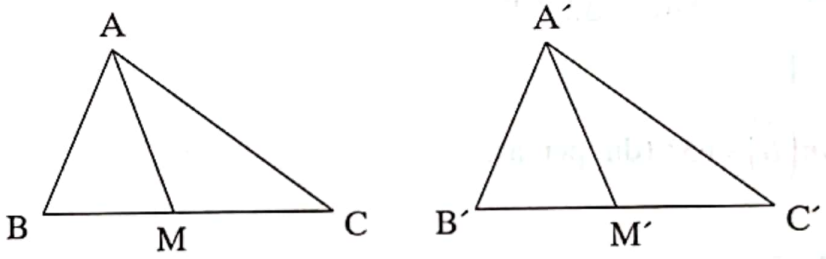


a) $\left.\begin{array}{l} AB = MN \\ AC = MP \\ BC = NP \end{array}\right\} \overset{LLL}{\Rightarrow} \Delta ABC = \Delta MNP$

b) $m\left(\widehat{N}\right) = m\left(\widehat{B}\right) = 65°$ (din punctul a);

c) $m\left(\widehat{C}\right) = m\left(\widehat{P}\right) = 50°$ (din punctul a).

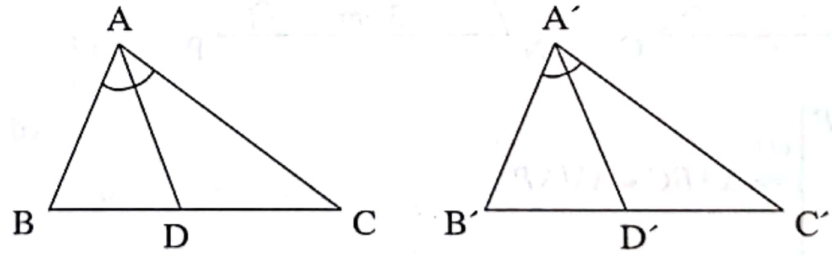
13)



$\Delta ABC \equiv \Delta A'B'C' \Rightarrow \widehat{A} \equiv \widehat{A'} \Rightarrow \widehat{BAD} \equiv \widehat{B'A'D'}$

$\left.\begin{array}{l} AB = A'B' \\ \widehat{BAD} \equiv \widehat{B'A'D'} \\ \widehat{B} \equiv \widehat{B'} \end{array}\right\} \overset{ULU}{\Rightarrow} \Delta ABC \equiv \Delta A'B'C' \Rightarrow AD = A'D'$

14)

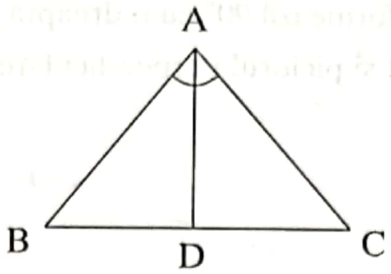


$\Delta ABC \equiv \Delta A'B'C' \Rightarrow \widehat{A} \equiv \widehat{A'} \Rightarrow \widehat{BAD} \equiv \widehat{B'A'D'}$

$\left.\begin{array}{l} AB = A'B' \\ \widehat{BAD} \equiv \widehat{B'A'D'} \\ \widehat{B} \equiv \widehat{B'} \end{array}\right\} \overset{ULU}{\Rightarrow} \Delta ABC \equiv \Delta A'B'C' \Rightarrow AD = A'D'$

Scanned with OKEN Scanner

15)



a) $\Delta ABC \equiv \Delta ACB \Rightarrow \hat{B} \equiv \hat{C}$

b) $\left.\begin{array}{l} AB = AC \\ AD = AD \\ \widehat{BAD} \equiv \widehat{CAD} \end{array}\right\}_{LUL} \Rightarrow \Delta ABD \equiv \Delta ACD$

c) Din **b)** $\Rightarrow \widehat{ADB} \equiv \widehat{ADC}$. Cum cele 2 unghiuri sunt suplementare

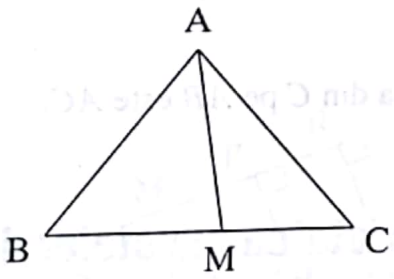
⇨ fiecare are 90°.

16) **a)** $\Delta ABC \equiv \Delta MNP \Rightarrow AB = MN$ și $BC = NP \Rightarrow BC = 7$ cm și $MN = 5$ cm.

b) $\Delta ABC \equiv \Delta MNP \Rightarrow \hat{A} = \hat{M}$ și $\hat{C} = \hat{P} \Rightarrow m\left(\hat{C}\right) = 80°$ și $m\left(\widehat{M}\right) = 60°$.

17) $\left.\begin{array}{l} \sphericalangle A = \sphericalangle D \\ \sphericalangle B = \sphericalangle E \\ AB = DE \end{array}\right\}_{ULU} \Rightarrow \Delta ABC \equiv \Delta DEF \Rightarrow P_{\Delta DEF} = P_{\Delta ABC} = 8 + 10 + 12 = 30$ cm

18)

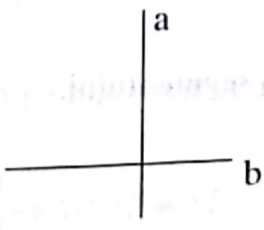


$\left.\begin{array}{l} AB = AC \\ BM = MC \\ AM = AM \end{array}\right\}_{LLL} \Rightarrow \Delta ABM = \Delta ACM$

IV. Perpendicularitate

1. Drepte perpendiculare, oblice, distanța de la un punct la o dreaptă, înălțimea în triunghi

1) **a)** Două drepte care formează un unghi de 90°;



Scanned with OKEN Scanner

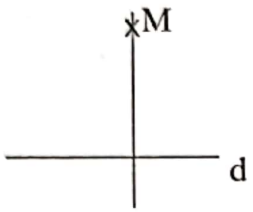
b) O dreaptă care trece prin punctul dat și formează 90° cu o dreaptă dată.

c) Măsura segmentului determinat de punct și piciorul perpendicularei din punct pe dreaptă.

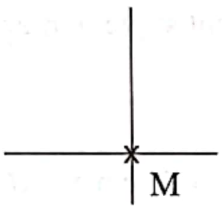
d) O infinitate.

e) Una.

f) O infinitate.

2) **a)** 

O posibilitate;

b) 

O posibilitate;

3) **a)** 4 perpendiculare și 3 oblice; **b)** 4 perpendiculare și 4 oblice;

c) 2 perpendiculare și 4 oblice; **d)** 3 perpendiculare și 3 oblice.

4) **a)** $d(B,AC)=5$ cm $=AB$; **b)** $d(B,AD)=BD=4$ cm;

c) $d(C,AB)=CA=12$ cm; **d)** $d(A,BD)=AD=3$ cm.

5) Înălțimea din B pe AC este AB, iar înălțimea din C pe AB este AC.

2. Mediatoarea unui segment • Proprietatea punctelor de pe bisectoarea unui unghi • Aria unui triunghi

1) **a)** Mediatoarea unui segment este dreapta perpendiculară pe mijlocul segmentului.

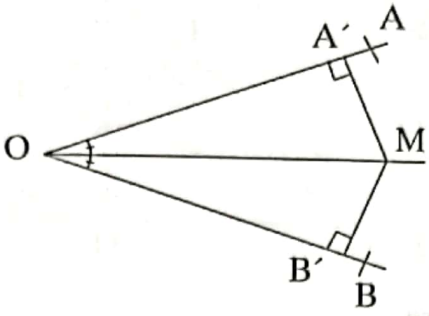
b) O singură mediatoare.

c) $MA = MB$.

d) O infinitate. Toate punctele de pe mediatoarea segmentului.

Scanned with OKEN Scanner

2) **a)**

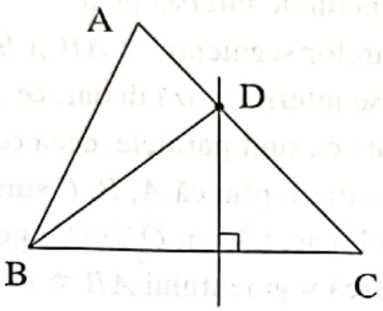


Fie $MA' \perp OA$, $A' \in OA$, $MB' \perp OB$, $B' \in OB$

$$\left.\begin{array}{l} OM = OM \\ \widehat{OA'M} = \widehat{OB'M} \\ \widehat{A'OM} = \widehat{B'OM} \end{array}\right\} \overset{ULU}{\Rightarrow} \Delta OA'M \equiv \Delta OB'M \Rightarrow$$

$$\Rightarrow MA' = MB' \Rightarrow d(M,OA) = D(M,OB)$$

3)



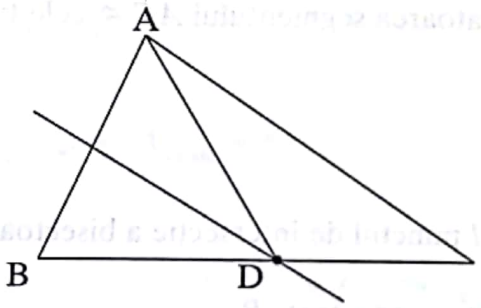
Deoarece D se află pe mediatoarea laturii $BC \Rightarrow$

$$\Rightarrow BD = DC$$

$$P_{\Delta ABD} = AB + AD + BD = AB + \underbrace{AD + DC}_{AC} =$$

$$= AB + AC = 14 \text{ cm}$$

4)



Deoarece D se află pe mediatoarea laturii BC

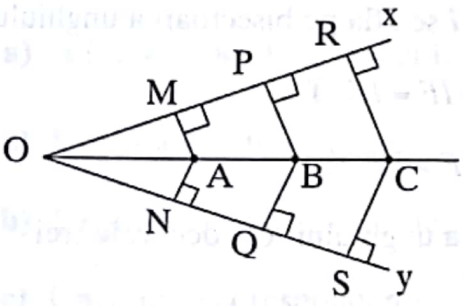
$$\Rightarrow AD = BD \text{ și cum } m(\widehat{A}) > 90° \Rightarrow$$

$$\Rightarrow D \in (BC)$$

$$P_{\Delta ADC} = AC + AD + DC =$$

$$= AC + BD + DC = AC + AB = 28 \text{ cm}$$

5)



Fie $AM \perp Ox$, $M \in Ox$, $BP \perp Ox$, $P \in Ox$, $CR \perp Ox$, $R \in Ox$, $AN \perp Oy$, $N \in Oy$, $BQ \perp Oy$, $Q \in Oy$, $CS \perp Oy$, $S \in Oy \Rightarrow$

$$\Rightarrow AM = dist(A,Ox).$$

$AN = dist(A,Oy)$, $BP = dist(B,Ox)$, $BQ = dist(B,Oy)$, $CR = dist(C,Ox)$, $CS = dist(C,Oy)$.

$$\left.\begin{array}{l} OA = OA \\ AM = AN \end{array}\right\} \overset{CI}{\Rightarrow} \Delta OMA \equiv \Delta ONA \Rightarrow \widehat{MOA} \equiv \widehat{NOA} \Rightarrow$$

$\Rightarrow A$ se află pe bisectoarea unghiului $\widehat{xOy}$. ①

$$\left.\begin{array}{l} OB = OB \\ BP = BQ \end{array}\right\} \overset{CI}{\Rightarrow} \Delta BOP \equiv \Delta BOQ \Rightarrow \widehat{POB} \equiv \widehat{QOB} \Rightarrow$$

Scanned with OKEN Scanner

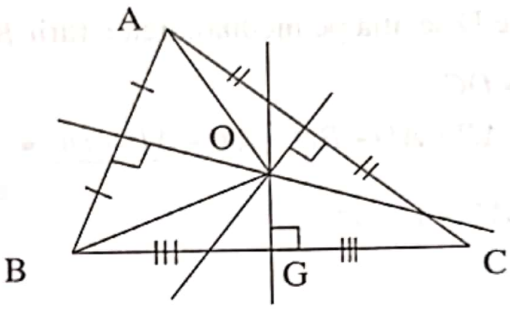
⇨ B se află pe bisectoarea unghiului $\widehat{xOy}$. ②

$$\left.\begin{matrix} OC = OC \\ CR = CS \end{matrix}\right\} \overset{CI}{\Rightarrow} \Delta COR \equiv \Delta COS \Rightarrow \widehat{COR} \equiv \widehat{COS} \Rightarrow$$

⇨ C se află pe bisectoarea unghiului $\widehat{xOy}$. ③

Din ①, ② și ③ rezultă că A, B, C sunt coliniare.

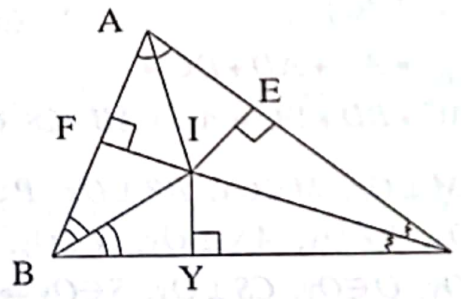
6)



Fie O punctul de intersecție a mediatoarelor segmentelor AB și BC (acestea se intersectează deoarece altfel ar însemna că sunt paralele, ceea ce ar conduce către faptul că A, B, C sunt puncte coliniare). Cum O se află pe mediatoarea segmentului AB ⇨ $OA = OB$. Cum G se află pe mediatoarea segmentului BC ⇨ $OB = OC$. Prin tranzitivitate, obținem $OA = OC$, deci O se află și pe mediatoarea segmentului AC ⇨ cele trei mediatoare sunt concurente în punctul O.

7) La mijlocul ipotenuzei.

8)



Fie I punctul de intersecție a bisectoarelor unghiurilor $\hat{A}$ și $\hat{B}$.
Notăm cu $IE = dist(I, AB)$, $IF = dist(I, AC)$, $IY = dist(I, BC)$.
Cum I se află pe bisectoarea unghiului $\hat{A} \Rightarrow IF = IE$ ①

Cum I se află pe bisectoarea unghiului $\hat{B} \Rightarrow IF = IY$ ②

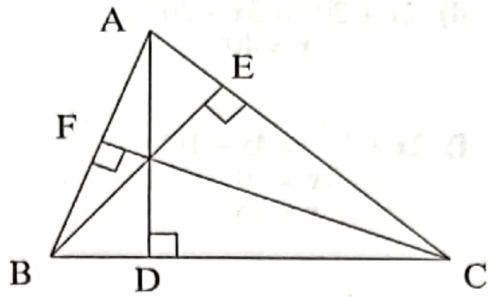
Din ① și ② $IF = IY \Rightarrow I$ se află pe bisectoarea unghiului $\hat{C}$, deci cele trei bisectoare sunt concurente în punctul I.

9) Aria triunghiului $\dfrac{\text{înălțimea} \cdot \text{baza}}{2} = \dfrac{7 \cdot 8}{2} = 28 \text{ cm}^2$.

10) Aria triunghiului dreptunghiului $= \dfrac{\text{catetă} \cdot \text{catetă}}{2} = \dfrac{4 \cdot 5}{2} = 10 \text{ cm}^2$.

Scanned with OKEN Scanner

11)

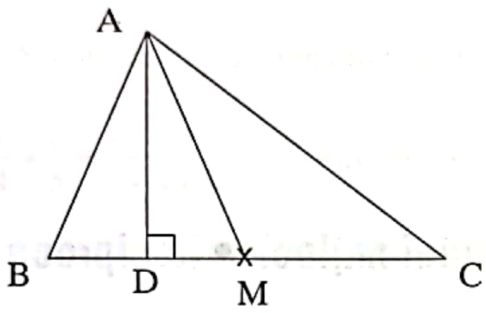


Fie $AD \perp BC$, $D \in BC$, $BE \perp AC$, $E \in AC$ și $CF \perp AB$, $F \in AB$.

Avem $A_{\Delta ABC} = \frac{AD \cdot BC}{2} = \frac{BE \cdot AC}{2} = \frac{CF \cdot AB}{2}$,

de unde $AD \cdot BC = BE \cdot CA = CF \cdot AB$

12)



Fie AM mediană,

$M \in BC$ și $AD \perp BC$, $D \in BC$.

$A_{\Delta ABM} = \frac{AD \cdot BM}{2}$ ①

$A_{\Delta AMC} = \frac{AD \cdot MC}{2}$ ②

Dar $BM = MC$ ③.

Din ①, ② și ③ $A_{\Delta ABM} = A_{\Delta AMC}$.

V. Paralelism

1. Drepte paralele • Axioma paralelelor • Criterii de paralelism

1) **a)** $a \cap c = \varnothing$; **b)** Una singură.

2) **a)** Unghiurile alterne interne: $\hat{3}$ și $\hat{5}$; $\hat{4}$ și $\hat{6}$;

b) Unghiurile alterne externe: $\hat{1}$ și $\hat{7}$; $\hat{2}$ și $\hat{8}$;

c) Unghiurile corespondente: $\hat{1}$ și $\hat{5}$; $\hat{2}$ și $\hat{6}$; $\hat{3}$ și $\hat{7}$; $\hat{4}$ și $\hat{8}$;

d) Unghiurile interne, de aceeași parte a secantei: $\hat{3}$ și $\hat{6}$; $\hat{4}$ și $\hat{5}$.

3) **a)** $x = 20°$; **b)** $x = 150°$; **c)** $x = 180° - 160° = 20°$; **d)** $x = 180° - 150° = 30°$.

4) **a)** $2x + 20° + x + 10° = 180°$
$3x + 30° = 180°$
$3x = 150°$
$x = 50°$

b) $x - 10° = 3x - 120°$
$2x = 110°$
$x = 55°$

Scanned with OKEN Scanner

c) $x + 105° + x - 15° = 180°$
$2x + 90° = 180°$
$2x = 90°$
$x = 45°$

d) $2x + 20° = 3x - 20°$
$x = 40°$

e) $2x + 10° = 85° - x$
$3x = 75°$
$x = 25°$

f) $2x + 10° = 4x - 10°$
$2x = 20°$
$x = 25°$

5) **a)** Unghiuri corespondente congruente $\Rightarrow a \parallel b$;

b) $125° \neq 180° - 54° \Rightarrow a \not\parallel b$;

c) $62° \neq 60° \Rightarrow a \not\parallel b$;

d) $30° \neq 60° \Rightarrow a \not\parallel b$.

2. Linia mijlocie • Teorema liniei mijlocii • Reciproce

1) **a)** Linia mijlocie este segmentul care unește mijloacele a două laturi ale unui triunghi;

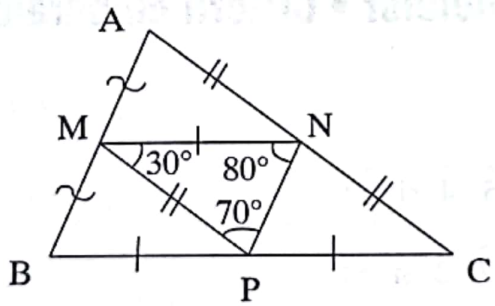
b) 3; **c)** $\frac{1}{2}$.

2) $P_{\Delta} = 18$ cm. $P_{\Delta \text{ format de l.mil.}} = 9$ cm.

3) **a)** Un triunghi echilateral.

b) Un triunghi isoscel.

4)



$$\left.\begin{matrix} NP = NP \\ MN = PC \\ MP = NC \end{matrix}\right\}^{LLL} \Rightarrow \Delta MNP \equiv \Delta CPN \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \widehat{C} \equiv \widehat{M} = 30°$$

$$\left.\begin{matrix} MP = AN \\ AM = NP \\ MN = MN \end{matrix}\right\}^{LLL} \Rightarrow \Delta AMN \equiv \Delta MNP \Rightarrow \widehat{A} \equiv \widehat{P} = 70°$$

$$\left.\begin{matrix} MP = MP \\ MB = NP \\ BP = MN \end{matrix}\right\}^{LLL} \Rightarrow \Delta MBP \equiv \Delta MNP \Rightarrow \widehat{B} \equiv \widehat{N} = 80°$$

Scanned with OKEN Scanner

c) $x + 105° + x - 15° = 180°$
$2x + 90° = 180°$
$2x = 90°$
$x = 45°$

d) $2x + 20° = 3x - 20°$
$x = 40°$

e) $2x + 10° = 85° - x$
$3x = 75°$
$x = 25°$

f) $2x + 10° = 4x - 10°$
$2x = 20°$
$x = 25°$

5) **a)** Unghiuri corespondente congruente $\Rightarrow a \parallel b$;

b) $125° \neq 180° - 54° \Rightarrow a \not\parallel b$;

c) $62° \neq 60° \Rightarrow a \not\parallel b$;

d) $30° \neq 60° \Rightarrow a \not\parallel b$.

2. Linia mijlocie • Teorema liniei mijlocii • Reciproce

1) **a)** Linia mijlocie este segmentul care unește mijloacele a două laturi ale unui triunghi;

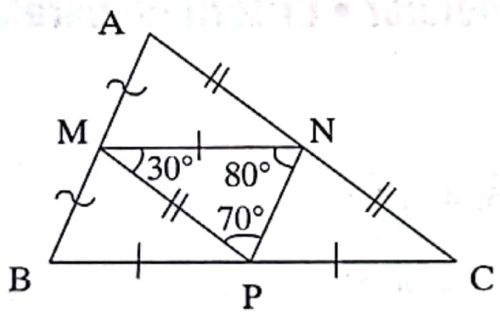
b) 3; **c)** $\frac{1}{2}$.

2) $P_{\Delta} = 18$ cm. $P_{\Delta \text{ format de l.mil.}} = 9$ cm.

3) **a)** Un triunghi echilateral.

b) Un triunghi isoscel.

4)



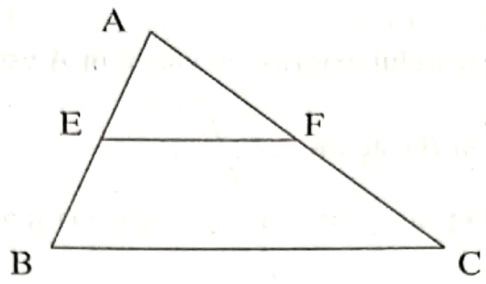
$$\left.\begin{matrix} NP = NP \\ MN = PC \\ MP = NC \end{matrix}\right\} \overset{LLL}{\Rightarrow} \Delta MNP \equiv \Delta CPN \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \widehat{C} \equiv \widehat{M} = 30°$$

$$\left.\begin{matrix} MP = AN \\ AM = NP \\ MN = MN \end{matrix}\right\} \overset{LLL}{\Rightarrow} \Delta AMN \equiv \Delta MNP \Rightarrow \widehat{A} \equiv \widehat{P} = 70°$$

$$\left.\begin{matrix} MP = MP \\ MB = NP \\ BP = MN \end{matrix}\right\} \overset{LLL}{\Rightarrow} \Delta MBP \equiv \Delta MNP \Rightarrow \widehat{B} \equiv \widehat{N} = 80°$$

Scanned with OKEN Scanner

5)



a) $AB = 4$ cm, $AC = 6$ cm;

b) $AE = 4$ cm, $AC = 7$ cm;

c) $FC = 9$ cm, $AB = 7$ cm;

d) $P_{\Delta ABC} = 10 + 7 + 8 = 25$ cm;

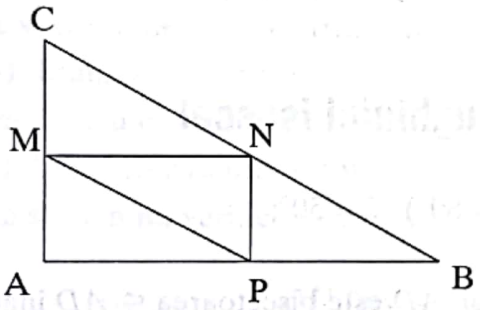
$P_{\Delta AEF} = 5 + 3{,}5 + 4 = 12{,}5$ cm.

6) Notăm cu x, y, z lungimile liniilor mijlocii ⇨

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5} = \frac{x+y+z}{3+4+5} = \frac{120}{12} = 10 \Rightarrow x = 30;\ y = 40;\ z = 50;$$

deci laturile triunghiului au lungimile 60; 80 și 100.

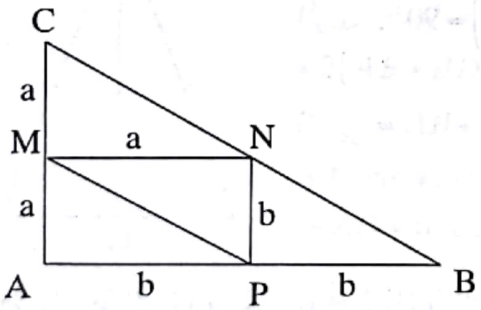
7)



$$\left.\begin{matrix} MP = MP \\ MN = AP \\ NP = AM \end{matrix}\right\} \overset{LLL}{\Rightarrow} \Delta MNP \equiv \Delta AMP \Rightarrow$$

$\Rightarrow \widehat{A} = \widehat{N} \Rightarrow \Delta MNP$ dreptunghic

8)



Notăm $AM = MC = a$ și $AP = PB = b$

$\Rightarrow AC = 2a$ și $AB = 2b$

$$A_{\Delta MNP} = \frac{a \cdot b}{2} \text{ și } A_{\Delta ABC} = \frac{2a \cdot 2b}{2} = 2ab$$

Deci $\dfrac{A_{\Delta MNP}}{A_{\Delta ABC}} = \dfrac{\frac{a \cdot b}{2}}{2ab} = \dfrac{1}{4}$.

VI. Proprietăți ale triunghiurilor

1. Suma măsurilor ∢ unui Δ, ∢ exterior, teorema unghiului exterior

1) 180°; **2)** 60°; **3)** 45°; **4)** 44°; **5)** 90°; **6)** 70°30′; **7)** 36°, 54° și 90°;

8) $m(\hat{C}) = 26°$, $m(\hat{B}) = 124'$. Măsura unghiului exterior cu vârful în A este de $150°$ și măsura unghiului exterior cu vârful în B este de $56°$;

9) $720°$; **10)** $140°$; **11)** $50°$; **12)** $110°$; **13)** $45°$, $45°$ și $90°$ sau $36°$, $72°$ și $72°$

2. Linii importante în triunghi

1) Centru de greutate; **2)** Centrul cercului înscris în triunghi; **3)** Ortocentru;

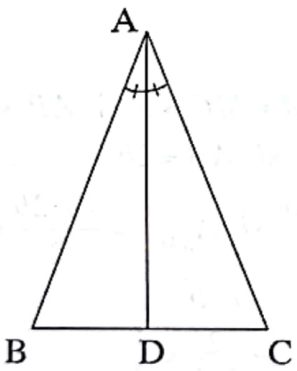
4) Centrul cercului circumscris triunghiului; **5)** $2, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{3}{2}$;

6) 36 cm, 14 cm; **7)** 7 cm; **8)** 28 cm, 21 cm; **9)** 15 cm; **10)** 6 cm;

3. Proprietățile triunghiului isoscel

1) **a)** $(180° - 80°) : 2 = 50°$; **b)** $180° - 2 \cdot 80°) : 2 = 50°$;

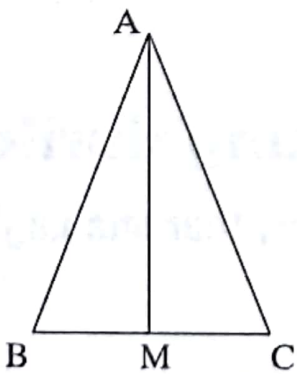
2) **a)**



ΔABC isoscel, AD este bisectoarea $\Rightarrow$ AD înălțimea

$\Rightarrow m(\widehat{ADB}) = 90°$.

b)

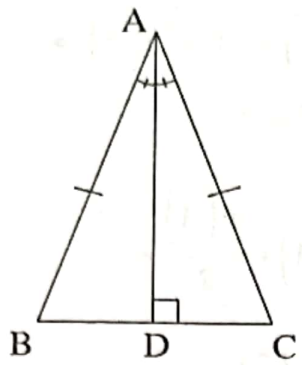


M este mijlocul laturii BC $\Rightarrow$ AM mediană. Cum ΔABC este isoscel $\Rightarrow$

$\Rightarrow AM$ înălțime $\Rightarrow m(\widehat{AMB}) = 90°$.

Scanned with OKEN Scanner

c)



M este mijlocul laturii $BC \Rightarrow AM$ mediană. Cum ΔABC este isoscel $\Rightarrow$

$$P_{\Delta ABC} = AB + AC + BC = 2AB + 2BD.$$

3) Unghiul de 110° nu poate fi decât cel din vârf. Unghiurile de la bază au fiecare câte $(180° - 110°) : 2 = 35°$.

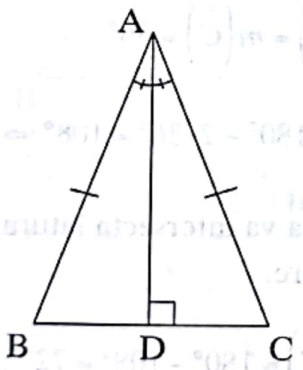
4) Un unghi de la bază va avea $180° - 135° = 45°$. Deci unghiul de la vârf va avea $180° - 2 \cdot 45° = 90°$.

5) **a)** Lungimile laturilor pot fi: 3 cm, 3 cm și 4 cm sau 3 cm, 4 cm și 4 cm. Ambele verifică inegalitățile triunghiului.

b) Lungimile laturilor pot fi numai 3 cm, 6 cm și 6 cm deoarece lungimile 3 cm, 3 cm și 6 cm nu verifică inegalitățile triunghiului.

c) Lungimile laturilor pot fi numai 3 cm, 7 cm și 7 cm deoarece lungimile 3 cm, 3 cm și 7 cm nu verifică inegalitățile triunghiului.

6)



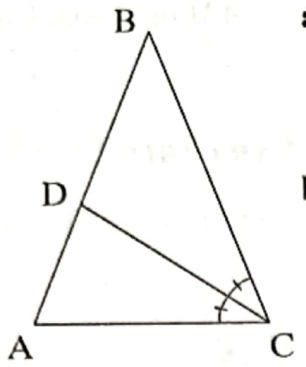
AD bisectoare și ΔABC isoscel $\Rightarrow AD$ mediană

$$P_{\Delta ABC} = AB + AC + BC = 2AB + 2BD =$$
$$= 2(AB + BD) = 12 \text{ cm} \Rightarrow AB + BD = 6 \text{ cm}.$$
$$P_{\Delta ABD} = AB + BD + AD = 12 \text{ cm} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 6 \text{ cm} + AD = 12 \text{ cm}$$
$$\Rightarrow AD = 6 \text{ cm}$$

7) Dacă unghiul este cel de la vârf, unghiurile de la bază au $(180° - 60°) : 2 = 120° : 2 = 60°$, deci triunghiul este echilateral. Dacă unghiul este de la bază, atunci cel de la varf este de $180° - 2 \cdot 60° = 60° \Rightarrow$ triunghiul este echilateral.

Scanned with OKEN Scanner

8)



a) $m\left(\widehat{DCA}\right) = 40° \Rightarrow m\left(\widehat{C}\right) = 80° = m\left(\widehat{A}\right) \Rightarrow$

$\Rightarrow m\left(\widehat{B}\right) = 180° - 2 \cdot 80° = 20°$

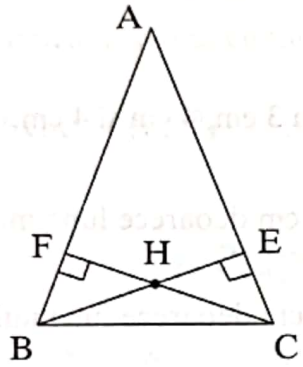
b) $m\left(\widehat{CDA}\right) = 75° \Rightarrow m\left(\widehat{A}\right) + \frac{m\left(\widehat{A}\right)}{2} =$

$= 180° - 75° = 105° \Rightarrow$

$\Rightarrow 3 \cdot m\left(\widehat{A}\right) = 210° \Rightarrow m\left(\widehat{A}\right) = 70° =$

$= m\left(\widehat{C}\right) \Rightarrow m\left(\widehat{B}\right) = 180° - 2 \cdot 70° = 40°$

9)

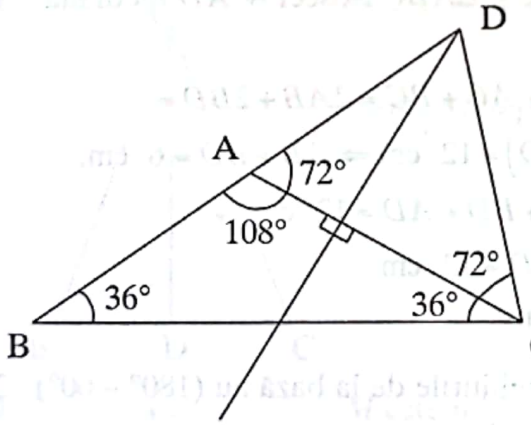


$m\left(\widehat{BHF}\right) = 40° \Rightarrow m\left(\widehat{FBH}\right) = 50° \Rightarrow$

$\Rightarrow m\left(\widehat{BAC}\right) = 40° \Rightarrow$

$\Rightarrow m\left(\widehat{ABC}\right) = \left(180° - 40°\right) : 2 = 70°$

10)



Cum $m\left(\widehat{B}\right) = m\left(\widehat{C}\right) = 36°$

$\Rightarrow m\left(\widehat{A}\right) = 180° - 2 \cdot 36° = 108° \Rightarrow$

mediatoarea va intersecta latura AB pe prelungire.

$\Rightarrow m\left(\widehat{DAC}\right) = 180° - 108° = 72°$.

Cum D se află pe mediatoarea segmentului $AC \Rightarrow AD = DC \Rightarrow \Delta ABC$ este isoscel cu baza $AC \Rightarrow \widehat{ACD} = 72°$,

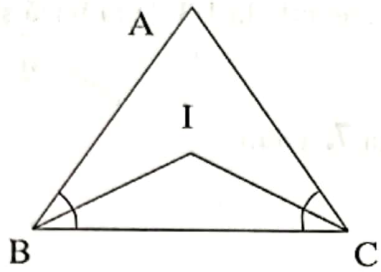
deci $m\left(\widehat{ADC}\right) = 180° - 2 \cdot 72° = 36°$ În ΔBDC avem $m\left(\widehat{B}\right) = m\left(\widehat{D}\right) = 36° \Rightarrow \Delta BDC$ este isoscel cu $BC = DC$.

Scanned with OKEN Scanner

4. Proprietățile triunghiului echilateral

1) **a)** $180° : 3 = 60°$; **b)** $63 : 3 = 21$ cm.

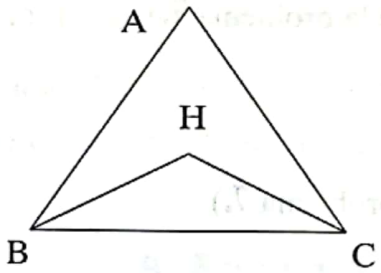
2)



$m\left(\widehat{BIC}\right) = 180° - m\left(\widehat{IBC}\right) - m\left(\widehat{ICB}\right) =$

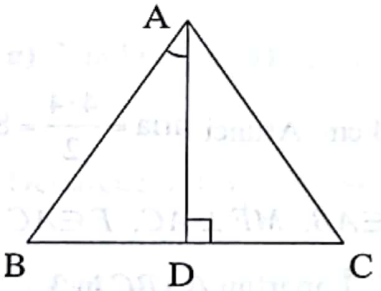
$= 180° - 30° - 30° = 120°$.

3)



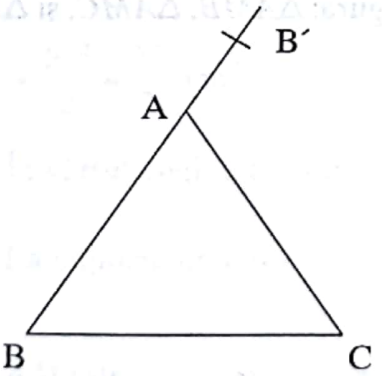
Deoarece triunghiul este echilateral ⇨ înălțimile sunt și bisectoare $\Rightarrow \widehat{BHC} = 120°$ (din problema **2.**).

4)



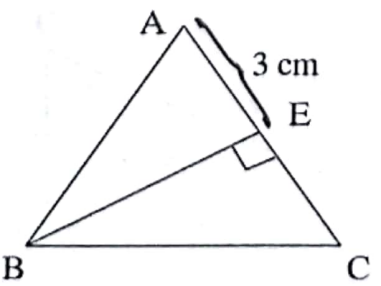
ΔABC echilateral, AD este înălțime, $\Rightarrow AD$ bisectoare $\Rightarrow m\left(\widehat{BAD}\right) = 30°$.

5)



$\Rightarrow m\left(\widehat{B'AC}\right) = 180° - m\left(\widehat{BAC}\right) = 120°$.

6)

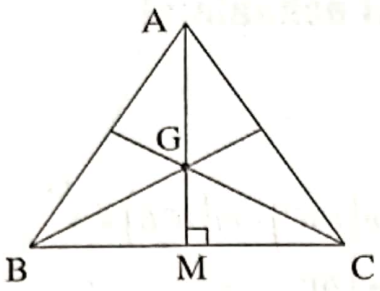


ΔABC echilateral și BE înălțime $\Rightarrow BE$ mediană

$\Rightarrow E$ mijlocul lui AC

$\Rightarrow AC = 6$ cm $\Rightarrow P_{\Delta ABC} = 18$ cm.

Scanned with OKEN Scanner

7) 

Într-un triunghi echilateral înălțimile, medianele, bisectoarele unghiurilor și mediatoarele laturilor coincid ⇨ distanța de la centrul de greutate la latură este $GM = 4$ cm ⇨ $AM = 3 \cdot 4 = 12$ cm (centrul de greutate se află la 1/3 de la bază și 2/3 de vârf).

8) Folosind figura și considerațiile de la problema **7.** avem

$$AG = \frac{2}{3} \cdot 12 \text{ cm} = 8 \text{ cm}.$$

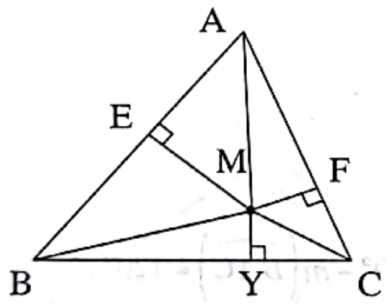
9) Raza cercului circumscris este GA (din fig. de la problema **7.**)

$$\Rightarrow AM = \frac{3}{2} \cdot 5 \text{ cm} = 7{,}5 \text{ cm}.$$

10) Raza cercului înscris este GM (din fig. de la problema **7.**)

$$\Rightarrow AM = 3 \cdot 2 \text{ cm} = 6 \text{ cm}.$$

11) Perimetrul este de 12 cm, deci latura este de 4 cm. Atunci $\text{aria} = \frac{4 \cdot 4}{2} = 8 \text{ cm}^2$.

12) 

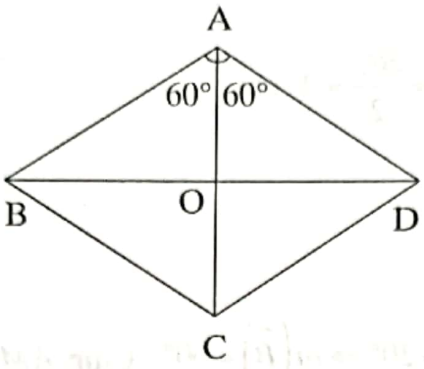
Fie $ME \perp AB$, $E \in AB$, $MF \perp AC$, $F \in AC$ și $My \perp BC$, $y \in BC$. Împărțim ΔABC în 3 triunghiuri ca în figură: ΔAMB, ΔAMC, și ΔBMC. Avem:

$$A_{\Delta ABC} = A_{\Delta AMB} + A_{\Delta AMC} + A_{\Delta BMC} =$$
$$= \frac{EM \cdot AB}{2} + \frac{FM \cdot AC}{2} + \frac{YM \cdot BC}{2} =$$
$$= \frac{l}{2}(EM + FM + YM) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow ME + MF + MY = \frac{2 \cdot A_{\Delta ABC}}{l}$$

unde prin l am notat lungimea laturii ΔABC

Scanned with OKEN Scanner

13)



a) $m\left(\widehat{BAD}\right)=m\left(\widehat{BAC}\right)+m\left(\widehat{CAD}\right)=120°$

b) $AB=AC=AD\Rightarrow \Delta BAD$ este isoscel

c) $BC=AC=CD\Rightarrow \Delta BCD$ este isoscel

d) $\left.\begin{matrix}AB=AD\\BD=BD\end{matrix}\right\}_{LLL}\Rightarrow \Delta ABD\equiv\Delta BCD$

e) În ΔABD echilateral, AO este bisectoare ⇨ AO este mediană, deci O este mijlocul lui BD. AO este și înălțime, deci $AO\perp BD$.

În ΔABC echilateral, BO înălțime ⇨ BO mediană ⇨ O este mijlocul lui AC.

5. Proprietățile triunghiului dreptunghic

1) **a)** Unul singur; **b)** Ipotenuză; **c)** Catete) **2)** Ipotenuză.

3) Deoarece $m\left(\widehat{A}\right)=90°$ și $m\left(\widehat{B}\right)=45°\Rightarrow m\left(\widehat{C}\right)=45°\Rightarrow \Delta ABC$ este dreptunghic și isoscel $\Rightarrow AB=AC=5$ cm. $P_{\Delta ABC}=5+5+8=18$ cm

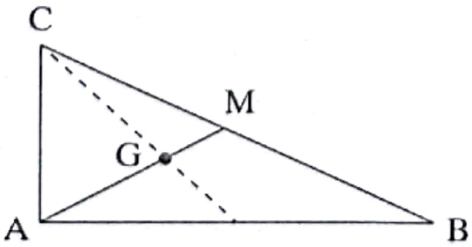
$$A_{\Delta ABC}=\frac{5\cdot 5}{2}=\frac{25}{2}\ \text{cm}^2$$

4) În vârful unghiului drept.

5) La mijlocul ipotenuzei.

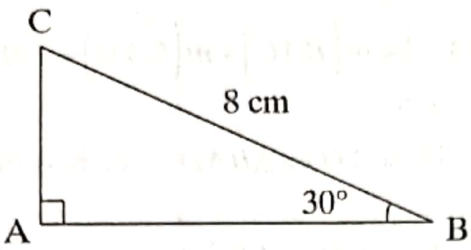
6) AM este mediană dusă pe ipotenuză $\Rightarrow AM=\frac{BC}{2}=5$ cm.

7)



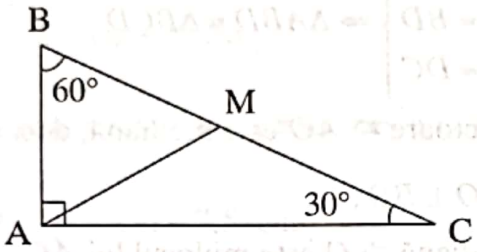
$AG=6$ cm ⇨ $AM=9$ cm ⇨ $BC=18$ cm.

Scanned with OKEN Scanner

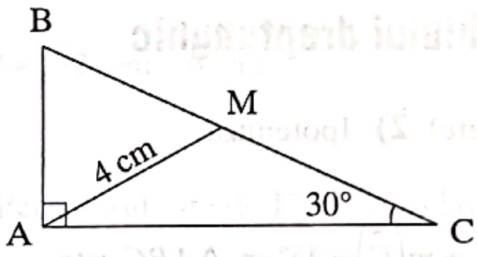
8) 

AC se opune unghiului de $30°$

$\Rightarrow AC = \frac{BC}{2} = 4$ cm.

9) 

$m(\hat{C}) = 30° \Rightarrow m(\hat{B}) = 60°$. Cum AM mediană $\Rightarrow AM = \frac{BC}{2} = BM = MC \Rightarrow$ ΔABC este isoscel cu un unghi de $60° \Rightarrow \Delta ABM$ este echilateral.

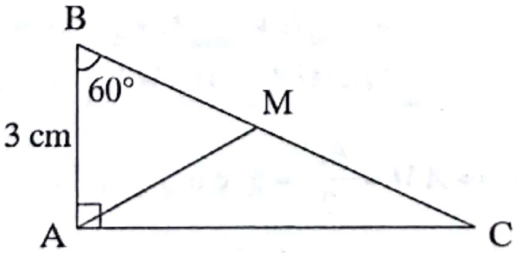
10) 

Deci considerațiile de la problema **9.**

$\Rightarrow \Delta ABM$ este echilateral

$\Rightarrow P_{\Delta ABM} = 12$ cm.

11) Raza cercului circumscris $= \frac{\text{ipotenuza}}{2} = 5\ cm \Rightarrow$ ipotenuza $= 10$ cm $\Rightarrow$ mediana dusă pe ipotenuză $= \frac{10}{2} = 5$ cm.

12) 

$m(\hat{B}) = 60° \Rightarrow m(\hat{C}) = 30° \Rightarrow AB = \frac{BC}{2}$

$\Rightarrow BC = 6$ cm $\Rightarrow AM = \frac{BC}{2} = 3$ cm.

Scanned with OKEN Scanner

Scanned with OKEN Scanner

TESTE DE EVALUARE TIP CONCURSUL NAȚIONAL EUCLID

CLASA A VI-a

TEST I

Clasa a VI-a

NOTĂ. La subiectul I există un singur răspuns corect. La subiectul II se va da direct răspunsul. La subiectele III și IV se cer rezolvările complete. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 2 ore și 30 de minute.

SUBIECTUL I (20p)

(Se scrie pe foaia de concurs doar litera corespunzătoare răspunsului corect)

(4p) **1)** Spuneți care dintre numerele următoare este divizibil cu 10?
a) 2006 **b)** 2005 **c)** 2010 **d)** 2008

(4p) **2)** Aflați a treisprezecea zecimală a numărului rațional $\frac{1}{3}$.
a) 5 **b)** 3 **c)** 4 **d)** 6

(4p) **3)** Media aritmetică a 20 numere este 10 . Aflați suma lor.
a) 102 **b)** 200 **c)** 120 **d)** 100

(4p) **4)** Care este cel mai mic număr natural nenul care se împarte exact la 4 și la 10?
a) 120 **b)** 20 **c)** 60 **d)** 40

(4p) **5)** Suma lungimilor laturilor unui pătrat este 24. Care este lungimea unei laturi?
a) 5 **b)** 4 **c)** 6 **d)** 7

SUBIECTUL II (40p)

(Se scriu pe foaia de concurs doar numărul exercițiului și rezultatul corespunzător)

(4p) **1)** Aflați produsul primelor 5 zecimale ale numărului rațional $\frac{1}{11}$.

(4p) **2)** Calculați perimetrul unui triunghi cu lungimile laturilor de 0,1 dm; 2 cm și 10 cm, și exprimați-l în cm.

(4p) **3)** Scrieți fracția ireductibilă echivalentă cu fracția $\frac{1515}{5151}$.

(4p) **4)** Calculați $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right):\frac{5}{6}$.

(4p) **5)** Suma a două numere naturale consecutive este 25. Aflați cel mai mare dintre numere.

(4p) **6)** Împărțitorul, câtul și restul unei împărțiri sunt 5; 7 și respectiv 2. Aflați deîmpărțitul.

(4p) **7)** Aflați restul împărțirii numărului 717717 la 5.

(4p) **8)** Câte fracții subunitare care să aibă numitorii strict mai mici decât 5 putem scrie?

Scanned with OKEN Scanner

(4p) **9)** Aflați un număr natural care are exact doi divizori naturali, iar suma celor doi divizori este 18.

(4p) **10)** Scrieți numerele de forma $\overline{13x}$ divizibile cu 5.

SUBIECTUL III (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Fie p și q două numere prime distincte.

(4p) **a)** Câți divizori naturali are numărul 8?

(4p) **b)** Câți divizori naturali are numărul 6?

(3p) **c)** Câți divizori naturali are numărul p^3?

(2p) **d)** Câți divizori naturali are numărul $p \cdot q$?

(1p) **e)** Care este cel mai mic număr de 3 cifre care are exact 4 divizori naturali?

(1p) **f)** Care este cel mai mare număr de 3 cifre care are exact 4 divizori naturali?

SUBIECTUL IV (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

(4p) **a)** Calculați numerele 2^{10} și 2^{11}.

(4p) **b)** Calculați numerele 5^4 și 5^5.

(3p) **c)** Arătați că numerele de forma $\overline{11ab}$ nu pot fi scrise ca o putere a lui 2, oricare $a,b \in \{0,...,9\}$.

(3p) **d)** Arătați că numerele de forma $\overline{11ab}$ nu pot fi scrise ca o putere a lui 5, oricare $a,b \in \{0,...,9\}$.

(1p) **e)** Arătați că fracția $\frac{1}{\overline{11ab}}$ se transformă în fracție periodică (în care perioada nu este alcătuită numai din cifra 0), oricare $a,b \in \{0,...,9\}$.

Scanned with OKEN Scanner

TEST 2

Clasa a VI-a

NOTĂ. La subiectul I există un singur răspuns corect. La subiectul II se va da direct răspunsul. La subiectele III și IV se cer rezolvările complete. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 2 ore și 30 de minute.

SUBIECTUL I (20p)

(Se scrie pe foaia de concurs doar litera corespunzătoare răspunsului corect)

(4p) **1)** Care dintre numerele următoare este număr prim?

a) 4 **b)** 3 **c)** 9 **d)** 15

(4p) **2)** Care este măsura unghiului format de două semidrepte opuse?

a) 0° **b)** 180° **c)** 90° **d)** 360°

(4p) **3)** Care dintre numerele de mai jos este divizibil simultan cu 2, cu 3 și cu 7?

a) 1 **b)** 6 **c)** 21 **d)** 42

(4p) **4)** Care dintre fracțiile următoare este echivalentă cu fracția $\frac{1}{3}$?

a) $\frac{2}{5}$ **b)** $\frac{11}{33}$ **c)** $\frac{3}{1}$ **d)** $\frac{2}{9}$

(4p) **5)** Alegeți dintre numerele de mai jos un multiplu de 6, care să fie cuprins între 10 și 50.

a) 12 **b)** 15 **c)** 54 **d)** 6

SUBIECTUL II (40p)

(Se scriu pe foaia de concurs doar numărul exercițiului și rezultatul corespunzător)

(4p) **1)** Câte drepte diferite se pot duce prin trei puncte necoliniare?

(4p) **2)** Segmentul $[AB]$ are lungimea de 4 *cm* și punctul M este mijlocul său. Care este lungimea segmentului $[AM]$?

(4p) **3)** Care dintre fracțiile $\frac{7}{12}$ și $\frac{7}{10}$ este mai mare?

(4p) **4)** Care este rezultatul calculului $\frac{2}{5}+\frac{7}{10}-\frac{1}{30}$?

(4p) **5)** Scrieți un număr natural prim și par.

(4p) **6)** Care este măsura unghiului format de bisectoarele a două unghiuri care sunt adiacente și au împreună 58°?

(4p) **7)** Care este c.m.m.d.c-ul numerelor 28 și 49?

Scanned with OKEN Scanner

(4p) **8)** Care este media aritmetică a numerelor 10 și 12?

(4p) **9)** Care este măsura complementului unui unghi de 60°?

(4p) **10)** Care este cel mai mare număr natural care este mai mic decât $\frac{17}{5}$?

SUBIECTUL III (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Scriem numerele raționale pozitive sub forma următorului șir:

$$\frac{1}{1};\frac{2}{1};\frac{1}{2};\frac{3}{1};\frac{2}{2};\frac{1}{3};\frac{4}{1};\frac{3}{2};\frac{2}{3};\frac{1}{4};....$$

Împărțim numerele din șir în grupe astfel încât: în grupa $k(k \geq 2)$ intră numerele pentru care suma dintre numitor și numărător este k, iar numitorii sunt scriși în ordine crescătoare și numărătorii sunt diferiți de 0.

(3p) **a)** Să se scrie numerele din grupa 4.

(3p) **b)** Să se afle câte numere conține grupa 7.

(3p) **c)** Să se calculeze produsul numerelor din grupa 6.

(3p) **d)** Să se afle câte fracții supraunitare conține grupa 2008.

(1p) **e)** Să se afle care este prima grupă din care face parte fracția $\frac{1007}{1001}$.

(1p) **f)** Să se afle care este numărul primului termen al șirului, care este egal cu fracția $\frac{1007}{1001}$.

(1p) **g)** Să se arate că în acest șir există cel puțin 2008 termeni egali cu $\frac{1007}{1001}$.

SUBIECTUL IV (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

(4p) **a)** Să se determine în câte regiuni împarte o dreaptă planul.

(4p) **b)** Să se determine în câte regiuni împart două drepte paralele un plan.

(2p) **c)** Să se determine în câte regiuni împart două drepte concurente un plan.

(1p) **d)** Să se arate că, oricum am avea trei drepte în plan, ele vor împărți planul în cel mult 7 regiuni.

(2p) **e)** Să se deseneze trei drepte în plan, care împart planul în 7 regiuni.

(1p) **f)** Să se arate că numărul maxim de regiuni în care împart n drepte un plan este $\frac{n(n+1)}{2}+1$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.

(1p) **g)** Să se arate că, oricum am duce 2008 drepte în plan, regiunile determinate de ele pot fi colorate în două culori astfel încât oricare două regiuni vecine să fie colorate diferit. (Două regiuni sunt vecine dacă au o latură comună).

Scanned with OKEN Scanner

TEST 3

Clasa a VI-a

NOTĂ. La subiectul I există un singur răspuns corect. La subiectul II se va da direct răspunsul. La subiectele III și IV se cer rezolvările complete. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 2 ore și 30 de minute.

SUBIECTUL I (20p)

(Se scrie pe foaia de concurs doar litera corespunzătoare răspunsului corect)

(4p) **1)** Care dintre numerele următoare reprezintă 50% din 20?

a) 10 **b)** 5 **c)** 2 **d)** 15

(4p) **2)** Care este măsura unui unghi format de două drepte perpendiculare?

a) 60° **b)** 180° **c)** 90° **d)** 30°

(4p) **3)** Care este cel mai mic număr întreg de două cifre?

a) 10 **b)** –10 **c)** –99 **d)** 99

(4p) **4)** Cum se numește un triunghi care are două dintre laturi egale?

a) echilateral **b)** dreptunghic **c)** scalen **d)** isoscel

(4p) **5)** Alegeți dintre numerele de mai jos pe cel mai mic.

a) –12 **b)** 15 **c)** –54 **d)** 6

SUBIECTUL II (40p)

(Se scriu pe foaia de concurs doar numărul exercițiului și rezultatul corespunzător)

(4p) **1)** Cât este perimetrul unui triunghi echilateral cu latura de 5 cm?

(4p) **2)** Care este valoarea numărului x din proporția $\frac{1}{3}=\frac{4}{x}$?

(4p) **3)** Care este diferența dintre măsurile a două unghiuri alterne interne, formate de două drepte paralele cu o secantă ?

(4p) **4)** Care este valoarea absolută a numărului –12?

(4p) **5)** Scrieți în ordine descrescătoare numerele –15, 23, –20,0 .

(4p) **6)** Care este prețul unui fir de garoafă, dacă 5 fire de garoafă au costat 10 lei?

(4p) **7)** Care este valoarea unui număr, dacă 10% din el este egal cu 15?

(4p) **8)** Care este valoarea sumei $-2+|-2|$?

(4p) **9)** Care este numărul întreg care este egal cu opusul său?

(4p) **10)** Care este rezultatul calculului –2 – (–3)?

Scanned with OKEN Scanner

SUBIECTUL III (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Se consideră mulțimea $M=\{-16,-8,-4,-2,-1,1,2,4,8,16\}$

Pentru fiecare submulțime nevidă a mulțimii M, considerăm suma tuturor elementelor sale. Rezultatele acestor sume formează o mulțime pe care o notăm cu P. (De exemplu $1\in P$, deoarece $\{1\}\subset M$, iar $0\in P$, deoarece $\{-1,\ 1\}\subset M$).

(4p) **a)** Să se verifice că $2\in P$ și $3\in P$.

(3p) **b)** Să se calculeze suma elementelor mulțimii M.

(3p) **c)** Să se determine cel mai mare element și cel mai mic element al mulțimii P.

(2p) **d)** Să se arate că mulțimea P are un număr impar de elemente .

(1p) **e)** Să se arate că mulțimea M are un număr de 1023 de submulțimi nevide.

(1p) **f)** Să se găsească două submulțimi U și V ale mulțimii M, nevide și disjuncte, astfel încât suma elementelor mulțimii U să fie egală cu suma elemen - telor mulțimii V.

(1p) **g)** Să se arate că mulțimea P are 63 de elemente.

SUBIECTUL IV (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Se consideră o dreaptă d și două puncte M și N situate de aceeași parte a dreptei d.

Fie P un punct aflat la aceeași distanță față de dreapta d ca și M, astfel încât P și M se află în semiplane diferite determinate de dreapta d și $PM\perp d$. Fie R intersecția dintre segmentul $[NP]$ și dreapta d.

(4p) **a)** Să se arate că $MR=PR$.

(3p) **b)** Să se verifice că $MR+NR=NP$.

(3p) **c)** Să se arate că perpendiculara în R pe dreapta d este bisectoarea unghiului $\widehat{MRN}$.

(2p) **d)** Să se arate că, dacă punctul A aparține dreptei d, atunci $MA=PA$.

(1p) **e)** Să se arate că $MT+TN\geq MR+RN$, pentru orice punct T de pe dreapta d.

(1p) **f)** Să se arate că, dacă $S\in d$ și $MS+SN=MR+RN$, atunci $S=R$.

(1p) **g)** Un triunghi XYZ are vârful Z variabil pe o dreaptă e și vârfurile X și Y fixe, situate de aceeași parte a dreptei e. Să se determine poziția punctului Z pe dreapta e, astfel încât perimetrul triunghiului XYZ să fie minim.

Scanned with OKEN Scanner

TEST FINAL

Clasa a VI-a

NOTĂ. Se cer rezolvările complete la fiecare subiect.
Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 2 ore.

SUBIECTUL I (20p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Fie a și b două numere întregi. Se consideră următorul șir de numere: primul termen este a, al doilea termen este b, al treilea este diferența dintre al doilea termen și primul termen, al patrulea este diferența dintre al treilea termen și al doilea termen și așa mai departe. Exprimați în funcție de a și b termenul 2008 al șirului.

SUBIECTUL II (20p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Să se arate că, oricum am avea 10 numere naturale consecutive, există printre ele unul care să fie prim cu oricare din celelalte 9 numere.

SUBIECTUL III (30p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Se consideră mulțimea A_n, având toate elementele de forma $\pm 1 \pm 2 \pm 3 \pm \ldots \pm n$, $n \in N^*$ și semnele se aleg în toate modurile posibile.

Considerăm $x = \dfrac{n(n+1)}{2}$ și notăm cu $B_n = \{-x, -x+1, \ldots, -1, 0, 1, \ldots, x-1, x\}$.

(10p) **a)** Să se arate că $A_n \subset B_n$, $n \in \mathbf{N}^*$.

(10p) **b)** Să se arate că $B_n - A_n \neq \varnothing$, $n \in \mathbf{N}^*$.

(10p) **c)** Să se determine numărul de elemente ale mulțimii:

$C = \{n \in \{1, 2, \ldots, 2008\} \mid 0 \in A_n\}$.

SUBIECTUL IV (30p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Să se demonstreze că, dacă avem în plan puncte distincte, atunci există segmente închise, cu capetele în aceste puncte, astfel încât oricare două dintre aceste segmente nu se intersectează.

Scanned with OKEN Scanner

TEST 4

Clasa a VI -a

NOTĂ. La subiectul I există un singur răspuns corect. La subiectul II se va da direct răspunsul. La subiectele III și IV se cer rezolvările complete. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 2 ore și 30 de minute.

SUBIECTUL I (20p)

(Se scrie pe foaia de concurs doar litera corespunzătoare răspunsului corect)

(4p) **1)** Care dintre numerele următoare este egal cu 3^3?

a) 9 **b)** 6 **c)** 27 **d)** 12

(4p) **2)** Câte numere naturale de două cifre sunt divizibile cu 10?

a) 10 **b)** 9 **c)** 90 **d)** 11

(4p) **3)** Care dintre următoarele numere are exact doi divizori naturali?

a) 10 **b)** 7 **c)** 4 **d)** 1

(4p) **4)** Câte numere de trei cifre, cu cifrele diferite două câte două, putem scrie folosind 0; 1 și 2?

a) 3 **b)** 4 **c)** 6 **d)** 2

(4p) **5)** Câte numere naturale de două cifre se termină cu cifra 5?

a) 10 **b)** 8 **c)** 9 **d)** 20

SUBIECTUL II (40p)

(Se scriu pe foaia de concurs doar numărul exercițiului și rezultatul corespunzător)

(4p) **1)** Să se rezolve ecuația $3x + 1 = 10$.

(4p) **2)** Să se afle cel mai mare divizor impar al numărului 42.

(4p) **3)** Să se scrie un multiplu al numărului 7.

(4p) **4)** Ce rest obținem la împărțirea numărului 207 la 5?

Se consideră figura de mai jos, în care știm $AC = 3$ cm, $CD = 4$ cm, $MB = 1$ cm, și M mijlocul segmentului BD.

(4p) **5)** Care este lungimea segmentului AD?

(4p) **6)** Care este lungimea segmentului BD?

Scanned with OKEN Scanner

(4p) **7)** Care este lungimea segmentului CM?

(4p) **8)** Care este cea mai mare lungime a unui segment din figură?

(4p) **9)** Câte segmente care au un capăt în punctul C apar în figură?

(4p) **10)** Scrieți un segment care apare în figură și are lungimea de 6 cm.

SUBIECTUL III (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Considerăm două numere A și B care au inițial valorile 0 și 0, și șirul de numere 1, 2, ..., 2010. Fiecare număr din șir se adună sau se scade la unul dintre numerele A sau B și apoi se șterge din șir. Operația se termină atunci cand toate numerele din șir au fost șterse.

(4p) **a)** Să se afle câte numere sunt în șirul dat.

(4p) **b)** Să se afle câte perechi de numere naturale nenule $\{a,b\}$ au suma 2011. (Nu contează ordinea numerelor în pereche).

(2p) **c)** Să se afle câte numere impare sunt în șirul dat.

(2p) **d)** Să se calculeze suma 1+2+3+...+2010.

(1p) **e)** Care este cea mai mare valoare pe care o poate lua unul dintre numerele A sau B, după ce s-a finalizat operația?

(1p) **f)** Dacă la numărul A adunăm toate numerele pare din șir și la numărul B adunăm toate numerele impare din șir, să se afle diferența dintre valoarea finală a lui A și valoarea finală a lui B.

(1p) **g)** Să se arate că oricum am face operațiile de adunare și scădere, niciodată nu vom obține valori finale egale pentru numerele A și B.

SUBIECTUL IV (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Numim „descompunerea unui pătrat în n pătrate mai mici" o figură în care interiorul pătratului se acoperă în totalitate cu n pătrate mai mici, fără suprapunere. (Un exemplu de descompunere a unui pătrat în 6 pătrate mai mici este figura.)

(4p) **a)** Dacă un pătrat are latura de 6 cm, cât este perimetrul pătratului?

(4p) **b)** Dacă pătratul cel mai mare din figură are latura egală cu 6 cm, cât este latura pătratului 1?

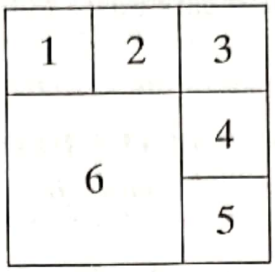
(2p) **c)** Dacă pătratul cel mai mare din figură are latura egală cu 6 cm, cât este latura pătratului 6?

Scanned with OKEN Scanner

(3p) **d)** Desenați o descompunere a unui pătrat în 4 pătrate mai mici.

(1p) **e)** Desenați o descompunere a unui pătrat în 7 pătrate mai mici.

(1p) **f)** Desenați o descompunere a unui pătrat în 11 pătrate mai mici.



TEST 5

Clasa a VI -a

NOTĂ. La subiectul I există un singur răspuns corect. La subiectul II se va da direct răspunsul. La subiectele III și IV se cer rezolvările complete. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 2 ore și 30 de minute.

SUBIECTUL I (20p)

(Se scrie pe foaia de concurs doar litera corespunzătoare răspunsului corect)

(4p) **1)** Care dintre numerele fracții este echivalentă cu $\frac{3}{5}$?

a) $\frac{30}{50}$ **b)** $\frac{10}{6}$ **c)** $\frac{6}{4}$ **d)** $\frac{1}{2}$

(4p) **2)** Care dintre următoarele fracții este ireductibilă?

a) $\frac{10}{12}$ **b)** $\frac{8}{9}$ **c)** $\frac{50}{100}$ **d)** $\frac{3}{6}$

(4p) **3)** Care dintre următoarele numere este divizibil cu 3?

a) 102 **b)** 101 **c)** 100 **d)** 104

(4p) **4)** Cum se numește un unghi a cărui măsură este de 90°?

a) unghi obtuz **b)** unghi ascuțit **c)** unghi drept **d)** unghi nul

(4p) **5)** Dacă un segment $[AB]$ are lungimea de 8 cm, iar punctul M este mijlocul segmentului, care este lungimea segmentului $[MB]$?

a) 2 cm **b)** 4 cm **c)** 8 cm **d)** nu se poate preciza

Scanned with OKEN Scanner

SUBIECTUL II (40p)

(Se scriu pe foaia de concurs doar numărul exercițiului și rezultatul corespunzător)

(4p) **1)** Să se scrie numărul maxim de drepte care trec prin cel puțin două puncte din figura de mai jos.

(4p) **2)** Să se scrie în câte semiplane împarte o dreaptă un plan.

(4p) **3)** Să se scrie o fracție subunitară ireductibilă.

(4p) **4)** Să se calculeze media aritmetică a numerelor 6 și 8.

(4p) **5)** Să se afle cel mai mare divizor comun al numerelor 14 si 21.

(4p) **6)** Scrieți o valoare a cifrei a pentru care numărul $\overline{2a5}$ este divizibil cu 3.

(4p) **7)** Aflați valoarea lui x din ecuația $3x+7=9$.

(4p) **8)** Dați un exemplu de număr care se divide cu 4 și cu 6 dar nu se divide cu 24.

(4p) **9)** Împărțim un unghi drept în 5 unghiuri congruente. Scrieți măsura unui unghi din cele 5.

(4p) **10)** Exprimați în minute măsura unui unghi de 3°.

SUBIECTUL III (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Se consideră mulțimea A formată din toate numerele naturale care se scriu numai cu cifrele 1 și 2 și au cel mult 100 de cifre.

(4p) **a)** Să se arate că $21 \in A$; $22 \in A$; $111 \in A$ și $123 \notin A$.

(4p) **b)** Să se afle câte numere de 3 cifre conține mulțimea A.

(2p) **c)** Să se găsească un element din mulțimea A care are 3 cifre și se divide cu 8.

(2p) **d)** Să se afle câte elemente din mulțimea A au cel mult 5 cifre.

(1p) **e)** Să se arate că, dacă $\overline{a_1a_2...a_p}$ se divide cu 2^{p+1}, atunci $\overline{2a_1a_2...a_p}$ se divide cu 2^{p+1}.

(1p) **f)** Să se arate că, dacă $\overline{a_1a_2...a_p}$ se divide cu 2^p dar nu se divide cu 2^{p+1}, atunci $\overline{1a_1a_2...a_p}$ se divide cu 2^{p+1}.

(1p) **g)** Să se arate că mulțimea A conține un număr care se divide cu 2^{100}.

Scanned with OKEN Scanner

SUBIECTUL IV (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Se consideră dat un unghi ascuțit cu măsura de 32°. Construim adiacent cu acesta un prim unghi cu măsura de $\frac{32^\circ}{2}$, apoi adiacent cu acesta al doilea unghi cu măsura de $\frac{32^\circ}{2^2}$... și așa mai departe.

(Unghiurile se vor construi astfel încât să nu se suprapună.)

Fie $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + ... + \frac{1}{2^{100}}$.

(4p) **a)** Să se afle măsura celui de-al treilea unghi construit.

(4p) **b)** Să se calculeze suma măsurilor primelor 5 unghiuri construite.

(2p) **c)** Să se afle al câtelea unghi construit este primul care are măsura exprimată printr-un număr de grade care nu este întreg.

(2p) **d)** Să se afle măsura celui de-al zecelea unghi construit.

(1p) **e)** Să se calculeze $\frac{1}{2} \cdot S - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + ... + \frac{1}{2^{101}} \right)$.

(1p) **f)** Să se arate că $S = 2 - \frac{1}{2^{100}}$.

(1p) **g)** Să se arate că, dacă construim unghiuri, suma măsurilor lor este mai mică decât 32°.

TEST 6

Clasa a VI-a

NOTĂ. La subiectul I există un singur răspuns corect. La subiectul II se va da direct răspunsul. La subiectele III și IV se cer rezolvările complete. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 2 ore și 30 de minute.

SUBIECTUL I (20p)

(Se scrie pe foaia de concurs doar litera corespunzătoare răspunsului corect)

(4p) **1)** Care dintre numerele următoare reprezintă 50% din 20?

a) 10 **b)** 5 **c)** 2 **d)** 15

(4p) **2)** Care este măsura unui unghi format de două drepte perpendiculare?

a) 60° **b)** 180° **c)** 90° **d)** 30°

Scanned with OKEN Scanner

(4p) 3) Care este cel mai mic număr întreg de două cifre?

a) 10 b) –10 c) –99 d) 99

(4p) 4) Cum se numește un triunghi care are două dintre laturi egale, dar nu toate trei egale?

a) echilateral b) dreptunghic c) scalen d) isoscel

(4p) 5) Alegeți dintre numerele de mai jos pe cel mai mic.

a) –12 b) 15 c) –54 d) 6

SUBIECTUL II (40p)

(Se scriu pe foaia de concurs doar numărul exercițiului și rezultatul corespunzător)

(4p) 1) Cât este perimetrul unui triunghi echilateral cu latura de 5cm?

(4p) 2) Care este valoarea numărului x din proporția $\frac{1}{3}=\frac{4}{x}$?

(4p) 3) Care este diferența dintre măsurile a două unghiuri alterne interne, formate de două drepte paralele cu o secantă ?

(4p) 4) Care este valoarea absolută a numărului –12?

(4p) 5) Scrieți în ordine descrescătoare numerele –15, 23, –20,0 .

(4p) 6) Care este prețul unui fir de garoafă, dacă 5 fire de garoafă au costat 10 lei?

(4p) 7) Care este valoarea unui număr, dacă 10% din el este egal cu 15?

(4p) 8) Care este valoarea sumei $-2+|-2|$?

(4p) 9) Care este numărul întreg care este egal cu opusul său?

(4p) 10) Care este rezultatul calculului –2 – (–3)?

SUBIECTUL III (15p)

(Se scriu pe foaia de concurs doar numărul exercițiului și rezultatul corespunzător)

Se consideră mulțimea $A=\left\{2^i \mid i\in \mathbf{N}\right\}$ și mulțimea B formată din suma tuturor elementelor din orice submulțime finită și nevidă a mulțimii A.

(4p) a) Să se verifice că $1\in A$, $2\in A$, $4\in A$ și $4\in A$.

(4p) b) Să se verifice că $3\notin A$ și $6\notin A$.

(2p) c) Să se arate că $3\in B$ și $5\in B$.

Scanned with OKEN Scanner

(2p) **d)** Să se calculeze numărul de elemente din mulțimea $A \cap \{1,2,3,\ldots,20\}$.

(1p) **e)** Dacă $S = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \ldots + 2^n$, să se arate că $2S = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 \ldots + 2^n + 2^{n+1}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

(1p) **f)** Să se arate că $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \ldots + 2^n = 2^{n+1} - 1$.

(1p) **g)** Să se arate că, dacă $n \in B$, atunci $n + 1 \in B$.

SUBIECTUL IV (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Se consideră o dreaptă d și două puncte M și N situate de aceeași parte a dreptei d. Fie P un punct aflat la aceeași distanța fața de dreapta d ca și M, astfel încât P și M se află în semiplane diferite determinate de dreapta d și $PM \perp d$. Fie R intersecția dintre segmentul (NP) și dreapta d.

(4p) **a)** Să se arate că $MR = PR$.

(4p) **b)** Să se verifice că $MR + NR = NP$.

(2p) **c)** Să se arate că perpendiculara în R pe dreapta d este bisectoarea unghiului $\widehat{MRN}$.

(2p) **d)** Să se arate că, dacă punctul A aparține dreptei d, atunci $MA = PA$.

(1p) **e)** Să se arate că $MT + TN \geq MR + RN$, pentru orice punct T de pe dreapta d.

(1p) **f)** Să se arate că, dacă $S \in d$ și $MS + SN = MR + RN$, atunci $S = R$.

(1p) **g)** Un triunghi XYZ are vârful Z variabil pe o dreaptă e și vârfurile X și Y fixe, situate de aceeași parte a dreptei e. Să se determine poziția punctului Z pe dreapta e, astfel încât perimetrul triunghiului XYZ să fie minim.

Scanned with OKEN Scanner

TEST FINAL

Clasa a VI-a

NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se cer rezolvările complete la fiecare subiect. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 2 ore.

SUBIECTUL I (30p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Un număr natural n se numește *„simpatic”* dacă $T(n) \geq 3n$, unde $T(n)$ = suma divizorilor naturali ai numărului n.

(10p) **a)** Să se dea un exemplu de număr *„simpatic”*.

(10p) **b)** Să se arate că, dacă luăm oricare 120 de numere naturale consecutive, putem găsi unul care este *„simpatic”*.

(10p) **c)** Să se arate că există o infinitate de numere *„simpatice”*.

SUBIECTUL II (30p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Fie $x_1, x_2, \ldots, x_n \in \{-1; 1\}$ astfel încât $x_1x_2 + x_2x_3 + \ldots + x_nx_1 = 0$

(10p) **a)** Pentru $n = 1$ să se găsească niște numere care verifică ipoteza.

(10p) **b)** Să se arate că 2 divide n.

(10p) **c)** Să se arate că 4 divide n.

SUBIECTUL III (20p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Se consideră o mulțime formată din n puncte în plan, $n \geq 3$. Fiecărui punct din mulțime i se atribuie o valoare: 1 sau –1, astfel încât pentru orice dreaptă care trece prin cel puțin 2 puncte din mulțime, suma valorilor atribuite punctelor din mulțime care se află pe dreaptă să fie egală cu 0. Să se arate că toate punctele din mulțime se află pe o dreaptă.

SUBIECTUL IV (10p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Se dă o mulțime formată din 2009 puncte în plan. Să se arate că putem duce o dreaptă care trece prin exact un punct din mulțime și are de-o parte și de alta exact 1004 puncte din mulțime.

Scanned with OKEN Scanner

TEST 7

Clasa a VI-a

NOTĂ. La subiectul I există un singur răspuns corect. La subiectul II se va da direct răspunsul. La subiectele III și IV se cer rezolvările complete. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 2 ore și 30 de minute.

SUBIECTUL I (20p)

(Se scrie pe foaia de concurs doar litera corespunzătoare răspunsului corect)

(4p) **1)** Spuneți care dintre numerele următoare este divizibil cu 10?

a) 210 **b)** 215 **c)** 211 **d)** 214

(4p) **2)** Aflați a treisprezecea zecimală a numărului rațional $\frac{1}{9}$.

a) 5 **b)** 1 **c)** 4 **d)** 6

(4p) **3)** Media aritmetică a 15 numere este 20. Aflați suma lor.

a) 35 **b)** 200 **c)** 300 **d)** 100

(4p) **4)** Care este cel mai mic număr natural nenul care se împarte exact la 2, la 3 și la 5?

a) 30 **b)** 20 **c)** 60 **d)** 40

(4p) **5)** Suma lungimilor laturilor unui pătrat este 24. Care este lungimea unei laturi?

a) 5 **b)** 4 **c)** 6 **d)** 7

SUBIECTUL II (40p)

(Se scriu pe foaia de concurs doar numărul exercițiului și rezultatul corespunzător)

(4p) **1)** Aflați produsul primelor 5 zecimale ale numărului rațional $\frac{1}{13}$.

(4p) **2)** Calculați perimetrul unui triunghi cu lungimile laturilor de 0,2 dm; 1 cm și 20 mm și exprimați-l în cm.

(4p) **3)** Scrieți fracția ireductibilă echivalentă cu fracția $\frac{2323}{3232}$.

(4p) **4)** Calculați $\left(2^2 - 10 : 5\right)^0$.

(4p) **5)** Suma a două numere naturale consecutive este 15. Aflați cel mai mare dintre numere.

(4p) **6)** Împărțitorul, câtul și restul unei împărțiri sunt 4; 5 și respectiv 2. Aflați deîmpărțitul.

(4p) **7)** Aflați restul împărțirii numărului 723456 la 5.

Scanned with OKEN Scanner

(4p) **8)** Câte fracții subunitare nenule care să aibă numitorii strict mai mici decât 4, putem scrie?

(4p) **9)** Aflați un număr natural care are exact doi divizori naturali, iar suma celor doi divizori este 4.

(4p) **10)** Scrieți numerele de forma $\overline{27x}$ divizibile cu 5.

SUBIECTUL III (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Se consideră mulțimea $A = \{2^i \mid i \in \mathbb{N}\}$ și mulțimea B formată din suma tuturor elementelor din orice submulțime finită și nevidă a mulțimii A.

(4p) **a)** Să se verifice că $1 \in A$, $2 \in A$, $4 \in A$ și $8 \in A$.

(3p) **b)** Să se verifice că $3 \notin A$ și $6 \notin A$.

(3p) **c)** Să se arate că $3 \in B$ și $5 \in B$.

(2p) **d)** Să se arate că, dacă $n \in B$, atunci $2n \in B$.

(1p) **e)** Să se calculeze numărul de elemente din mulțimea $A \cap \{1,2,3,\ldots,20\}$.

(1p) **f)** Să se arate că mulțimea B conține cel puțin 2009 numere impare.

(1p) **g)** Să se arate că $1023 \in B$.

SUBIECTUL IV (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Un număr natural $n \geq 2$ se numește *„interesant”*, dacă există numerele prime p și q (nu neapărat diferite), astfel încât $n = p \cdot q$. Se notează cu A mulțimea tuturor numerelor *„interesante”*.

(4p) **a)** Să se verifice că $4 \in A$ și $5 \notin A$.

(3p) **b)** Să se verifice că $33 \in A$, $34 \in A$, $35 \in A$ și $36 \notin A$.

(3p) **c)** Să se calculeze numărul de elemente din mulțimea $A \ \{1,2,3, \ldots, 20\}$.

(2p) **d)** Să se arate că, dacă $n \in A$ și n se divide cu 4, atunci $n = 4$.

(1p) **e)** Să se arate că, dacă avem 4 numere naturale consecutive, atunci unul dintre ele se divide cu 4.

(1p) **f)** Să se arate că mulțimea A conține cel puțin 2009 elemente.

(1p) **g)** Să se arate că mulțimea A **nu** conține 4 numere naturale consecutive.

Scanned with OKEN Scanner

TEST 8

Clasa a VI-a

NOTĂ. La subiectul I există un singur răspuns corect. La subiectul II se va da direct răspunsul. La subiectele III și IV se cer rezolvările complete. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 2 ore și 30 de minute.

SUBIECTUL I (20p)

(Se scrie pe foaia de concurs doar litera corespunzătoare răspunsului corect)

(4p) **1)** Care dintre numerele următoare este număr prim?

a) 4 **b)** 3 **c)** 9 **d)** 15

(4p) **2)** Care este măsura unghiului format de două semidrepte opuse?

a) 0° **b)** 180° **c)** 90° **d)** 360°

(4p) **3)** Care dintre numerele de mai jos este divizibil simultan cu 2, cu 3 și cu 7?

a) 1 **b)** 6 **c)** 21 **d)** 42

(4p) **4)** Care dintre fracțiile următoare este echivalentă cu fracția $\frac{1}{3}$?

a) $\frac{2}{5}$ **b)** $\frac{11}{33}$ **c)** $\frac{3}{1}$ **d)** $\frac{2}{9}$

(4p) **5)** Alegeți dintre numerele de mai jos un multiplu de 6, care să fie cuprins între 10 și 50.

a) 12 **b)** 15 **c)** 54 **d)** 6

SUBIECTUL II (40p)

(Se scriu pe foaia de concurs doar numărul exercițiului și rezultatul corespunzător)

(4p) **1)** Câte drepte diferite se pot duce prin câte două puncte luate din trei puncte necoliniare?

(4p) **2)** Segmentul $[AB]$ are lungimea de 4 *cm* și punctul M este mijlocul său. Care este lungimea segmentului $[AM]$?

(4p) **3)** Care dintre fracțiile $\frac{7}{12}$ și $\frac{7}{10}$ este mai mare?

(4p) **4)** Care este rezultatul calculului $\frac{2}{5}+\frac{7}{10}-\frac{3}{30}$?

(4p) **5)** Scrieți un număr natural prim și par.

Scanned with OKEN Scanner

(4p) **6)** Care este măsura unghiului format de bisectoarele a două unghiuri care sunt adiacente și au împreună 58°?

(4p) **7)** Care este c.m.m.d.c-ul numerelor 28 și 49?

(4p) **8)** Care este media aritmetică a numerelor 10 și 12?

(4p) **9)** Care este măsura complementului unui unghi de 60°?

(4p) **10)** Care este cel mai mare număr natural care este mai mic decât $\frac{17}{5}$?

SUBIECTUL III (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Scriem numerele raționale pozitive sub forma următorului șir:

$\frac{1}{1};\frac{2}{1};\frac{1}{2};\frac{3}{1};\frac{2}{2};\frac{1}{3};\frac{4}{1};\frac{3}{2};\frac{2}{3};\frac{1}{4};\ldots$. Împărțim numerele din șir în grupe astfel încât: în grupa k $(k \geq 2)$ intră numerele pentru care suma dintre numitor și numărător este k, iar numitorii sunt scriși în ordine crescătoare și numărătorii sunt diferiți de 0. În cadrul șirului grupele sunt așezate în ordine crescătoare.

(3p) **a)** Să se scrie numerele din grupa 4.

(3p) **b)** Să se afle câte numere conține grupa 7.

(3p) **c)** Să se calculeze produsul numerelor din grupa 6.

(3p) **d)** Să se afle câte fracții supraunitare conține grupa 2010.

(1p) **e)** Să se afle care este prima grupă din care face parte fracția $\frac{1009}{1001}$.

(1p) **f)** Să se afle care este numărul primului termen al șirului, care este egal cu fracția.

(1p) **g)** Să se arate că în acest șir există cel puțin 2010 termeni egali cu $\frac{1009}{1001}$.

SUBIECTUL IV (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

(4p) **a)** Să se determine în câte regiuni împarte o dreaptă planul.

(4p) **b)** Să se determine în câte regiuni împart două drepte paralele un plan.

(2p) **c)** Să se determine în câte regiuni împart două drepte concurente un plan.

(1p) **d)** Să se arate că, oricum am avea trei drepte în plan, ele vor împărți planul în cel mult 7 regiuni.

Scanned with OKEN Scanner

(2p) **e)** Să se deseneze trei drepte în plan, care împart planul în 7 regiuni.

(1p) **f)** Să se arate că numărul maxim de regiuni în care împart n drepte un plan este $\frac{n(n+1)}{2}+1, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

(1p) **g)** Să se arate că, oricum am duce 2010 drepte în plan, regiunile determinate de ele pot fi colorate în două culori astfel încât oricare două regiuni vecine să fie colorate diferit. (Două regiuni sunt vecine dacă au o latură comună).

TEST 9

Clasa a VI-a

NOTĂ. La subiectul I există un singur răspuns corect. La subiectul II se va da direct răspunsul. La subiectele III și IV se cer rezolvările complete. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 2 ore și 30 de minute.

SUBIECTUL I (20p)

(Se scrie pe foaia de concurs doar litera corespunzătoare răspunsului corect)

(4p) **1)** Care dintre numerele următoare reprezintă 50% din 20?

a) 10 **b)** 5 **c)** 2 **d)** 15

(4p) **2)** Care este măsura unui unghi format de două drepte perpendiculare?

a) 60° **b)** 180° **c)** 90° **d)** 30°

(4p) **3)** Care este cel mai mic număr întreg de două cifre?

a) 10 **b)** –10 **c)** –99 **d)** 99

(4p) **4)** Cum se numește un triunghi care are două dintre laturi egale?

a) echilateral **b)** dreptunghic **c)** scalen **d)** isoscel

(4p) **5)** Alegeți dintre numerele de mai jos pe cel mai mic.

a) –12 **b)** 15 **c)** –54 **d)** 6

Scanned with OKEN Scanner

SUBIECTUL II (40p)

(Se scriu pe foaia de concurs doar numărul exercițiului și rezultatul corespunzător)

(4p) **1)** Cât este perimetrul unui triunghi echilateral cu latura de 5 cm?

(4p) **2)** Care este valoarea numărului x din proporția $\frac{1}{3}=\frac{4}{x}$?

(4p) **3)** Care este diferența dintre măsurile a două unghiuri alterne interne, formate de două drepte paralele cu o secantă?

(4p) **4)** Care este valoarea absolută a numărului –12?

(4p) **5)** Scrieți în ordine descrescătoare numerele –15, 23, 0.

(4p) **6)** Care este prețul unui fir de garoafă, dacă 5 fire de garoafă au costat 10 lei?

(4p) **7)** Care este valoarea unui număr, dacă 10% din el este egal cu 15?

(4p) **8)** Care este valoarea sumei $-2+|-2|$?

(4p) **9)** Care este numărul întreg care este egal cu opusul său?

(4p) **10)** Care este rezultatul calculului $-2-(-3)$?

SUBIECTUL III (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

(4p) **a)** Să se arate că din orice mulțime formată din 3 numere întregi putem alege două a căror sumă se divide cu 2.

(4p) **b)** Să se dea un exemplu de mulțime cu 4 numere întregi astfel încât oricare 3 au sumă care nu se divide cu 3.

(2p) **c)** Să se dea un exemplu de mulțime cu 6 numere întregi astfel încât oricare 4 au sumă care nu se divide cu 4.

(2p) **d)** Să se arate că din orice mulțime de 5 numere întregi putem alege 3 a caror sumă se divide cu 3.

(1p) **e)** Să se arate că din mulțimea $\{1,2,\ldots,2010\}$ putem alege 101 numere întregi consecutive cu proprietatea ca suma lor se divide cu 101.

(1p) **f)** Să se arate că oricum am alege 100 numere consecutive din mulțimea $\{1,2,3\ldots,2010\}$ suma lor nu se divide la 100.

(1p) **g)** Să se arate că din orice mulțime care conține 17 numere întregi, putem alege 9 a căror sumă se divide cu 9.

Scanned with OKEN Scanner

SUBIECTUL IV (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Un pătrat este împărțit în n^2 pătrățele egale prin linii orizontale și verticale, $n \geq 2$. Spunem că un astfel de pătrat este „n-magic“, dacă putem completa pătrățelele sale cu numere de la 0 la n-1, astfel: pe diagonală, toate elementele sunt egale cu 0, pe fiecare linie și pe fiecare coloană sunt scrise toate elementele mulțimii $\{0,1,2,\ldots, n-1\}$, elementele liniei i sunt egale și la fel ordonate cu elementele coloanei i, $\forall\, i \in \{1,2,\ldots, n\}$. De exemplu, pătratul este „2-magic“, iar pătratul nu este „3-magic“, deoarece linia a 3-a nu conține elementul 1. Liniile sunt orizontale și coloanele sunt verticale. Diagonala unește colțul din stânga sus cu cel din dreapta jos.

0	1
1	0

0	1	2
1	0	2
2	2	0

(4p) **a)** Să se construiască un pătrat „4-magic“.

(4p) **b)** Să se calculeze suma elementelor de pe o linie a unui pătrat „10-magic“.

(2p) **c)** Să se calculeze suma tuturor elementelor într-un pătrat „10-magic“.

(2p) **d)** Să se arate că suma elementelor într-un pătrat „n-magic“ este număr par.

(1p) **e)** Să se arate că nu există un pătrat „5-magic“.

(1p) **f)** Să se arate că există un pătrat „10-magic“.

(1p) **g)** Să se arate că dacă avem 10 drepte în plan, oricare 2 neparalele, oricare 3 neconcurente, atunci putem numerota punctele lor de intersecție cu numere de la 1 la 9, astfel încât pe fiecare dreaptă să nu întâlnim 2 numere egale.

Scanned with OKEN Scanner

TEST FINAL

Clasa a VI-a

NOTĂ. Se cer rezolvările complete la fiecare subiect. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 2 ore și 30 minute.

SUBIECTUL I (20p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Se consideră în plan o mulțime formată din n drepte, $n \geq 2$, oricare două neparalele. Fiecărei drepte i se atribuie o valoare din mulțimea $\{-1,1\}$. Să se arate că, dacă pentru orice punct de concurență a două din cele n drepte, suma valorilor atribuite dreptelor care trec prin acel punct este egală cu 0, atunci toate dreptele trec printr-un punct.

SUBIECTUL II (30p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Se consideră într-un plan dreptele $d_1, d_2, \ldots d_{10}$, astfel încât oricare 2 drepte nu sunt paralele și oricare 3 drepte nu sunt concurente. Ele împart planul în regiuni.

(10p) **a)** Să se arate că fiecare dreaptă conține un segment care este frontieră la o regiune triunghiulară.

(10p) **b)** Să se calculeze numărul de regiuni determinate de cele 10 drepte.

(10p) **c)** Să se arate că putem colora regiunile cu două culori, astfel încât orice 2 regiuni vecine să fie colorate diferit.

SUBIECTUL III (20p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Să se găsească două submulțimi B și C ale mulțimii $A = \{1,2,3,\ldots,15,16\}$, astfel încât $B \cap C = \emptyset$ și $B \cup C = A$, iar suma elementelor mulțimii B să fie egală cu suma elementelor mulțimii C, suma pătratelor elementelor mulțimii B să fie egală cu suma pătratelor elementelor mulțimii C și suma cuburilor elementelor mulțimii B să fie egală cu suma cuburilor elementelor mulțimii C.

Scanned with OKEN Scanner

SUBIECTUL IV (20p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Să se arate că, dacă un elev are 10 cărți diferite pe care le ordonează în toate modurile posibile, o ordonare a lor durează 10 secunde, lucrează 10 ore pe zi și 360 zile pe an, atunci el va termina lucrarea în mai mult de 2 ani.

TEST 10

Clasa a VI -a

NOTĂ. La subiectul I există un singur răspuns corect. La subiectul II se va da direct răspunsul. La subiectele III și IV se cer rezolvările complete. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 2 ore și 30 de minute.

SUBIECTUL I (20p)

(Se scrie pe foaia de concurs doar litera corespunzătoare răspunsului corect)

(4p) **1)** Care dintre numerele următoare este egal cu 5^2?

a) 9 **b)** 6 **c)** 25 **d)** 12

(4p) **2)** Câte numere naturale de două cifre sunt divizibile cu 11?

a) 10 **b)** 9 **c)** 90 **d)** 11

(4p) **3)** Care dintre următoarele numere are exact doi divizori naturali?

a) 10 **b)** 2 **c)** 4 **d)** 1

(4p) **4)** Câte numere de trei cifre, cu cifrele diferite două câte două, putem scrie folosind 0; 5 și 6?

a) 3 **b)** 4 **c)** 6 **d)** 2

(4p) **5)** Câte numere naturale de două cifre se termină cu cifra 0?

a) 10 **b)** 8 **c)** 9 **d)** 20

SUBIECTUL II (40p)

(Se scriu pe foaia de concurs doar numărul exercițiului și rezultatul corespunzător)

(4p) **1)** Să se rezolve ecuația $5x + 2 = 12$.

(4p) **2)** Să se afle cel mai mare divizor impar al numărului 56.

(4p) **3)** Să se scrie un multiplu al numărului 10.

Scanned with OKEN Scanner

(4p) **4)** Ce rest obținem la împărțirea numărului 2007 la 5?

Se consideră figura de mai jos, în care știm $AC = 5$ cm, $CD = 6$ cm, $MB = 1$ cm și M mijlocul segmentului BD.

(4p) **5)** Care este lungimea segmentului AD?

(4p) **6)** Care este lungimea segmentului BD?

(4p) **7)** Care este lungimea segmentului CM?

(4p) **8)** Care este cea mai mare lungime a unui segment din figură?

(4p) **9)** Câte segmente care au un capăt în punctul C apar în figură?

(4p) **10)** Scrieți un segment care apare în figură și are lungimea de 7 cm.

SUBIECTUL III (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Fie k un număr natural și $S(k)$ = suma cifrelor numărului k.

(4p) **a)** Calculați $S(201)$.

(4p) **b)** Calculați $S(111) - S(102)$.

(2p) **c)** Arătați că $2010 - S(2010)$ este divizibil cu 9.

(2p) **d)** Găsiți două numere naturale nenule a și b astfel încât:

$S(a) = S(b) = S(a+b) = 9$.

(1p) **e)** Să se găsească un număr natural a pentru care $S(a) = 2010$.

(1p) **f)** Să se arate că oricare $n \in \mathbb{N}^*$, există $k \in \mathbb{N}$ astfel încât $S(k) = n$.

(1p) **g)** Să se arate că, dacă $S(b) = S(a+b)$, cu $a,b \in \mathbb{N}^*$, atunci 9 îl divide pe a.

SUBIECTUL IV (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Se consideră în plan o mulțime M formată din 6 puncte. Notăm cu $n(M)$ numărul dreptelor ce trec prin cel puțin 2 puncte ale mulțimii M.

(4p) **a)** Să se verifice că $n(M) \geq 1$.

(4p) **b)** Să se arate că $n(M) \leq 15$.

(2p) **c)** Să se arate că, dacă mulțimea T este formată din 6 puncte coliniare, atunci $n(T) = 1$.

Scanned with OKEN Scanner

(2p) **d)** Să se arate că, dacă mulțimea S este formată din 6 puncte din care oricare 3 sunt necoliniare, atunci $n(S) = 15$.

(1p) **e)** Să se arate că, dacă mulțimea U este formată din 6 puncte din care 5 sunt coliniare și unul necoliniar cu ele, atunci $n(U) = 6$.

(1p) **f)** Să se arate că $n(M) \neq 14$.

(1p) **g)** Dacă E este o mulțime din plan formată din 6 puncte și $n(E) \neq 1$, să se arate că $n(E) \geq 6$.

TEST 11

Clasa a VI -a

NOTĂ. La subiectul I există un singur răspuns corect. La subiectul II se va da direct răspunsul. La subiectele III și IV se cer rezolvările complete. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 2 ore și 30 de minute.

SUBIECTUL I (20p)

(Se scrie pe foaia de concurs doar litera corespunzătoare răspunsului corect)

(4p) **1)** Care dintre următoarele fracții este echivalentă cu $\frac{3}{5}$?

a) $\frac{30}{50}$ **b)** $\frac{10}{6}$ **c)** $\frac{6}{4}$ **d)** $\frac{1}{2}$

(4p) **2)** Care dintre următoarele fracții este ireductibilă?

a) $\frac{10}{12}$ **b)** $\frac{8}{9}$ **c)** $\frac{50}{100}$ **d)** $\frac{3}{6}$

(4p) **3)** Care dintre următoarele numere este divizibil cu 3?

a) 102 **b)** 101 **c)** 100 **d)** 104

(4p) **4)** Cum se numește un unghi a cărui măsură este de 90°?

a) unghi obtuz **b)** unghi ascuțit **c)** unghi drept **d)** unghi nul

(4p) **5)** Dacă un segment $[AB]$ are lungimea de 8 cm, iar punctul M este mijlocul segmentului, care este lungimea segmentului $[MB]$?

a) 2 cm **b)** 4 cm **c)** 8 cm **d)** nu se poate preciza

Scanned with OKEN Scanner

SUBIECTUL II (40p)

(Se scriu pe foaia de concurs doar numărul exercițiului și rezultatul corespunzător)

(4p) **1)** Să se scrie cel mai mare pătrat perfect cuprins între 10 și 99 .

(4p) **2)** Să se scrie în câte semiplane împarte o dreaptă un plan.

(4p) **3)** Să se scrie o fracție subunitară ireductibilă.

(4p) **4)** Să se calculeze media aritmetică a numerelor 6 și 8.

(4p) **5)** Să se afle cel mai mare divizor comun al numerelor 14 și 21.

(4p) **6)** Scrieți o valoare a cifrei a pentru care numărul $\overline{2a5}$ este divizibil cu 3.

(4p) **7)** Aflați valoarea lui x din ecuația $3x + 7 = 9$.

(4p) **8)** Dați un exemplu de număr care se divide cu 4 și cu 6 dar nu se divide cu 24.

(4p) **9)** Împărțim un unghi drept în 5 unghiuri congruente cu interioarele disjuncte. Scrieți măsura unui unghi din cele 5.

(4p) **10)** Exprimați în minute măsura unui unghi de 3°.

SUBIECTUL III (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Se consideră mulțimea $A=\left\{2^i\cdot 5^j \mid i,j\in \mathbf{N}\right\}$ și suma $S=1+a+a^2+\ldots+a^n$, $n\in \mathbf{N}$, unde $a\in \mathbf{Q}$, $0 < a < 1$.

(4p) **a)** Să se verifice că $1\in A$, $4\in A$, $5\in A$ și $10\in A$.

(4p) **b)** Să se verifice că $3\notin A$ și $6\notin A$.

(2p) **c)** Să se arate că $S-aS=1-a^{n+1}$, $n\in \mathbf{N}$.

(2p) **d)** Să se arate că $S=\dfrac{1-a^{n+1}}{1-a}$, $\forall\, n\in \mathbf{N}$.

(1p) **e)** Să se arate că $1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2^2}+\ldots+\dfrac{1}{2^k}<2$, $\forall\, k\in \mathbf{N}$.

(1p) **f)** Să se arate că există 10 numere naturale consecutive care nu sunt în mulțimea A .

(1p) **g)** Să se arate că $n\in \mathbf{N}^*$ și oricare ar fi numerele naturale distincte $a_1, a_2, \ldots, a_n, \in A$, avem $\dfrac{1}{a_1}+\dfrac{1}{a_2}+\ldots+\dfrac{1}{a_n}<\dfrac{5}{2}$.

Scanned with OKEN Scanner

SUBIECTUL IV (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Vom numi „*triunghi*", reuniunea segmentelor determinate de puncte necoliniare din plan. Cele 3 puncte se vor numi vârfurile „*triunghiului*", iar segmentele, laturile „*triunghiului*".

(4p) **a)** Câte segmente se pot forma unind câte 2 puncte dintr-o mulțime de 4 puncte date?

(4p) **b)** Câte „*triunghiuri*" diferite au toate vârfurile într-o mulțime de 4 puncte, oricare 3 necoliniare?

(2p) **c)** Câte „*triunghiuri*" diferite au toate vârfurile într-o mulțime de 4 puncte necoliniare, din care 3 sunt coliniare?

(2p) **d)** Câte segmente se pot forma unind câte 2 puncte dintr-o mulțime de 5 puncte date?

(1p) **e)** Câte „*triunghiuri*" diferite au toate vârfurile într-o mulțime de 5 puncte, oricare 3 necoliniare?

(1p) **f)** Să se arate că putem colora cu două culori segmentele cu extremitățile într-o mulțime de 5 puncte, oricare 3 necoliniare, astfel încât oricare „*triunghi*" cu toate vârfurile în această mulțime să nu aibă laturile de aceeași culoare.

(1p) **g)** Să se arate că oricum am colora cu două culori segmentele cu extremitățile într-o mulțime de 6 puncte, oricare 3 necoliniare, există un „*triunghi*" cu toate vârfurile în această mulțime și cu toate laturile de aceeași culoare.

TEST 12

Clasa a VI-a

NOTĂ. La subiectul I există un singur răspuns corect. La subiectul II se va da direct răspunsul. La subiectele III și IV se cer rezolvările complete. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 2 ore și 30 de minute.

SUBIECTUL I (20p)

(Se scrie pe foaia de concurs doar litera corespunzătoare răspunsului corect)

(4p) **1)** Care dintre numerele următoare reprezintă 25% din 20?

a) 10 **b)** 5 **c)** 2 **d)** 15

Scanned with OKEN Scanner

(4p) **2)** Care este măsura unui unghi format de două semidrepte opuse?

a) 60° **b)** 180° **c)** 90° **d)** 30°

(4p) **3)** Care este cel mai mare număr întreg de două cifre?

a) 10 **b)** –10 **c)** –99 **d)** 99

(4p) **4)** Cum se numește un triunghi care are două dintre unghiuri egale?

a) echilateral **b)** dreptunghic **c)** scalen **d)** isoscel

(4p) **5)** Alegeți dintre numerele de mai jos pe cel mai mare.

a) –12 **b)** 15 **c)** –54 **d)** 6

SUBIECTUL II (40p)

(Se scriu pe foaia de concurs doar numărul exercițiului și rezultatul corespunzător)

(4p) **1)** Cât este perimetrul unui triunghi echilateral cu latura de 3 cm?

(4p) **2)** Care este valoarea numărului x din proporția $\frac{1}{5}=\frac{3}{x}$?

(4p) **3)** Care este diferența dintre măsurile a două unghiuri corespondente, formate de două drepte paralele cu o secantă?

(4p) **4)** Care este valoarea absolută a numărului –2?

(4p) **5)** Scrieți în ordine crescătoare numerele –15, 23, –20, 0 .

(4p) **6)** Care este prețul unui caiet, dacă 7 caiete au costat 14 lei?

(4p) **7)** Care este valoarea unui număr, dacă 20% din el este egal cu 30?

(4p) **8)** Care este valoarea sumei $-3+|-3|$?

(4p) **9)** Care este numărul întreg care este egal cu opusul său?

(4p) **10)** Care este rezultatul calculului $-7-(-9)$?

SUBIECTUL III (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Se consideră un număr prim $p>7$ și fracția $\frac{1}{p}=0,x_1x_2x_3...x_n...$

(4p) **a)** Să se verifice că $\frac{1}{7}=0,(142857)$.

(4p) **b)** Să se calculeze a_{2011}, unde $\frac{1}{7}=0,a_1a_2...a_{2011}...$.

(2p) **c)** Să se calculeze suma $a_1+a_2+a_3+...+a_{2011}$.

Scanned with OKEN Scanner

(2p) **d)** Se elimină cifra a_5 din scrierea lui $\frac{1}{7}$ și se obține fracția ireductibilă.

$\frac{a}{b} = 0,a_1a_2a_3a_4a_6\ldots$ Să se scrie numărul $\frac{a}{b}$ ca fracție periodică.

(1p) **e)** Să se arate că 7 divide numărul b.

(1p) **f)** Să se arate că fracția $\frac{1}{p}$ este periodică simplă.

(1p) **g)** Se elimină cifra x_5 din scrierea zecimală a lui $\frac{1}{p}$ și se obține fracția ireductibilă $\frac{s}{t} = 0,x_1x_2x_3x_4x_6\ldots x_n\ldots$. Să se arate că p/t.

SUBIECTUL IV (15p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Un elev are 100 de segmente, cu lungimi numere naturale diferite, cuprinse între 1 și 100.

(4p) **a)** Să se indice 3 segmente cu lungimi numere consecutive, cu care **nu** putem forma un triunghi.

(4p) **b)** Să se indice 3 segmente cu lungimi numere consecutive, cu care putem forma un triunghi.

(2p) **c)** Să se indice 4 segmente cu lungimi numere consecutive, cu proprietatea că putem forma triunghi cu oricare 3 dintre ele.

(2p) **d)** Să se indice 4 segmente, cu proprietatea că **nu** putem forma un triunghi cu oricare 3 dintre ele.

(1p) **e)** Să se arate că putem alege 51 de segmente cu proprietatea că oricare 3 pot forma un triunghi.

(1p) **f)** Să se găsească 10 segmente cu proprietatea că oricum am lua 3, **nu** putem forma un triunghi cu ele.

(1p) **g)** Să se arate că oricum am alege 52 de segmente, există 3 cu proprietatea că **nu** pot forma un triunghi.

Scanned with OKEN Scanner

TEST FINAL
Clasa a VI-a

NOTĂ. Se cer rezolvările complete la fiecare subiect. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 2 ore și 30 de minute.

SUBIECTUL I (20p)
(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

(10p) **a)** Să se verifice că $\frac{9}{22}=\frac{1}{3}+\frac{1}{3\cdot 5}+\frac{1}{3\cdot 5\cdot 11}+\frac{1}{3\cdot 5\cdot 11\cdot 2}$.

(10p) **b)** Să se arate că nu există $x, y, z \in \mathbf{N}$, $x, y, z \geq 2$ astfel încât:

$$\frac{9}{22}=\frac{1}{x}+\frac{1}{x\cdot y}+\frac{1}{x\cdot y\cdot z}.$$

SUBIECTUL II (20p)
(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Se consideră 901 segmente, având lungimile exprimate în aceeași unitate de măsură prin numere naturale diferite, de la 100 la 1000.

(10p) **a)** Să se arate că se pot alege 6 segmente cu proprietatea că oricum am lua 3, **nu** putem forma un triunghi cu ele.

(10p) **b)** Să se arate că oricum am alege 7 segmente dintre ele, există 3 cu proprietatea că acestea pot forma un triunghi.

SUBIECTUL III (30p)
(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Se consideră mulțimea A, având toate elementele de forma $\pm 1 \pm 2 \pm 3 \ldots \pm 100$ unde semnele se aleg în toate modurile posibile.

Considerăm $x=\frac{100\cdot 101}{2}$ și notăm cu $B=\{-x,-x+1,\ldots,-1,0,1,\ldots,x-1,x\}$.

(10p) Să se arate că $A \subset B$.

(10p) Să se arate că $B - A \neq \emptyset$.

(10p) **c)** Să se determine numărul de elemente ale mulțimii $A \cap B$.

SUBIECTUL IV (20p)
(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă)

Să se demonstreze că, dacă avem în plan $3n$ puncte distincte, oricare trei necoliniare, atunci există n triunghiuri, cu vârfurile în aceste puncte, astfel încât oricare două dintre aceste triunghiuri nu se intersectează.

Scanned with OKEN Scanner

CLASA A VI-A
SOLUȚII
TESTE DE EVALUARE
TIP CONCURSUL NAȚIONAL EUCLID

TEST 1

SUBIECTUL I

1) c); **2)** b); **3)** b); **4)** b); **5)** c).

SUBIECTUL II

1) 0; **2)** 4 cm; **3)** $\frac{5}{17}$; **4)** 1; **5)** 13; **6)** 37; **7)** 2; **8)** 6; **9)** 17; **10)** 130; 135.

SUBIECTUL III

a) 1, 2, 4, 8. Deci numărul 8 are 4 divizori naturali.

b) 1, 2, 3, 6. Rezultă că numărul 6 are 4 divizori naturali.

c) p^3 are divizorii: $1, p, p^2$ și p^3, deoarece p este prim. Deci are 4 divizori naturali.

d) $p \cdot q$ are divizorii: $1, p, q$ și $p \cdot q$ (p, q prime distincte) => $p \cdot q$ are 4 divizori.

e) Un număr cu 4 divizori trebuie să fie ori de forma p^3 cu p prim, ori de forma $p \cdot q$ cu p și q prime distincte. Cel mai mic număr de 3 cifre de forma p^3 cu p prim este $5^3 = 125$ (deoarece $3^3 = 27$ și nu are 3 cifre). Cel mai mic număr de 3 cifre de forma $p \cdot q$ cu p, q prime distincte este $2 \cdot 53 = 106$. Deci cel mai mic număr de 3 cifre cu 4 divizori naturali este 106.

f) Facem un raționament analog cu cel de la punctul **e)** Cel mai mare număr de 3 cifre de forma p^3, p prim, este $7^3 = 343$ (deoarece $11^3 = 1331$). Cel mai mare număr de 3 cifre de forma $p \cdot q$, p, q prime distincte, este $993 = 331 \cdot 3$. Prin urmare, cel mai mare număr de 3 cifre cu 4 divizori naturali este 993.

SUBIECTUL IV

a) $2^{11} = 2^5 \cdot 2^6 = 32 \cdot 64 = 2048$
$2^{10} = 2^5 \cdot 2^5 = 32 \cdot 32 = 1024$

b) $5^5 = 5^2 \cdot 5^3 = 25 \cdot 125 = 3125$
$5^4 = 5^2 \cdot 5^2 = 25 \cdot 25 = 625$

Scanned with OKEN Scanner

c) Conform punctului **a)** $2^{10} = 1024$ și $2^{11} = 2048$. Deci oricare ar fi $a, b \in \{0,1,\ldots,9\}$ nu putem scrie numărul $\overline{11ab}$ ca o putere a lui 2 deoarece $1024 < \overline{11ab} < 2048 \Rightarrow \overline{11ab}$ se poate încadra între două puteri consecutive ale lui 2.

d) Conform punctului **b)** $5^4 = 625$ și $5^5 = 3125$. Deci oricare ar fi $a, b \in \{0,1,\ldots,9\}$ nu putem scrie numărul $\overline{11ab}$ ca o putere a lui 5 deoarece $625 < \overline{11ab} < 3125 \Rightarrow$ $\overline{11ab}$ se poate încadra între două puteri consecutive ale lui 5.

e) Folosind **c)** și **d)** deducem că $\overline{11ab}$ nu se poate scrie ca o putere a lui 2 sau ca o putere a lui 5. Vom arăta că $\overline{11ab}$ nu poate fi nici combinație de puteri ale lui 2 și 5. Presupunem că $\overline{11ab} = 2^a \cdot 5^b$ cu $a, b \in \mathbf{N}^* \Rightarrow \overline{11ab}$ este multiplu de 10 $\Rightarrow$ $\overline{11a} = 2^{a-1} \cdot 5^{b-1}$ cu $a, b \in \mathbf{N}^*$. Cu același raționament numărul este 1100.
Cum $1100 \vdots 11 \Rightarrow 1100$ nu poate fi de forma $2^a \cdot 5^b$. Ținând cont de faptul că $\overline{11ab}$ nu poate fi putere a lui 2 sau putere a lui 5 sau combinație de puteri ale lui 2 și puteri ale lui 5 $\Rightarrow$ fracția se transformă în fracție periodică în care perioada nu este alcătuită numai din cifra 0.

TEST 2

SUBIECTUL I

1) b); **2)** b); **3)** d); **4)** b); **5)** a).

SUBIECTUL II

1) 3 drepte; **2)** $|AM| = 2cm$; **3)** $\frac{7}{10}$; **4)** $\overset{6)}{\frac{2}{5}} + \overset{3)}{\frac{7}{10}} - \frac{1}{30} = \frac{12+21-1}{30} = \frac{33-1}{30} = \frac{32}{30}$;
5) 2; **6)** $58^\circ : 2 = 29^\circ$; **7)** $28 = 2^2 \cdot 7$ și $49 = 7^2$, deci c.m.m.d.c.= 7; **8)** $\frac{10+12}{2} = 11$;
9) $90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$; **10)** 17 : 5 rest 2, deci numărul căutat este 3.

SUBIECTUL III

a) $\frac{3}{1}; \frac{2}{2}; \frac{1}{3}$.

b) $7 = 6 + 1 = 5+2 = 4+3 = 3+4 = 2+5 = 1+6$. Deci în grupa 7 sunt 6 numere.

c) $\frac{6}{1} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{6} = 1$.

d) Grupa 2008 contine fractiile: $\frac{2007}{1}; \frac{2006}{2}; \frac{2005}{3}; \ldots; \frac{1006}{1002}; \frac{1005}{1003}; \frac{1004}{1004}; \frac{1005}{1003}$ *etc.*
Până la $\frac{1004}{1004}$, toate numerele din grupă sunt supraunitare, deci grupa conține 1003 numere supraunitare.

e) Numărul grupei este dat de suma dintre numărător și numitor, deci $\frac{1007}{1001}$ face parte din grupa 2008.

Scanned with OKEN Scanner

f) $\frac{1007}{1001}$ este a 1001-a fracție din grupa 2008.

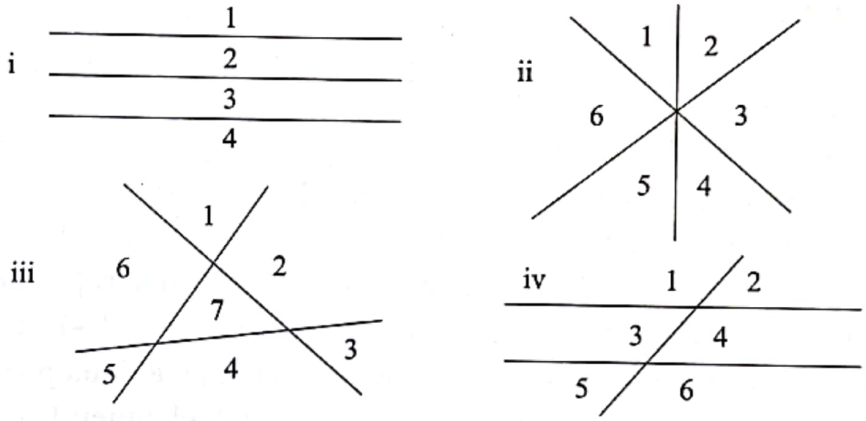
Observăm ca grupa k are k-1 numere (fracții cu numitorul de la 1 la k-1). Deci avem $1 + 2 + 3 + \ldots + 2007 + 1000$ termeni înaintea lui $\frac{1007}{1001}$.

Notăm $N = 1 + 2 + 3 + \ldots + 2006 + 2007 = (1 + 2007) + (2 + 2006) + \ldots + (1003 + 1005) + 1004 = 2008 \cdot 1003 + 1004 = 2015028$.

g) $\frac{1007}{1001} = \frac{1007 \cdot 2}{1001 \cdot 2} = \frac{1007 \cdot 3}{1001 \cdot 3} = \ldots = \frac{1007 \cdot 2008}{1001 \cdot 2008}$. Am găsit astfel 2008 termeni ai șirului, făcând parte din grupe diferite, care au toți valoarea $\frac{1007}{1001}$.

SUBIECTUL IV

a) O dreaptă împarte planul în două regiuni. **b)** Două drepte paralele împart planul în 3 regiuni. **c)** Două drepte concurente împart planul în 4 regiuni. **d)** Cele trei drepte se pot afla într-una din următoarele situații: paralele, concurente, concurente două câte două, două paralele și una secantă. Analizând pe figură numărul de regiuni, tragem concluzia ca numărul maxim este 7.



e) Trei drepte concurente două câte două împart planul în 7 regiuni.

f) Notăm cu R_n numărul maxim de regiuni în care împart n drepte planul. Este evident ca $R_1 = 2$ și $R_2 = 4$. Dacă ducem o nouă dreaptă, a n+1-a, atunci aceasta va intersecta unele regiuni, iar pe altele nu. Numărul de regiuni noi adăugate va fi numă - rul de regiuni străbătute. Fiecare regiune străbătută lasă pe dreapta noastră urma unui segment sau a unei semidrepte. Acestea sunt determinate de punctele de intersecție dintre celelalte drepte și dreapta n+1. Cele n drepte o intersectează în maxim n puncte, iar cele n puncte determină pe dreaptă n-1 segmente și două semidrepte, deci apar n+1 regiuni noi. Rezultă relația $R_{n+1} = R_n + (n + 1)$.

Iterăm această relație (dăm valori lui n):

$n = 1 \Rightarrow R_2 = R_1 + 2$

$n = 2 \Rightarrow R_3 = R_2 + 3$

$n = 3 \Rightarrow R_4 = R_3 + 4$

...

$n = n - 2 \Rightarrow R_{n-1} = R_{n-2} + (n - 1)$

$n = n - 1 \Rightarrow R_n = R_{n-1} + n$

(+)

$$\Rightarrow R_n = R_1 + (2 + 3 + \ldots + n) = 2 + \frac{n(n+1)}{2} - 1 = \frac{n(n+1)}{2} + 1$$

Scanned with OKEN Scanner

g) Când ducem o dreaptă, obținem două regiuni pe care le colorăm diferit. Când ducem a doua dreaptă ea desparte planul în două semiplane. Într-unul păstrăm culoarea precedentă iar în celălalt schimbăm fiecare culoare (ce era cu alb colorăm cu negru și invers). În felul acesta, oricare două suprafețe vecine vor avea culori diferite. Când ducem a treia dreaptă procedăm asemănător și, după ce ducem a 2008-a dreaptă am obținut culoarea cerută.

TEST 3

SUBIECTUL I

1) a); **2)** c); **3)** c); **4)** d); **5)** c).

SUBIECTUL II

1) 15 cm; **2)** 12; **3)** 0; **4)** 12; **5)** 23, 0, -15, -20; **6)** 2 lei; **7)** 150; **8)** 0; **9)** 0; **10)** 1.

SUBIECTUL III

a) $2 \in P$ deoarece $\{2\} \subset M$.

$3 \in P$ deoarece $\{1,2\} \subset M$.

b) $-16 - 8 - 4 - 2 - 1 + 1 + 2 + 4 + 8 + 16 = 0$.

c) Cel mai mic element al lui este $-16 - 8 - 4 - 2 - 1 = -31$.

Cel mai mare element al lui d este $16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 31$.

d) Fiecărei submulțimi a lui M îi atașăm o secvență de 10 numere, formată numai din cifrele 0 și 1, astfel: pe prima poziție punem 0 dacă elementul –16 nu aparține submulțimii sau 1 dacă elementul –16 aparține submulțimii, pe a doua poziție scriem 0 dacă elementul – 8 nu aparține submulțimii sau 1 dacă elemnetul – 8 aparține submulțimii etc. Deci, fiecărei submulțimi i s-a atașat o unică secvență de 10 elemente și reciproc, fiecărei secvențe i s-a atașat o submulțime a lui M. Fiecare poziție a secvenței poate fi ocupată în 2 feluri, deci în total avem $\underbrace{2 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 2}_{de\,10\,ori} = 2^{10}$ secvențe, adică 2^{10} submulțimi.

Excluzând-o pe cea vidă, obținem 1023 submulțimi, adică P are 1023 de elemente, deci un număr impar de elemente.

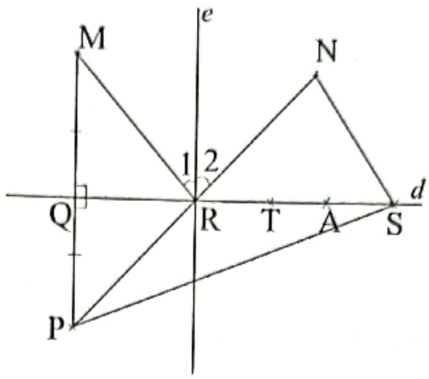
e) Vezi punctul **d)** .

f) Fie $U = \{-1; 1 -2; -4; 4\}$ și $V = \{-8; 8 -16; -16\}$. Suma elementelor mulțimii U, ca și suma elementelor mulțimii V este 0.

g) Am arătat că cel mai mic element al lui P este –31 și că cel mai mare element al lui este 31. Înseamnă că P va avea cel mult 63 de elemente (adică toate numerele întregi de la –31 la 31). Pentru a arăta că P are chiar 63 de elemente, este suficient să arătăm că nu „sare" peste nici un element, ceea ce se face prin calcul direct (exemple: $-1 = -1, -3 = -2 -1, -4 = -4, -5 = -4 - 1$ etc). Deci P are 63 de elemente.

Scanned with OKEN Scanner

SUBIECTUL IV



a) Notăm $d \cap MP = \{Q\}$. RQ este mediatoarea segmentului MP, deci $MR = PR$

b) $NP = PR + RN = MR + RN$, din punctul **a)**.

c) Fie e perpendiculara în R pe dreapta d. Cum $MP \perp d$, rezultă $e \parallel MP$.

Considerând MR secantă, obținem $\widehat{M} = \widehat{R_1}$ (alterne interne). Considerând PR secantă, obținem $\widehat{P} = \widehat{R_2}$ (corespondente). Dar $\widehat{M} = \widehat{P}$ deoarece $MR = PR$ deci $\widehat{R_1} = \widehat{R_2}$, de unde obținem cerința.

d) Analog punctul **a)**.

e) Avem $MT + TN = PT + TN \geq PN$ (din inegalitatea triunghiului). Folosind punctul **b)**, rezultă cerința.

f) Raționând ca la subpunctele anterioare, obținem $MS + SN = PS + SN = PN$. De aici rezultă că $S \in (NP)$ și cum $S \in d$, rezultă $S \in (NP) \cap d$, deci $S = R$.

g) Conform punctelor anterioare, se ia W situat de cealaltă parte a dreptei d față de X, astfel încât d să fie mediatoarea segmentului WX.Atunci $\{Z\} = d \cap (WY)$.

TEST FINAL

SUBIECTUL I

Avem $a_1 = a$, $a_2 = b$, $a_3 = a_2 - a_1 = b - a$, $a_4 = a_3 - a_2 = b - a - b = -a$, $a_5 = a_4 - a_3 = -a - b + a = -b$, $a_6 = a_5 - a_4 = -b + a$, $a_7 = a_6 - a_5 = -b + a + b = a$, $a_8 = b$,...

Observăm că termenii șirului se repetă din 6 în 6. Cum 2008 : 6 = 334 rest 4, obținem că $a_{2008} = a_4 = -a$.

SUBIECTUL II

Din cele 10 numere naturale consecutive considerate, cel mult 4 vor fi divizibile cu 3 (două pare și două impare), cel mult două vor fi divizibile cu 5 (unul par, altul impar), cel mult două vor fi divizibile cu 7 (unul par, altul impar). Rezultă că există un număr impar nedivizibil cu 3, 5 sau 7 și deci acesta va fi prim cu oricare din celelalte 9 numere.

SUBIECTUL III

a) Fie $k \in A_n$. În mod evident k trebuie să fie cuprins între cel mai mare și cel mai mic element din A_n, deci $-1-2 \ldots -n \leq k \leq 1+2+\ldots+n$ =>

Scanned with OKEN Scanner

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} -\dfrac{n(n+1)}{2} \le k \le \dfrac{n(n+1)}{2} \\ k \in \mathbf{Z} \end{array}\right| \Rightarrow k \in B_n \text{. Deci } A_n \subset B_n.$$

b) Cel mai mare element din A_n este $1+2+...+n=\dfrac{n(n+1)}{2}=x$. Următorul în ordinea descrescătoare a mărimii este $-1+2+...+n=\dfrac{n(n+1)}{2}-2=x$. De aici rezultă că $x-1 \notin A_n$ dar $x-1 \in B_n$, deci $A_n - A_n \neq \emptyset$.

c) Observăm că $0=1-2-3+4 \in A_4$ și $0=-1-2+3 \in A_3$. Vom trage concluzia că $0 \in A_{4k}$ și $0 \in A_{4k+3}$, deoarece adăugăm la grupele găsite anterior $4k + (4k + 1) - (4k + 2) + (4k + 3) = 0$ sau $(4k + 1) - (4k + 2) - (4k + 3) + (4k + 4) = 0$.
Deci numărul de elemente ale mulțimii C este 1004.

SUBIECTUL IV

Considerăm mulțimea M a tuturor dreptelor ce se pot duce unind câte două puncte din mulțimea celor $2n$ puncte. Numărul acestor drepte este finit și de aceea putem alege o dreaptă d care nu este perpendiculară pe nici una dintre dreptele din mulțimea M. Proiectând cele $2n$ puncte pe dreapta d, vom obține $2n$ puncte distincte, datorită modului în care a fost aleasă dreapta d. Înzestrăm dreapta d cu un sistem de coordonate și notăm cu $a_1 < a_2 < \ldots < a_{2n}$ abscisele proiecțiilor punctelor din mulțimea inițială. Acestea sunt proiecții ale punctelor $A_{i_2}, A_{i_2}, A_{i_{2n}}$.

Atunci segmentele $\left[A_{i_1}A_{i_2}, \ldots, A_{i_{2n-1}}A_{i_{2n}}\right]$ nu se vor intersecta și problema este rezolvată.

TEST 4

Oficiu		**(10p)**	
SUBIECTUL I (20p)	**1. (4p) c); 2. (4p) b); 3. (4p) b); 4. (4p) b); 5. (4p) c);**		
SUBIECTUL II (40p)	**1)**	**(4p)**	3
	2)	**(4p)**	21
	3)	**(4p)**	14
	4)	**(4p)**	2
	5)	**(4p)**	7 cm
	6)	**(4p)**	2 cm
	7)	**(4p)**	5 cm
	8)	**(4p)**	9 cm
	9)	**(4p)**	4 : [CD] [CM] [CB] [AC]
	10)	**(4p)**	[CB]

Scanned with OKEN Scanner

SUBIECTUL III

a) 2010 numere.

b) a+b = 2011 => $\{a,b\} \in \{\{1; 2010\}... \{2; 2009\}; \{3; 2010\}... \{1005; 1006\}\}$. Sunt 1005 perechi.

c) În șir sunt 2010 numere, din care jumătate sunt pare și jumătate impare. Deci sunt 1005 numere impare.

d) $1 + 2 + ... + 2010 = 1005 \cdot 2011 = 2021055$

e) Valoarea maximă se obține atunci când adunăm numerele. Deci valoarea maximă va fi 2021055.

f) Valoarea finală din A este:
$0 + 2 + 4 ... + 2010 = 2(1 + 2 + ... 1005) = 2 \cdot 1005 \cdot 1006 : 2 = 1011030$. Valoarea finală din B este $B = 1 + 3 + ... + 2009 = 2010 \cdot 1005 : 2 = 1005 \cdot 1005 = 1010025$. Diferența este 1005.

g) Deoarece șirul conține un număr impar de numere impare, acestea vor genera la rândul lor o sumă sau diferență impară. Deci valorile lui A și B nu vor putea fi egale, căci suma lor ar fi număr par.

SUBIECTUL IV

a) Perimetrul = 24 de centimetri.

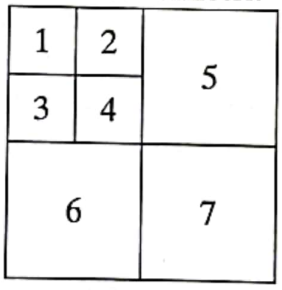
b) Latura 1 = 6:3 = 2 centimetri.

c) Latura 6 = 6 cm – 2 cm = 4 centimetri.

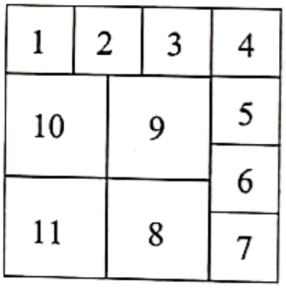
d)

1	2
3	4

e)



f)



TEST 5

Oficiu **(10p)**

SUBIECTUL I (20p) **1. (4p) a); 2. (4p) b); 3. (4p) a); 4. (4p) c); 5. (4p) b);**

SUBIECTUL II.(40p)

1) **(4p)** 6

2) **(4p)** 2

3) **(4p)** $\frac{3}{4}$

4) **(4p)** 7

5) **(4p)** 7

6) **(4p)** 2

7) **(4p)** $\frac{2}{3}$

8) **(4p)** 12

9) **(4p)** 18°

10) **(4p)** 180°

Scanned with OKEN Scanner

SUBIECTUL III

a) $21 \in A$ deoarece este format numai cu cifrele 1 și 2 și are două cifre. Analog $22 \in A$ și $111 \in A$. $123 \notin A$ deoarece are și cifra 3.

b) Trebuie să vedem câte numere de 3 cifre se pot forma numai cu cifrele 1 și 2, adică numerele $\overline{abc}$ cu $a, b, c \in \{1, 2\}$. Cum fiecare cifră poate lua câte două valori, înseamnă că avem $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ numere în mulțimea A.

c) $112 \in A$ și 112 este divizibil cu 8.

d) Cel mult 5 cifre înseamnă: o cifră, două cifre, trei cifre, patru cifre sau cinci cifre. Numerele de 1 cifră din A sunt 1 și 2, deci sunt două numere.
Numerele de 2 cifre din A sunt 11; 12; 21; 22, deci sunt patru numere.
Sunt 8 numere de 3 cifre în mulțimea A, așa cum am arătat la punctul **b)**.
Procedând analog ca la **b)**, găsim că mulțimea A are $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$ numere de 4 cifre și $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$ numere de 5 cifre. În total, sunt $2 + 4 + 6 + 8 + 16 + 32 = 62$ numere din mulțimea A care au cel mult 5 cifre.

e) $\overline{2a_1a_2...a_p} = 2 \cdot 10^p + \overline{a_1a_2....a_p} = 2 \cdot 10^p + 2^{p+1} \cdot A = 2^{p+1}\left(5^p + A\right)$ care este divizibil cu 2^{p+1}.

f) $\overline{1a_1a_2....a_p} = 10^p + \overline{a_1a_2...a_p} = 10^p + 2^p\left(2k+1\right) = 2^p\left(5^p + 2k + 1\right) = 2^{p+1} \cdot B$ care este divizibil cu 2^{p+1}.

g) Am arătat că avem un număr de 3 cifre din mulțimea A divizibil cu 2^3. Procedând ca la **e)** și **f)** obținem un număr de 4 cifre din mulțimea A care se divide cu 2^4. Continuăm să aplicăm procedeul anterior până când ajungem să găsim un număr de 100 de cifre din mulțimea A care se divide cu 2^{100}.

SUBIECTUL IV

a) Al treilea unghi construit are măsura $\frac{32^\circ}{2^3} = 4^\circ$.

b) $\frac{32^\circ}{2} + \frac{32^\circ}{2^2} + \frac{32^\circ}{2^3} + \frac{32^\circ}{2^4} + \frac{32^\circ}{2^5} = 16^\circ + 8^\circ + 4^\circ + 2^\circ + 1^\circ = 31^\circ$

c) Din calculele anterioare, observăm că al cincilea unghi construit are 1°, deci al șaselea unghi construit va fi primul care are măsura exprimată printr-un număr care nu este întreg $\left(\frac{1}{2}\right)^\circ$

d) Cel de-al zecelea unghi contruit contruit are măsura $\frac{32^\circ}{2^{10}} = \left(\frac{1}{2^5}\right)^\circ$.

e) $\frac{1}{2} \cdot S - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + ... + \frac{1}{2^{100}}\right) = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{2} + ... + \frac{1}{2^{100}}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + ... + \frac{1}{2^{101}}\right) =$

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + ... + \frac{1}{2^{101}} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2^2} - ... - \frac{1}{2^{101}} = 0$

Scanned with OKEN Scanner

f) Din $\frac{1}{2}S = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + ... + \frac{1}{2^{101}}$

$$S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + ... + \frac{1}{2^{100}}$$

prin scădere obținem $S - \frac{1}{2}S = 1 - \frac{1}{2^{101}}$, deci $\frac{1}{2}S = 1 - \frac{1}{2^{101}}$ și $S = 2 - \frac{1}{2^{100}}$

g) Suma măsurilor celor 2009 unghiuri este:

$$S = 32^\circ \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + ... + \frac{1}{2^{2009}}\right) = 32^\circ \cdot \left(1 - \frac{1}{2^{2009}}\right) < 32^\circ .$$

TEST 6

Oficiu **(10p)**

SUBIECTUL I

1) a); **2)** c); **3)** c); **4)** d); **5)** c).

SUBIECTUL II

1) 15 cm; **2)** 12; **3)** 0; **4)** 12; **5)** 23, 0, -15, –20; **6)** 2 lei; **7)** 150; **8)** 0; **9)** 0; **10)** 1.

SUBIECTUL III

a) $1 = 2^0 \in A$, $2 = 2^1 \in A$, $4 = 2^2 \in A$, $8 = 2^3 \in A$

b) $3 \notin A$ și $6 \notin A$ deoarece nu sunt puteri naturale ale numărului 2 având divizorul prim 3.

c) $3 = 1 + 2 \in B$; $5 = 1 + 4 \in B$.

d) $A \cap \{1,2,3, ..., 20\} = \{1,2,4,8,16\}$ are 5 elemente.

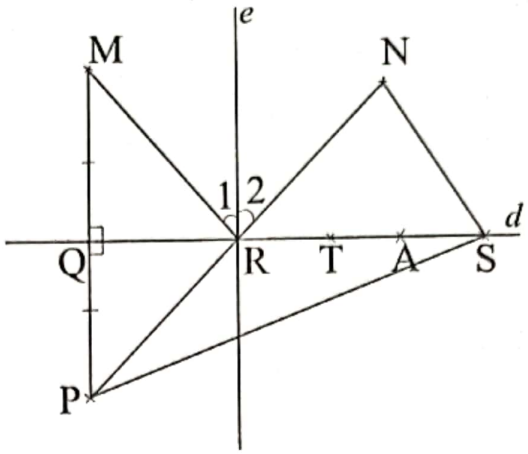
e) Se înmulțește fiecare termen al lui S cu 2 și se obține egalitatea cerută.

f) Scădem cele două relații de la punctul **e)** și rezultă egalitatea cerută.

g) Dacă n este par atunci se scrie ca sumă de puteri nenule a lui 2, deci $n + 1 \in B$. Dacă n este impar atunci se scrie ca suma dintre 1 și puteri nenule a lui 2. Din relația anterioară, vom înlocui secvența de puteri consecutive $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + ... + 2^n$ cu 2^{n+1} și astfel avem $n + 1 \in B$.

Scanned with OKEN Scanner

SUBIECTUL IV



a) Notăm $d \cap MP = \{Q\}$. RQ este mediatoarea segmentului MP, deci $MR = PR$

b) $NP = PR + RN = MR + RN$, din punctul **a)**.

c) Fie e perpendiculara în R pe dreapta d. Cum $MP \perp d$, rezultă $e \parallel MP$. Considerând MR secantă, obținem $\widehat{M} = \widehat{R_1}$ (alterne interne). Considerând PR secantă, obținem $\widehat{P} = \widehat{R_2}$ (corespondente). Dar $\widehat{M} = \widehat{P}$ deoarece $MR = PR$, deci $\widehat{R_1} = \widehat{R_2}$, de unde obținem cerința.

d) Analog punctul **a)**.

e) Avem $MT + TN = PT + TN \geq PN$ (din inegalitatea triunghiului). Folosind punctul **b)**, rezultă cerința.

f) Raționând ca la subpunctele anterioare, obținem $MS + SN = PS + SN = PN$. De aici rezultă că $S \in (NP)$ și cum $S \in d$, rezultă $S \in (NP) \cap d$,deci $S = R$.

g) Conform punctelor anterioare, se ia W situat de cealaltă parte a dreptei d față de X, astfel încât d să fie mediatoarea segmentului WX. Atunci $\{Z\} = d \cap (WY)$.

TEST FINAL

SUBIECTUL I

a) Se verifică ușor că 120 este număr „*simpatic*”.

b) Din identitatea:

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}+\frac{1}{12}+\frac{1}{15}+\frac{1}{20}+\frac{1}{24}+\frac{1}{30}+\frac{1}{40}+\frac{1}{60}+\frac{1}{120}=3,$$ rezultă că:

$$n+\frac{n}{2}+\frac{n}{3}+\frac{n}{4}+\frac{n}{5}+\frac{n}{6}+\frac{n}{8}+\frac{n}{10}+\frac{n}{12}+\frac{n}{15}+\frac{n}{20}+\frac{n}{24}+\frac{n}{30}+\frac{n}{40}+\frac{n}{60}+\frac{n}{120}=3n$$

deci, dacă n se divide cu 120 atunci el este număr „*simpatic*”. Cum între oricare 120 de numere consecutive există unul care se divide cu 120, problema este rezolvată.

Scanned with OKEN Scanner

c) Numerele $120 \cdot 1, 120 \cdot 2, \ldots, 120 \cdot n, \ldots$ sunt *„simpatice”.*

SUBIECTUL II

a) $\left.\begin{matrix} x_1 = x_2 = 1 \\ x_3 = x_4 = -1 \end{matrix}\right\} 1 \cdot 1 + 1 \cdot (-1) + (-1)(-1) + (-1) \cdot 1 = 1 - 1 + 1 - 1 = 0$

b) Valoarea fiecărui termen al sumei este fie 1, fie –1. Cum suma trebuie să fie 0, rezultă că numărul termenilor egali cu 1 trebuie să fie același cu numărul termenilor egali cu –1. Deci numărul total de termeni trebuie să fie par, de unde 2 divide pe n.

c) $(x_1 \cdot x_2)(x_2 \cdot x_3) \cdot \ldots \cdot (x_n \cdot x_1) = (-1)^{\frac{n}{2}}$ *(1)* (din subpunctul anterior)

Sau $(x_1 \cdot x_2)(x_2 \cdot x_3) \cdot \ldots \cdot (x_n \cdot x_1) = (x_1 \cdot \ldots \cdot x_n)^2 = 1$ *(2)*

Din *(1)* și *(2)* rezultă că $\frac{n}{2}$ este număr par, deci $n \vdots 4$.

SUBIECTUL III

Presupunem că nu toate punctele se află pe o dreaptă. Considerăm un punct A de valoare 1 și ducem prin A toate dreptele posibile. Să zicem că am dus p drepte, $p \geq 2$. Adunând elementele de pe fiecare dreaptă obținem 0, deci $0 = S + (p - 1) \cdot 1$, unde S este suma tuturor valorilor punctelor din mulțime. De aici rezultă că $S = 1 - p < 0$.

Fie B un punct de valoarea –1. Procedând analog vom obține q drepte, $q \geq 2$, deci $S + (q - 1) \cdot (-1) = 0$, deci $S = q - 1 > 0$, fals.

SUBIECTUL IV

Construim toate dreptele posibile care trec prin câte 2 din cele 2009 puncte. Fie d o dreaptă care nu este paralelă cu niciuna dintre dreptele duse anterior. Prin fiecare punct vom duce câte o paralelă la dreapta d. Aceasta nu va mai trece prin niciun alt punct din cele 2009. Numerotăm dreptele de la stânga la dreapta cu numere de la 1 la 2009, prin urmare a 1005-a paralelă este cea căutată, adică cea care trece printr-un punct și lasă de-o parte și de alta câte 1004 puncte.

TEST 7

SUBIECTUL I **1)** a); **2)** b); **3)** c); **4)** a); **5)** c).

SUBIECTUL II **1)** 0; **2)** 5 cm; **3)** $\frac{23}{32}$; **4)** 1; **5)** 8; **6)** 22; **7)** 1; **8)** $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}$ deci 3 fracții; **9)** 3; **10)** 270, 275.

Scanned with OKEN Scanner

SUBIECTUL III

a) $1 = 2^0 \in A$, $2 = 2^1 \in A$, $4 = 2^2 \in A$, $8 = 2^3 \in A$

b) Presupunem că $3 \in A \Rightarrow \exists\, i \in \mathbf{N}$ astfel încât $2^1 = 3$. Pentru $i = 0 \Rightarrow 1 = 3$ fals. Atunci $\exists\, i \in \mathbf{N}$, $i \neq 0$ cu $2^i = 3 \Rightarrow 2 \mid 3$ fals. Analog $6 \notin A$.

c) $3 = 1 + 2 \in B$; $5 = 1 + 4 \in B$.

d) Dacă $n \in B \Rightarrow n = x_1 + x_2 + \ldots + x_k$ unde $\{x_1, x_2, \ldots x_k\} \in A$, atunci $2n = 2x_1 + 2x_2 + + \ldots 2x_k$ și deoarece $\{2x_1, 2x_2, \ldots 2x_k\} \subset A$, rezultă $2n \in A$.

e) $A \cap \{1,2,3,\ldots,20\} = \{1, 2, 4, 8, 16\}$ are 5 elemente.

f) Mulțimea B conține numerele $1, 2+1, 2^2+1, \ldots, 2^{2008}+1$, care sunt toate impare, deci conține cel puțin 2009 numere impare.

g) Fie $1023 = 1024 - 1 = 2^{10} - 1 = 2^{9+1} - 1 = 1+2+2^2+\ldots+2^9 \in B$.

SUBIECTUL IV

a) $4 = 2 \cdot 2$, 2 număr prim, deci $4 \in A$. Unica descompunere în produs de 2 factori a lui 5, abstracție făcând de ordinea factorilor, este $5 = 1 \cdot 5$, dar 1 nu este număr prim, deci $5 \notin A$.

b) $33 = 3 \cdot 11$, $34 = 2 \cdot 17$, $35 = 5 \cdot 7$, iar 3, 11, 2, 17, 5, 7 sunt numere prime, deci $33 \in A$, $34 \in A$, $35 \in A$. Descompunerile posibile în produs de 2 factori, abstracție făcând de ordinea factorilor, ale numărului 36 sunt $1 \cdot 36$, $2 \cdot 18$, $3 \cdot 12$, $4 \cdot 9$, $6 \cdot 6$, dar în fiecare descompunere cel puțin unul dintre factori nu este număr prim, deci $36 \notin A$.

c) Elementele care fac parte din intersecție sunt 4, 6, 9, 10, 14, 15, în număr de 6.

d) Dacă n se divide cu 4 și $n = p \cdot q$, atunci p se divide cu 4 sau q se divide cu 4 sau ambele numere se divid cu 2. Primele 2 cazuri nu sunt posibile deoarece p și q sunt numere prime, rămâne deci ca ambele să se dividă cu 2, dar singurul număr par prim este 2, deci $p = 2$ și $q = 2$, de unde $n = 4$.

e) Fie 4 numere naturale consecutive: a, $a + 1$, $a + 2$, $a + 3$. Avem 4 cazuri posibile, în funcție de restul împărțirii numărului a la 4. Dacă restul este 0 obținem rezultatul cerut. Dacă restul este 1, $a = 4c + 1$ și atunci $a + 3$ este divizibil cu 4. Dacă restul este 2, $a = 4c + 2$ și atunci $a + 2$ este divizibil cu 4. Dacă restul este 3, $a = 4c + 3$ și atunci $a+1$ este divizibil cu 4.

f) $p_1^2, p_2^2, \ldots, p_{2009}^2$, sunt elemente ale lui A, unde $p_1, p_2, \ldots, p_{2009}$ sunt numere prime diferite, deci în mulțime se află cel puțin 2009 elemente;

g) Conform punctului **e)**, dacă ar conține 4 numere naturale consecutive, cel puțin unul din ele ar fi divizibil cu 4, dar conform punctului **d)** atunci acest element trebuie să fie 4 și deoarece nici 3, nici 5 nu sunt elemente din mulțime, obținem concluzia.

TEST 8

SUBIECTUL I **1)** b); **2)** b); **3)** d); **4)** b); **5)** a).

SUBIECTUL II **1)** 3; **2)** 2 cm; **3)** $\frac{7}{10}$; **4)** 1; **5)** 2; **6)** 29; **7)** 7; **8)** 11; **9)** **10)** 3.

SUBIECTUL III

a) $\frac{3}{1}; \frac{2}{2}; \frac{1}{3}$

Scanned with OKEN Scanner

b) $7 = 6 + 1 = 5 + 2 = 4 + 3 = 3 + 4 = 2 + 5 = 1 + 6$. Deci în grupa 7 sunt 6 numere.

c) $\frac{5}{1}\cdot\frac{4}{2}\cdot\frac{3}{3}\cdot\frac{2}{4}\cdot\frac{1}{5}=1$

d) Grupa 2010 conține fracțiile $\frac{2009}{1};\frac{2008}{2};\frac{2007}{3};\ldots;\frac{1007}{1003};\frac{1006}{1004}$ etc. Până la $\frac{1006}{1004}$, toate numerele din grupă sunt supraunitare, deci grupa conține 1004 numere supraunitare.

e) Numărul grupei este dat de suma dintre numărător și numitor, deci $\frac{1009}{1001}$ face parte din grupa 2010.

f) $\frac{1009}{1001}$ este a 1001-a fracție din grupa 2010. Observăm că grupa k are k-1 numere (fracții cu numere de la 1 la k-1). Deci avem $1 + 2 + 3 + \ldots + 2008 + 1000$ termeni înaintea lui $\frac{1009}{1001}$.

Notăm $N = 1 + 2 + \ldots + 2008 = (1 + 2008) + (2 + 2007) + \ldots + (1004 + 1005) =$

$= 2009 \cdot 1004 = 2017036$. Prin urmare $\frac{1009}{1001}$ este al 2018037-lea termen.

g) $\frac{1009}{1001}=\frac{1009\cdot 2}{1001\cdot 2}=\frac{1009\cdot 3}{1001\cdot 3}=\ldots=\frac{1009\cdot 2010}{1001\cdot 2010}$. Am găsit astfel 2010 termeni ai șirului, făcând parte din grupe diferite, care au toți valoarea $\frac{1009}{1001}$.

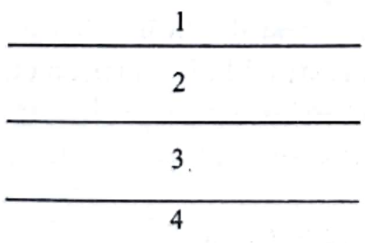
SUBIECTUL IV

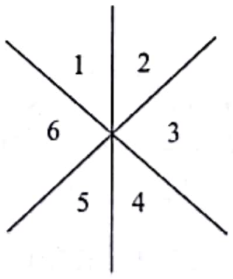
a) O dreaptă împarte planul în două regiuni.

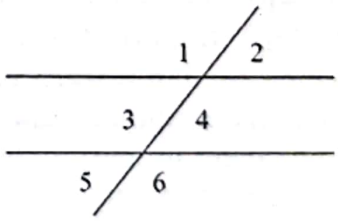
b) Două drepte paralele împart planul în 3 regiuni.

c) Două drepte concurente împart planul în 4 regiuni.

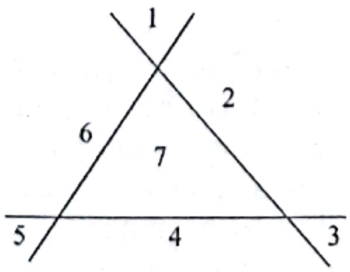
d) Cele 3 drepte se pot afla într-una din următoarele situații: paralele, concurente, concurente 2 câte 2, două paralele și una secantă. Analizând pe figură numărul de regiuni, tragem concluzia că numărul maxim este 7.







e)



Trei drepte concurente 2 câte 2 care nu trec toate prin acelasi punct împart planul în 7 regiuni.

f) Notăm cu R_n numărul maxim de regiuni în care împart n drepte planul. Este

Scanned with OKEN Scanner

evident că $R_1 = 2$ și $R_2 = 4$. Dacă ducem o nouă dreaptă, a $n+1$ – a, atunci aceasta va intersecta unele regiuni, iar pe altele nu. Numărul de regiuni noi adăugate va fi numărul de regiuni străbătute. Fiecare regiune străbătută lasă pe dreapta noastră urma unui segment sau a unei semidrepte. Acestea sunt determinate de punctele de intersecție dintre celelelate drepte și dreapta $n+1$. Cele n drepte o intersectează în maxim n puncte, iar cele n puncte determină pe dreapta n-1 segmente si 2 semidrepte, deci apare $n+1$ regiuni noi. Rezultă relația $R_{n+1} = R_n + (n + 1)$.

Iterăm această relație (dăm valori lui n):

$n = 1, => R_2 + R_1 + 2, n = 2 => R_3 = R_2 + 3, n = 3 => R_4 = R_3 +. 4,...$

$n = n - 1 => R_{n-1} = R_{n-2} + (n - 1).$ $n = n => R_n = R_{n-1} + n.$

Adunăm relațiile $\Rightarrow R_n = R_1 + \left(2+3+...+n\right) = 2 + \dfrac{n\left(n+1\right)}{2} - 1 = \dfrac{n\left(n+1\right)}{2} + 1$

g) Când ducem o dreaptă, obținem 2 regiuni pe care le colorăm diferit. Când ducem a doua dreaptă, ea desparte planul în două semiplane. Într-unul păstrăm colorarea precedentă, iar în celălalt schimbăm fiecare culoare (ce era cu alb se colorează cu negru și invers). În felul acesta, oricare 2 suprafețe vecine vor avea culori diferite. Când ducem a treia dreaptă procedăm asemănător și, după ce ducem a 2010-a dreaptă am obținut colorarea cerută.

TEST 9

Oficiu	**(10p)**
I. (20p)	**1. (4p) a); 2. (4p) c); 3. (4p) c); 4. (4p) d); 5. (4p) c);**
II. (40p)	**1) (4p)** 15 cm **2) (4p)** 12 **3) (4p)** 0 **4) (4p)** 12 **5) (4p)** 23; 0; –15; –20 **6) (4p)** 2 lei **7) (4p)** 150 **8) (4p)** 0 **9) (4p)** 0 **10) (4p)** 1.

SUBIECTUL III

(4p) Într-o mulțime de 3 numere întregi , fie există 2 numere pare, a căror sumă se divide cu 2. fie 2 impare, a căror sumă se divide cu 2.

b) (4p) De exemplu {1,3,4,6}.

c) (2p) De exemplu {1,4,5,8,9,12}.

d) (2p) Împărțim cele 5 numere în 3 grupe: cele care dau restul 0 la împărțirea cu 3, cele care dau restul 1 la împărțirea cu 3 și cele care dau restul 2 la împărțirea cu 3 . Dacă avem numere din fiecare grupă, luăm câte unul și am rezolvat problema. Dacă nu, avem numere în cel mult 2 grupe, deci una dintre ele va conține 3 numere care rezolvă problema.

e) (1p) Alegem numerele 51,52,...,100,101,102,...151 care verifică.

f) (1p) Dacă avem numerele $x + 1$, $x + 2$,..., $x + 100$, atunci suma lor va fi $100x + 50 \cdot 101$, care nu se divide cu 100.

g) (1p) Luăm 5 numere din cele 17 și conform există 3 dintre ele a căror sumă se divide cu 3 și le punem într-o grupă. Din cele 14 rămase luam 5 și alegem 3 a căror sumă se divide cu 3 și le punem într-o grupă. Procedăm analog și obținem 5 grupe de câte 3 elemente a căror sumă se divide la 3. Fiecare grupă se înlocuiește cu câte un număr care este media aritmetică a elementelor lor. Rezultă 5 numere noi, din care alegem 3 a căror sumă se divide cu 3. Cele 3 alese provin din 3 grupe și reunindu-le obținem o grupă de 9 elemente, a căror sumă se divide cu 9.

Scanned with OKEN Scanner

SUBIECTUL IV

a) (4p)

0	1	2	3
1	0	3	2
2	3	0	1
3	2	1	0

b) (4p) $0+1+2+\ldots+9=\dfrac{9\cdot 10}{2}=45$

c) (2p) Suma tuturor elementelor este $10 \cdot 45 = 450$

d) (2p) Cum pe diagonală avem numai 0, iar deasupra diagonalei avem aceleași elemente cu cele de sub diagonală, rezultă că suma elementelor într-un pătrat „n-magic" este număr par.

e) (1p) Într-un pătrat „5-magic", cifra 1 apare de x ori deasupra diagonalei, de x ori sub diagonală, deci apare de $2x$ ori în total și trebuie să apară de 5 ori, contradicție.

f) (1p)

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	3	4	5	6	7	8	9	2
2	3	0	5	6	7	8	9	1	4
3	4	5	0	7	8	9	1	2	6
4	5	6	7	0	9	1	2	3	8
5	6	7	8	9	0	2	3	4	1
6	7	8	9	1	2	0	4	5	3
7	8	9	1	2	3	4	0	6	5
8	9	1	2	3	4	5	6	0	7
9	2	4	6	8	1	3	5	7	0

g) (1p) Numerotăm dreptele d_1, d_2, ..., d_{10}, cu și formăm un pătrat „10-magic" (eventual cel de la **f).** La intersecția de la dreapta d_i și d_j, $(i \neq j)$, punem elementul care se află la intersecția dintre linia i și coloana j în pătratul „10-magic".

TEST FINAL

SUBIECTUL I

Exista drepte care au valoarea 1 și drepte care au valoarea –1. Fie d_1 cu valoarea 1 și d_2 cu valoarea –1. Notăm cu S suma valorilor celor n drepte. Dacă vom considera toate punctele de intersecție ale dreptei d_1 cu restul dreptelor și presupunem că sunt p puncte, atunci suma valorilor în fiecare punct fiind 0, vom obține $0 = S + (p\text{-}1)1$.

Scanned with OKEN Scanner

Procedând analog cu dreapta d_2, care admitem ca are q puncte de intersecție cu celelalte, vom avea relația $0 = S + (q-1)(-1)$. Din aceste relații rezultă: $S = 0$ și $p = 1 = q$, deci toate dreptele trec printr-un punct.

SUBIECTUL II

a) Considerăm o dreaptă d dintre cele 10 date și un punct A, cel mai apropiat de d, provenit din intersecția a două drepte, să zicem d_1 și d_2. Atunci triunghiul determinat de dreptele d_1, d_1 și d nu se mai intersectează cu niciuna dintre celelalte drepte, deoarece astfel punctul A nu ar fi cel mai apropiat de d.

b) Vom avea $2 + 2 + 3 + \ldots + 10 = 56$ de regiuni.

c) Colorăm cu alb și negru cele 2 regiuni care se obțin ducând dreapta d_1. Apoi, după ce am dus dreapta d_2, toate regiunile dintr-un semiplan își vor păstra culorile, iar din al doilea semiplan își vor schimba culorile și se verifică cerința. Procedăm analog și după ce ducem dreptele $d_3, d_4, \ldots, d_{10}$.

SUBIECTUL III

Fie $B = \{1,4,6,7,10,11,13,16\}$ și $\{2,3,5,8,9,12,14,15\}$. Se verifică ușor că ele rezolvă cerințele.

SUBIECTUL IV

Numărul de ordonări este $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10$.

Deci va lucra $\dfrac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 10}{360 \cdot 10 \cdot 360} > 2 ani$

TEST 10

Oficiu **(10p)**

I.(20p) **1) (4p) c); 2. (4p) b); 3. (4p) b); 4. (4p) b); 5. (4p) c);**

II.(40p) **1) (4p)** 2 **2) (4p)** 7 **3) (4p)** 20 sau orice alt exemplu corect
4) (4p) 2 **5) (4p)** 11 cm **6) (4p)** 2 cm **7) (4p)** 7 cm **8) (4p)** 13 cm
9) (4p) 4 : $[CD]$, $[CM]$, $[CB]$, $[AC]$ **10) (4p)**

SUBIECTUL III

a) $S(201) = 3$ **b)** $S(111) - S(102) = 0$ **c)** $2010 - S(2010) = 2007 \vdots 9$ **d)** a = 81, b = 9

e) $a = \underbrace{11....1}_{de\,2010\,ori}$ **f)** $k = \underbrace{11....1}_{de\,n\,ori}$ **g)** Pentru $k = a_1 a_2 \ldots a_n$ avem $k - S(k) = 9p$.

Deci $a + b - S(a + b)$ se divide cu 9 și $b - S(b)$ se divide cu 9, de unde a se divide cu 9 $(S(b) = S(a + b))$.

SUBIECTUL IV

a) Dacă punctele mulțimii M sunt coliniare => $n(M) = 1$, iar dacă nu toate punctele mulțimii M sunt coliniare => $n(M) > 1$.

b) Dacă punctele din M sunt necoliniare oricare 3, atunci
$n(M) = 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15 => n(M) \leq 15$.

Scanned with OKEN Scanner

c) Fie $M = \{A, B, C, D, E, F\}$cu A, B, C, D, E, F coliniare => AB=AC=...=EF (dreptele coincid) => $n(M) = 1$.

d) $n(S) = 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$. $S = \{A, B, C, D, E, F\}$, iar dreptele sunt AB, AC, AD, AE, AF, BC, BD, BE, BF, CD, CE, CF, DE, DF, EF.

e) Fie $U = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, B\}$ unde $A_1, A_2, ..., A_5$ sunt coliniare. Dreptele sunt: $BA_1, BA_2, BA_3, BA_4, BA_5, AA_1$ => $n(U) = 6$.

f) Fie A_1, A_2, A_3 puncte coliniare şi B, C, D astfel încât punctele sunt necoliniare oricare 3 => avem 13 drepte: A_1A_2, BA_1, BA_2, BA_3, CA_1, CA_2, CA_3, DA_1, DA_2, DA_3, BC, BD, CD => $n(U) \neq 14$, deoarece pentru toate punctele necoliniare oricare 3 => $n(U) = 15$, iar pentru cazul în care $\exists$ mai multe puncte coliniare (din cele 6) avem $n(U) \leq 13$.

g) Pentru $n(E) \neq 1$ => $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 A_6$ nu sunt toate coliniare şi examinând toate configuraţiile posibile rezultă $n(E) \geq 6$.

TEST 11

Oficiu **(10p)**

I.(20p) **1. (4p)** a); **2. (4p)** b); **3. (4p)** a); **4. (4p)** c); **5. (4p)** b);

II.(40p) **1) (4p)** 81 **2) (4p)** 2 **3) (4p)** $\frac{3}{4}$ sau alt exemplu corect **4) (4p)** 7 **5) (4p)** 7 **6) (4p)** 2 sau alt exemplu corect **7) (4p)** $\frac{2}{3}$ **8) (4p)** 12 sau alt exemplu corect **9) (4p)** 18° **10) (4p)** 180'

SUBIECTUL III

a) Evident. **b)** Evident. **c)** Fie $S = 1 + a + a^2 + ... + a^n$ şi $aS = a + a^2 + a^3 + ... + a^{n+1}$ Atunci, scăzând relaţiile, obţinem $S(a-1) = a^{n+1} - 1$. **d)** $S = \frac{a^{n+1}-1}{a-1} = \frac{1-a^{n+1}}{1-a}$.

e) Folosind punctul **d)** deducem că $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + ... + \frac{1}{2^k} = \frac{1-\frac{1}{2^{k+1}}}{1-\frac{1}{2}} = 2\left(1 - \frac{1}{2^{k+1}}\right) < 2$.

f) Notăm $a = 1 \cdot 2 \cdot ... \cdot 11$ şi atunci $a + 2$, $a + 2$, $a + 3$, ..., $a + 11$ sunt 10 numere naturale consecutive care nu aparţin mulţimii A.

g) Deoarece $1 + \frac{1}{5} + ... + \frac{1}{5^s} = \frac{1-\frac{1}{5^{s+1}}}{1-\frac{1}{5}} < \frac{5}{4}$,

rezultă $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + ... + \frac{1}{a_n} \leq \left(1 + \frac{1}{2} + ... + \frac{1}{2^t}\right)\left(1 + \frac{1}{5} + ... + \frac{1}{5^t}\right) < 2 \cdot \frac{5}{4} = \frac{5}{2}$, unde t este cel mai mare exponent al lui 2 sau 5 din scrierea numerelor .

SUBIECTUL IV

a) Se pot forma 6 segmente. **b)** Avem 4 „triunghiuri". **c)** Avem 3 „triunghiuri". **d)** 10 segmente. **e)** 10 „triunghiuri". **f)** Dacă punctele sunt A, B, C, D, E, atunci

Scanned with OKEN Scanner

avem segmentele albe: $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$, $[DE]$ și $[EA]$ iar negre sunt $[AC]$, $[AD]$, $[BE]$, $[BD]$, $[CE]$.

g) Considerăm cele 5 segmente care pleacă dintr-un punct A. Cel puțin 3 (să zicem $[AB]$, $[AC]$ și [AD]) au aceeași culoare. Dacă unul dintre segmentele $[BC]$, $[BD]$, sau $[CD]$ va avea aceeași culoare, problema s-a rezolvat. Dacă nu, vom avea „triunghiul" BCD care rezolvă problema.

TEST 12

Oficiu **(10p)**

SUBIECTUL I.

1) b); **2)** b); **3)** d); **4)** d); **5)** b).

SUBIECTUL II.

2) 15; **3)** 0; **4)** 2; **5)** -20, -15, 0, 23; **6)** 2 lei; **7)** 150; **8)** 0; **9)** 0; **10)** 2.

SUBIECTUL III.

a) Se verifică prin calcul direct. **b)** $a_{2011} = a_1 = 1$.

c) $a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{2011} = 335\left(a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_6\right) + a_1 = 335 \cdot 27 + 1 = 9046$.

d) $\frac{a}{b} = 0,1428\left(714285\right)$. **e)** $\frac{a}{b} = 0,1428\left(714285\right) = \frac{1428714285 - 1428}{9999990000} = \frac{1428712857}{9999990000}$.

Numărul 1428712857 nu se divide cu 7, iar numărul 999999 se divide cu 7, deci 7 divide pe b. **f)** Dacă ar avea un număr finit de zecimale, ar rezulta că p divide o putere a lui 10, fals. Dacă ar fi periodică mixtă, din scrierea ca fracție ar rezulta că p se divide cu 2 sau cu 5, fals. Deci este periodică simplă deoarece p nu se divide cu 2 sau cu 5.

g) Din ipoteză rezultă $\frac{10^5}{p} - 10^4 \cdot \frac{s}{t} \in \mathbf{Z}$, de unde obținem că este multiplu de p.

Deci p divide $10^5 t$, de unde rezultă ca p divide t.

SUBIECTUL IV

a) 1, 2, 3; **b)** 2, 3, 4; **c)** 5, 6, 7, 8; **d)** 1, 2, 4, 7; **e)** 50, 51, 52, ..., 99, 100; **f)** 1, 2, 3, 5, 8, 12, 20, 32, 52, 84; **g)** Fiind 52 numere, cel mai mic dintre ele este cel mult 49. Următorul in ordine crescătoare, notat cu a, va determina ca toate celelalte să fie cuprinse intre a si a+49, deoarece altfel se rezolvă problema. Dar în acest caz vom avea cel mult 51 numere. Atunci al 52-lea, împreună cu a și cu primul vor rezolva problema.

TEST FINAL

SUBIECTUL I

a) Se verifică prin calcul direct.

b) Dacă $x \geq 5$, atunci $xy \geq 10$, $xyz \geq 10$ și $\frac{9}{22} = \frac{1}{x} + \frac{1}{xy} + \frac{1}{xyz} \leq \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{20}$ sau $\frac{9}{22} < \frac{7}{20}$, fals. Deci $x < 5$ și atunci $x \in \{2, 3, 4\}$.

Scanned with OKEN Scanner

Pentru $x = 4$ avem $\frac{9}{22} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4y} + \frac{1}{4yz}$ sau $\frac{7}{11} = \frac{z+1}{yz}$ sau $7yz = 11(z + 1)$, adică $z \mid 11$, deci $z = 1$ sau $z = 11$, fals. Pentru $x = 3$ avem $\frac{9}{22} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3y} + \frac{1}{3yz}$ sau $\frac{5}{22} = \frac{z+1}{yz}$ sau $5yz = 22(z + 1)$, de unde rezultă $z \mid 22$ deci $z \in \{1,2,11,22\}$, care nu ar conveni. Dacă $x = 2$, atunci $\frac{9}{22} > \frac{1}{2}$, fals.

SUBIECTUL II

Fie x, y, z lungimile a trei dintre segmente, cu $x < y < z$. Dacă aceste segmente nu pot fi laturile unui triunghi atunci $z \geq x + y$.

a) Alegem 6 numere din cele 901 numere naturale cu proprietatea că pentru orice triplet x, y, z, cu $x < y < z$ din cele şase numere, să avem $z \geq x + y$.
Un exemplu $x_1 < x_2 < x_3 < x_4 < x_5 < x_6$ cu $100 \leq x_1$ (în care x_6 este cel mai mic posibil) este 100, 101, 201, 302, 503 şi 805.

b) 7 segmente de lungimi $x_1 < x_2 < x_3 < x_4 < x_5 < x_6 < x_7$, în care x_7 este **cel mai mic**, cu $100 \leq x_1$ şi care verifică **a)** este 100, 101, 201, 302, 503, 805, 1308. Cum $1000 \geq x_1 \geq 1308$ este fals, cerinţa problemei este îndeplinită.

SUBIECTUL III

a) Fie $k \in A$. În mod evident k trebuie să fie cuprins între cel mai mare şi cel mai mic element din A, deci $-1 -2 \ldots -100 \leq k \leq 1 + 2 + \ldots + 100 \Rightarrow -x \leq k \leq x \Rightarrow k \in B$. Deci $A \subset B$.

b) Cel mai mare element din A este $1 + 2 + \ldots + 100 = x$. Următorul în ordinea descrescătoare a mărimii este $-1 + 2 + \ldots + 100 = x - 2$. De aici rezultă că $x - 1 \notin A$ dar $x - 1 \in B$, deci $B - A \neq \emptyset$.

c) Observăm că mulţimea A conţine numai numere pare, şi anume toate numerele pare cuprinse între x şi $-x$. Deci numărul de elemente din intersecţie este $x+1$.

SUBIECTUL IV

Considerăm mulţimea M a tuturor dreptelor ce se pot duce unind câte două puncte din mulţimea celor $3n$ puncte. Numărul acestor drepte este finit şi de aceea putem alege o dreaptă d care nu este perpendiculară pe nici una dintre dreptele din mulţimea M. Proiectând cele $3n$ puncte pe dreapta d, vom obţine $3n$ puncte distincte, datorită modului în care a fost aleasă dreapta d. Înzestrăm dreapta d cu un sistem de coordonate şi notăm cu $a_1 < a_1 < \ldots < a_1$ abscisele proiecţiilor punctelor din mulţimea iniţială. Acestea sunt proiecţii ale punctelor $A_{i_1}, A_{i_2}, \ldots, A_{i_{3n}}$.
Atunci triunghiurile $[A_{i_1} A_{i_2} A_{i_3}], \ldots, [A_{i_{3n-2}} A_{i_{3n-1}} A_{i_{3n}}]$ nu se vor intersecta şi problema este rezolvată.

Scanned with OKEN Scanner

Cuprins

Prefață 3

CLASA a V-a 5

Exerciții și probleme pentru lucrul la clasă 7

ALGEBRĂ 7

I. Numere naturale 7

1. Scriere, citire, ordonare 7
2. Adunarea și scăderea numerelor naturale 8
3. Înmulțirea și împărtirea numerelor naturale 14
4. Ridicarea la putere a numerelor naturale 14
5. Ecuații și inecuații în mulțimea numerelor naturale. Probleme care se rezolvă cu ecuații 21
6. Pătrate și cuburi perfecte 23

II. Mulțimi 24

1. Noțiuni introductive. Terminologie 24
2. Operații cu mulțimi 25

III: Divizibilitate 27

1. Noțiuni introductive 27
2. Criterii de divizibilitate 28

IV. Fracții 30

1. Fracții ordinare 30
2. Aflarea unei fracții dintr-nu număr natural 32
3. Introducerea și scăderea întregilor din fracții 32
4. Adunarea și scăderea fracțiilor cu același numitor 33

V. Fracții zecimale 38

1. Transformarea fracțiilor cu numitori puteri ale lui 10, sub formă de fracții zecimale 38
2. Transformarea fracțiilor zecimale finite sub formă de fracții ordinare 39
3. Aproximări și rotunjiri 40
4. Compararea fracțiilor zecimale 40
5. Adunarea și scăderea fracțiilor 41
6. Înmulțirea fracțiilor zecimale. Ridicarea la putere a fracțiilor zecimale 43
7. Împărțirea a două numere raționale cu rezultat fracție zecimală. Periodicitate. Transformarea unei fracții ordinare într-o fracție zecimală 44

Scanned with OKEN Scanner

8. Împărțirea unui număr natural la o fracție zecimală finită.
Împărțirea a două fracții zecimale 46
9. Media aritmetică a două fracții zecimale finite. Ordinea efectuării operațiilor...47
10. Transformarea unei fracții zecimale într-o fracție ordinară 47
11. Ecuații și inecuații. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor 48

VI. Elemente de geometrie
1. Dreaptă • Segment • Unghi • Triunghi • Patrulater • Cerc 49
2. Cub • Paralelipiped dreptunghic • Desfășurări • Elemente 50

VII. Unități de măsură
1. Unități de măsură pentru lungime. Perimetru....51
2. Unități de măsură pentru arie. Aria pătratului și a dreptunghiului 52
3. Unități de măsură pentru volum.
Volumul cubului și al paralelipipedului dreptunghic 54
4. Unități de măsură pentru capacitate....54
5. Unități de măsură pentru masă 55
6. Unități de măsură pentru timp 56

SOLUȚII - Exerciții și probleme pentru lucrul la clasă....57

TESTE DE EVALUARE TIP CONCURSUL NAȚIONAL EUCLID 73

SOLUȚII - Teste de evaluare tip Concursul Național Euclid 103

CLASA A VI-A 123
Exerciții și probleme pentru lucrul la clasă....**125**

ALGEBRĂ **125**

I. Mulțimea numerelor naturale **125**
1. Operații cu numere naturale • Reguli de calcul cu puteri....125
2. Divizor, multiplu • Criteriile de divizibilitate cu 10, 2, 5, 3, 9....126
3. Numere prime și numere compuse 128
4. Descompunerea numerelor naturale în factori primi....130
5. Proprietăți ale relației de divizibilitate în N 130
6. Divizori comuni a două sau mai multe numere naturale •
C.m.m.d.c. • Numere prime între ele....131
7. Multipli comuni a două sau mai multe numere naturale
• C.m.m.m.c. • Relația dintre c.m.m.d.c. și c.m.m.m.c....133

II. Mulțimea numerelor raționale pozitive
1. Fracții echivalente, fracții ireductibile, forme de scriere a unui număr rațional135
2. Adunarea și scăderea numerelor raționale pozitive 136
3. Înmulțirea numerelor raționale pozitive • Ridicarea la putere
a numerelor raționale pozitive 138

Scanned with OKEN Scanner

4. Împărțirea numerelor raționale pozitive 139
5. Ordinea efectuării operațiilor 140
6. Media aritmetică ponderată 142
7. Ecuații și probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor 143

III. Rapoarte și proporții

1. Rapoarte, procente 146
2. Proporții • Proprietatea fundamentală a proporțiilor • Aflarea unui termen necunoscut al unei proporții 147
3. Proporții derivate 148
4. Mărimi direct proporționale, mărimi invers proporționale 149
5. Regula de 3 simplă 151
6. Probabilități și alte rapoarte speciale 152

IV. Numere întregi

1. Mulțimea numerelor întregi, opusul unui număr întreg, reprezentarea pe axă, valoarea absolută a unui număr întreg, compararea și ordonarea numerelor întregi 153
2. Adunarea și scăderea numerelor întregi 155
3. Înmulțirea și împărțirea numerelor întregi 157
4. Multiplii și divizorii unui număr întreg 158
5. Puterea unui număr întreg cu exponent număr natural • Reguli de calcul cu puteri 159
6. Ordinea efectuării operațiilor cu numere întregi 160
7. Ecuații și inecuații în Z • Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor 162

GEOMETRIE

I. Dreapta

1. Punct, dreaptă, plan, semiplan, semidreaptă, segment 164
2. Pozițiile relative ale unui punct față de o dreaptă, pozițile relative a două drepte, distanța dintre două puncte, segmente congruente, mijlocul unui segment, simetricul unui punct față de alt punct 165

II. Unghiul

1. Definiție, notații, elemente, interiorul și exteriorul unui unghi, unghi nul, unghi alungit, clasificarea unghiurilor. 167
2. Calcule cu măsuri de unghiuri • Unghiuri suplementare • Unghiuri complementare 168
3. Unghiuri adiacente • Bisectoarea unui unghi 169
4. Unghiuri opuse la vârf • Unghiuri formate în jurul unui punct 171

Scanned with OKEN Scanner

204

III. Congruența triunghiurilor

1. Triunghi, definiție, elemente, clasificare, perimetru, inegalitatea triunghiurilor 172
2. Congruența triunghiurilor oarecare
   • Metoda triunghiurilor congruente 173

IV. Perpendicularitate

1. Drepte perpendiculare, oblice, distanța de la un punct la o dreaptă, înălțimea în triunghi....176
2. Mediatoarea unui segment • Proprietatea punctelor de pe bisectoarea unui unghi • Aria unui triunghi 177

V. Paralelism

1. Drepte paralele • Axioma paralelelor • Criterii de paralelism 178
2. Linia mijlocie a unui triunghi • Teorema liniei mijlocii • Reciproce....180

VI. Proprietăți ale triunghiurilor

1. Suma măsurilor unghiurilor unui triunghi, unghi exterior, teorema unghiului exterior 181
2. Linii importante în triunghi....182
3. Proprietățile triunghiului isoscel....182
4. Proprietățile triunghiului echilateral....184
5. Proprietățile triunghiului dreptunghic....185

SOLUȚII - Exerciții și probleme pentru lucrul la clasă....186

TESTE DE EVALUARE TIP CONCURSUL NAȚIONAL EUCLID 239

SOLUȚII – Teste de evaluare tip Concursul Național Euclid....273

Scanned with OKEN Scanner